



УДК 550.34:539.3:519.6

Моделирование пространственного распределения областей повышенных предсейсмических деформаций

М. И. Гапеев, Ю. В. Марапулец, А. А. Солодчук

Институт космических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН,
Россия, 684034, Камчатский край, с. Паратунка, ул. Мирная, 7.

Аннотация

В рамках линейной теории упругости предложен новый подход к моделированию пространственного распределения областей повышенных деформаций земной коры, возникающих при подготовке землетрясений. Модель основана на системе дифференциальных уравнений Ламе, где источник землетрясения представлен в виде сосредоточенной системы сил, приложенных к точке упругого полупространства. Соответствующая прямая краевая задача решается с использованием функций Грина. В рамках модели для каждой точки поверхности земной коры вычисляются предсейсмические деформации, после чего определяется частота случаев, когда эти деформации превышают фоновые приливные.

Предложенный метод апробирован на данных каталога “*The Global Centroid-Moment-Tensor Catalog*” для Камчатки — одного из самых сейсмически активных регионов планеты. Проведено моделирование пространственного распределения повышенных предсейсмических деформаций за период 1976–2020 гг. Установлено, что области повышенных деформаций преимущественно локализуются вдоль линии основного разлома у побережья Камчатки. Максимумы относительных частот возникновения таких деформаций граничат с районами высокой плотности населения. Анализ временной динамики выявил значительную вариативность: наблюдаются периоды как с высокими частотами повышенных деформаций (0.6–0.8), так и с низкими (0.1–0.2).

Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ Научная статья

© Коллектив авторов, 2025

© СамГТУ, 2025 (составление, дизайн, макет)

    Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Образец для цитирования

Гапеев М. И., Марапулец Ю. В., Солодчук А. А. Моделирование пространственного распределения областей повышенных предсейсмических деформаций // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2025. Т. 29, № 1. С. 77–90. EDN: OFDPNU. DOI: [10.14498/vsgtu2100](https://doi.org/10.14498/vsgtu2100).

Сведения об авторах

Максим Игоревич Гапеев  <https://orcid.org/0000-0001-5798-7166>

младший научный сотрудник; лаб. акустических исследований;

e-mail: gapeev.sci@yandex.ru

Юрий Валентинович Марапулец  <https://orcid.org/0000-0002-3030-9944>

доктор физико-математических наук, доцент; директор; e-mail: marpl@ikir.ru

Александра Андреевна Солодчук  <https://orcid.org/0000-0002-6761-8978>

кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник; лаб. акустических исследований; e-mail: aleksandra@ikir.ru

Разработанный подход позволяет исследовать области повышенных деформаций земной коры, возникающие при подготовке сильных землетрясений, и может быть использован для изучения предсейсмических аномалий в различных геофизических полях.

Ключевые слова: моделирование предсейсмических деформаций, функция Грина, теория упругости, сейсмичность Камчатки, тектоническое напряжение.

Получение: 20 июня 2024 г. / Исправление: 25 октября 2024 г. /

Принятие: 21 февраля 2025 г. / Публикация онлайн: 25 марта 2025 г.

Введение. Землетрясения возникают в результате механических процессов в литосфере. При подготовке сейсмического события вокруг его очага формируется поле напряжений, вызывающее деформацию горных пород земной коры. Эти деформации могут непосредственно или опосредованно приводить к аномалиям в различных геофизических полях, которые рассматриваются как предвестники землетрясений. Анализ зон проявления предвестников показывает их распространение на расстояния до нескольких сотен километров от эпицентров. Можно предположить, что причиной таких аномалий служат усиленные деформации, превышающие уровень земных приливов, обусловленных гравитационным воздействием Солнца и Луны. Однако для уверенной идентификации геофизических аномалий как предвестников необходимо установить их связь с деформационными процессами в сейсмоактивном регионе.

В настоящее время разработано множество моделей подготовки землетрясений: дилатантно-диффузная [1], лавинно-неустойчивого трещинообразования [2], консолидации и деструкции [3], неустойчивого скольжения [4], фазовых превращений [5], каскадного подъема и прогрессивной локализации [6], энергетическая модель [7] и другие. Хотя эти модели в различной степени объясняют природу геофизических аномалий, большинство из них носит феноменологический характер. Отсутствие развитого математического аппарата ограничивает их применение для моделирования напряженного состояния земной коры вокруг очагов реальных землетрясений. Наиболее разработанными в математическом отношении являются энергетическая модель, а также модели консолидации и деструкции.

Значительный вклад в развитие моделей консолидации и деструкции внесли работы И. П. Добровольского [3,8]. В его модели деформации земной коры рассматриваются в приближении упругого однородного изотропного полупространства, где очаг формирующегося землетрясения представлен неоднородным сферическим включением с отличающимся модулем сдвига, на границах которого задано давление. Применение теории малых возмущений позволило свести решение к объемному интегралу от функций Грина для системы фиктивных сил внутри включения. Напряженно-деформированное состояние получено как разность состояний среды с включением и без него.

Дальнейшее развитие этот подход получил в работах Ю. Л. Ребецкого и А. С. Лермонтовой [9,10], где учтена неоднородность строения земной коры с областями, проявляющими пластические и квазипластические свойства. Авторы представили очаг в виде неоднородного цилиндрического включения и

решили задачу для плоского напряженного состояния в упругом и упруго-пластическом случаях. Показано, что в областях с аномальными включениями затухание деформационных возмущений происходит медленнее по сравнению с упруго-однородной средой.

Различные модификации энергетической модели представлены в работах А. С. Пережогина, Б. М. Шевцова, В. А. Салтыкова, Ю. А. Кугаенко. Авторы использовали различные силовые эквиваленты дислокационных процессов: точечные источники (единичная и двойная силы) для моделирования выступов в зоне субдукции [11, 12], комбинацию двойных пар сил с моментами [13], распределенные силовые источники, соответствующие классической дислокационной модели [14, 15]. Результаты моделирования сопоставлялись с данными наблюдений высокочастотного сейсмического шума, акустической эмиссии, поверхностных смещений и деформаций осадочных пород.

В перечисленных исследованиях основное внимание уделялось сопоставлению предсейсмических аномалий с деформациями перед отдельными землетрясениями, тогда как анализ общих закономерностей формирования областей повышенных деформаций в сейсмоактивных регионах не проводился. Выявление зон, наиболее подверженных влиянию предсейсмических деформаций, может повысить эффективность обнаружения предвестников.

В данной работе предложен новый подход к идентификации областей с повышенной частотой возникновения предсейсмических деформаций. Метод апробирован на землетрясениях в районе Камчатского полуострова за 1976–2020 гг. Выбор региона обусловлен его высокой сейсмической активностью и расположением в Тихоокеанском огненном кольце. Камчатка давно служит естественным полигоном для изучения сеймотектонических процессов, связанных с накоплением и релаксацией напряжений при взаимодействии литосферных плит.

1. Физическая постановка задачи. Очаг тектонического землетрясения представляет собой разрыв сплошности материала Земли, возникающий под действием упругих сдвиговых напряжений, накопленных в процессе длительной тектонической деформации. В момент землетрясения происходит полное или частичное снятие накопленных напряжений в его очаговой области. Согласно классическому определению Б. В. Кострова, основанному на теории упругой отдачи Г. Ф. Рейда, тектоническое землетрясение представляет собой разрыв скольжения, при котором взаимное перемещение его берегов в направлении, перпендикулярном поверхности разрыва, равно нулю. При этом процесс землетрясения сопровождается преобразованием части накопленной упругой потенциальной энергии в кинетическую энергию сейсмических волн.

Деформационные процессы, сопровождающие подготовку землетрясения, обусловлены приращением потенциальной энергии упругих деформаций ΔW в очаговой области. Важно отметить, что высвободившаяся при землетрясении сейсмическая энергия E составляет лишь часть этой накопленной энергии. Отношение этих величин, называемое сейсмическим КПД η , является важной характеристикой эффективности процесса снятия напряжений:

$$\eta = E/\Delta W.$$

В рамках механики сплошных сред при изучении процессов потери устой-

чивости традиционно рассматривают случай неизменных свойств материала и сохранения его сплошности. В этом приближении очаг землетрясения может быть описан эквивалентной системой сил, распределенных по поверхности разрыва, что непосредственно следует из теоремы взаимности Бетти [16]. Для наиболее общего случая произвольно ориентированного разрыва смещений в изотропной упругой среде используется система, состоящая из девяти пар двойных сил с моментами [17]. Данная система, схематически изображенная на рис. 1, представляет собой минимально необходимую систему для построения адекватного силового эквивалента очага в общем случае.

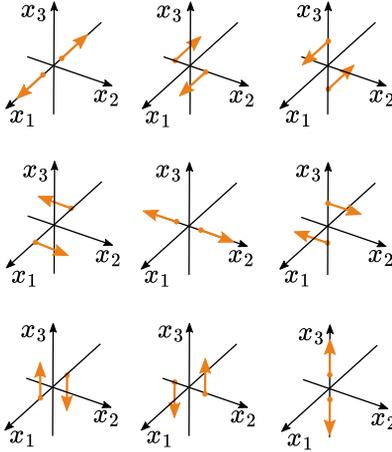


Рис. 1. Схематическое изображение девяти пар сил, необходимых для построения силового эквивалента произвольно ориентированного разрыва смещений в сплошной среде
 [Figure 1. Schematic representation of nine force couples required to construct a force equivalent for an arbitrarily oriented displacement discontinuity in a continuum medium]

При анализе деформационных процессов в земной коре важно учитывать, что фоновый уровень деформаций, обусловленный преимущественно приливными воздействиями Луны и Солнца, характеризуется величинами относительных деформаций порядка 10^{-8} . В связи с этим в дальнейшем будем рассматривать только те деформации, которые превышают указанный фоновый уровень. Такие деформации будем называть повышенными. Большинство известных предвестников выявляются в сигналах, источники которых расположены на глубине много меньшей, чем соответствующий размер земной коры. Поэтому особое внимание в работе уделяется анализу деформационных процессов, происходящих в непосредственной близости от дневной поверхности Земли.

2. Математическая постановка задачи. Рассмотрим упрощенную геометрическую модель земной коры в виде упругого изотропного полупространства. Деформационные процессы в такой системе описываются системой дифференциальных уравнений Ламе:

$$\mu u_{ijj} + (\lambda + \mu)u_{jji} + X_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где u_i — компоненты вектора перемещений; λ, μ — коэффициенты Ламе; X_i — компоненты вектора массовых сил; индексами после запятой обозначено дифференцирование по соответствующим пространственным координатам.

Примем, что упругое полупространство занимает область $x_3 \leq 0$, а поверхность Земли соответствует плоскости $x_3 = 0$. На этой поверхности выполняются условия отсутствия напряжений в направлении оси x_3 :

$$\sigma_{31}|_{x_3=0} = \sigma_{32}|_{x_3=0} = \sigma_{33}|_{x_3=0} = 0. \quad (2)$$

Дополнительно потребуем, чтобы напряжения, создаваемые очагом формирующегося землетрясения, затухали на бесконечности:

$$\lim_{x_1 \rightarrow \pm\infty} \sigma_{ij} = \lim_{x_2 \rightarrow \pm\infty} \sigma_{ij} = \lim_{x_3 \rightarrow -\infty} \sigma_{ij} = 0. \quad (3)$$

Для описания силового воздействия, соответствующего системе сил, показанной на рис. 1, введем плотность распределения массовых сил \mathbf{X} . Будем считать, что все силы приложены в точке с координатами (ξ_1, ξ_2, ξ_3) внутри упругого полупространства. В случае сосредоточенной силы, направленной вдоль оси j с интенсивностью p , вектор массовых сил принимает вид

$$\mathbf{X}^j = p\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})\mathbf{e}_j, \quad (4)$$

где $\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) = \delta(x_1 - \xi_1)\delta(x_2 - \xi_2)\delta(x_3 - \xi_3)$ — трехмерная дельта-функция Дирака, \mathbf{e}_j — единичный базисный вектор.

На основании соотношения (4) построим выражения для двойных сил. Рассмотрим сначала двойную силу, направленную вдоль оси x_1 с интенсивностью p_{11} . Как показано на рис. 2, а, такая система может быть представлена как комбинация двух сосредоточенных сил \mathbf{X}_1^1 и \mathbf{X}_2^1 , приложенных в точках $(\xi_1 + \Delta\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ и $(\xi_1 - \Delta\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ соответственно, при $\Delta\xi_1 \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1^1 &= p_{11}\delta(x_1 - (\xi_1 + \Delta\xi_1), x_2 - \xi_2, x_3 - \xi_3)\mathbf{e}_1, \\ \mathbf{X}_2^1 &= p_{11}\delta(x_1 - (\xi_1 - \Delta\xi_1), x_2 - \xi_2, x_3 - \xi_3)\mathbf{e}_1, \\ \mathbf{X} &= \lim_{\Delta\xi_1 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{X}_1^1 - \mathbf{X}_2^1}{2\Delta\xi_1} = p_{11} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_1} \mathbf{e}_1. \end{aligned}$$

Аналогичным образом, для двойной силы вдоль оси x_1 с моментом относительно оси x_3 интенсивности p_{12} (рис. 2, б) используем комбинацию сил \mathbf{X}_1^1 и \mathbf{X}_2^2 , приложенных в точках $(\xi_1, \xi_2 + \Delta\xi_2, \xi_3)$ и $(\xi_1, \xi_2 - \Delta\xi_2, \xi_3)$, при $\Delta\xi_2 \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1^1 &= p_{12}\delta(x_1 - \xi_1, x_2 - (\xi_2 + \Delta\xi_2), x_3 - \xi_3)\mathbf{e}_1, \\ \mathbf{X}_2^2 &= p_{12}\delta(x_1 - \xi_1, x_2 - (\xi_2 - \Delta\xi_2), x_3 - \xi_3)\mathbf{e}_1, \\ \mathbf{X} &= \lim_{\Delta\xi_2 \rightarrow 0} \frac{\mathbf{X}_1^1 - \mathbf{X}_2^2}{2\Delta\xi_2} = p_{12} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_2} \mathbf{e}_1. \end{aligned}$$

По аналогичной схеме могут быть получены все остальные компоненты системы сил, необходимые для описания силового эквивалента произвольно ориентированного разрыва в сплошной среде. В общем случае компоненты вектора массовых сил \mathbf{X} выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} X_1 &= p_{11} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_1} + p_{12} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_2} + p_{13} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_3}, \\ X_2 &= p_{21} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_1} + p_{22} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_2} + p_{23} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_3}, \\ X_3 &= p_{31} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_1} + p_{32} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_2} + p_{33} \frac{\partial\delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial\xi_3}. \end{aligned}$$

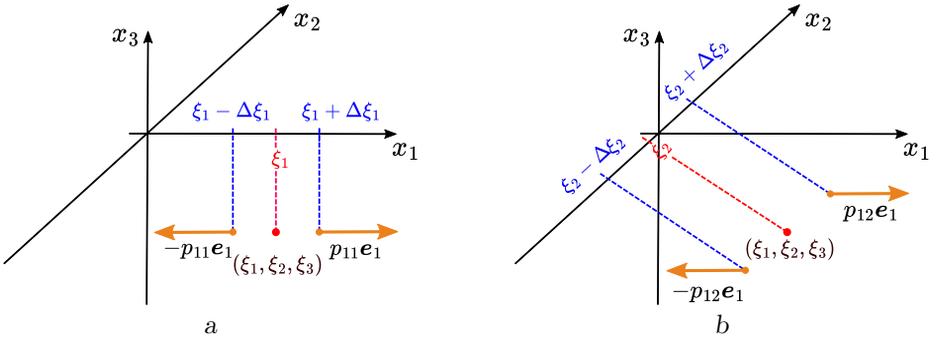


Рис. 2. Схематическое изображение комбинации сосредоточенных сил, необходимой для получения двойной силы вдоль оси x_1 (а) и двойной силы вдоль той же оси, но с моментом относительно оси x_3 (б)

[Figure 2. Schematic representation of a combination of concentrated forces to obtain a double force along the x_1 axis (a) and a double force along the same axis, but with a moment relative to the x_3 axis (b)]

Полученные выражения могут быть записаны в более компактной форме:

$$X_i = p_{ij} \frac{\partial \delta(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_j}, \quad i = 1, 2, 3,$$

где p_{ij} характеризует интенсивность соответствующей пары сил.

3. Аналитические решения. Для задачи (1) с граничными условиями (2) и (3) существуют точные решения в виде функций Грина, впервые полученные Р. Миндлинном. Рассмотрим подробно вид этих функций для различных ориентаций точечных сил.

3.1. Функции Грина для полупространства. Для единичной силы, приложенной в точке (ξ_1, ξ_2, ξ_3) упругого полупространства и направленной вдоль оси x_3 , компоненты функции Грина $\mathbf{g}^3(\mathbf{x})$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} g_1^3 &= \frac{(x_1 - \xi_1)}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(x_3 - \xi_3)}{r_1^3} + \frac{(3-4\nu)(x_3 - \xi_3)}{r_2^3} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_2(r_2 - x_3 - \xi_3)} + \frac{6x_3\xi_3}{r_2^5} \right], \\ g_2^3 &= \frac{(x_2 - \xi_2)}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(x_3 - \xi_3)}{r_1^3} + \frac{(3-4\nu)(x_3 - \xi_3)}{r_2^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_2(r_2 - x_3 - \xi_3)} + \frac{6x_3\xi_3(x_3 + \xi_3)}{r_2^5} \right], \\ g_3^3 &= \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(3-4\nu)}{r_1} + \frac{5-12\nu+8\nu^2}{r_2} + \frac{(x_3 - \xi_3)^2}{r_1^3} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{(3-4\nu)(x_3 + \xi_3)^2 - 2x_3\xi_3}{r_2^3} \right], \end{aligned}$$

где ν — коэффициент Пуассона среды, а величины r_1 и r_2 определяются так:

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 - \xi_3)^2}, \\ r_2 &= \sqrt{(x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2 + (x_3 + \xi_3)^2}. \end{aligned}$$

Для случая единичной силы, направленной вдоль оси x_1 , компоненты функции Грина $\mathbf{g}^1(\mathbf{x})$ выражаются более сложными соотношениями:

$$g_1^1 = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)} \left\{ \frac{3-4\nu}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{(x_1-\xi_1)^2}{r_2^3} + \frac{(3-4\nu)(x_1-\xi_1)}{r_2^3} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)[r_2^2 - (x_1-\xi_1)^2 - r_2(x_3+\xi_3)]}{r_2(r_2-x_3-\xi_3)^2} \right\},$$

$$g_2^1 = \frac{(x_1-\xi_1)(x_2-\xi_2)}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{1}{r_1^3} + \frac{(3-4\nu)}{r_2^3} - \frac{6x_3\xi_3}{r_2^5} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_2(r_2-x_3-\xi_3)^2} \right],$$

$$g_3^1 = \frac{(x_1-\xi_1)}{16\pi\mu(1-\nu)} \left[\frac{(x_3-\xi_3)}{r_1^3} + \frac{(3-4\nu)(x_3-\xi_3)}{r_2^3} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_2(r_2-x_3-\xi_3)} - \frac{6x_3\xi_3(x_3+\xi_3)}{r_2^5} \right].$$

В силу симметрии задачи функция Грина $\mathbf{g}^2(\mathbf{x})$ для силы вдоль оси x_2 может быть получена из $\mathbf{g}^1(\mathbf{x})$ простой заменой индексов 1 и 2.

3.2. Решение для системы двойных сил. Функции Грина, соответствующие действию двойных сил, могут быть получены дифференцированием основных решений $\mathbf{g}^i(\mathbf{x})$ по пространственным координатам, то есть в виде $\partial \mathbf{g}^i(\mathbf{x}) / \partial x_j$ [18]. При этом:

- при $i = j$ получаем решение для пары двойных сил, направленных вдоль соответствующей оси;
- при $i \neq j$ – решение для пары двойных сил с моментом относительно оси, отличной от i и j .

3.3. Общее решение через формулу Вольтерра. В общем случае поле смещений в упругом полупространстве может быть выражено через интегральное представление Вольтерра [16]:

$$u_k(\mathbf{x}) = \int_{\Sigma} s_i(\boldsymbol{\xi}) \sigma_{ij}^k(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{x}) n_j d\Sigma,$$

где $s_i(\boldsymbol{\xi})$ – вектор смещения на поверхности разрыва Σ , n_j – компоненты единичной нормали к поверхности Σ .

С учетом закона Гука для однородной изотропной среды формула Вольтерра принимает вид

$$u_k(\mathbf{x}) = \int_{\Sigma} [\mu(s_p n_q + s_q n_p) + \lambda s_k n_k \delta_{pq}] \frac{\partial g_k^p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_q} d\Sigma = \int_{\Sigma} m_{pq} \frac{\partial g_k^p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_q} d\Sigma,$$

где $m_{pq} = \mu(s_p n_q + s_q n_p) + \lambda s_k n_k \delta_{pq}$ – тензор плотности сейсмического момента [17], полностью характеризующий механику очага землетрясения.

Для случая точечного источника решение задачи принимает особенно простой вид:

$$u_k(\mathbf{x}) = M_{pq} \frac{\partial g_k^p(\mathbf{x}, \boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_q},$$

где M_{pq} – тензор сейсмического момента. Данное выражение будет использовано в дальнейшем в качестве основы для численного моделирования.

3.4. Оценка коэффициента усиления деформаций. С учетом квадратичной зависимости между компонентами тензора деформаций ε_{ij} и плотностью потенциальной энергии упругих деформаций коэффициент усиления напряженно-деформированного состояния при подготовке землетрясения принимается равным $\eta^{-0.5}$. Практическая формула для оценки этого коэффициента, предложенная И. П. Добровольским [3], имеет вид

$$\eta = 10^{0.26M_W - 3.93},$$

где M_W — моментная магнитуда землетрясения.

4. Результаты численного моделирования. Для численного моделирования использовались данные из каталога “*The Global Centroid-Moment-Tensor Catalog*” (<https://www.globalcmt.org/>), содержащего информацию о механизмах очагов землетрясений. Из каталога отобраны все сейсмические события, зарегистрированные вблизи Камчатского полуострова в период с 1976 по 2020 год. В анализ включены следующие параметры:

- дата и время события;
- координаты эпицентра (широта, долгота);
- глубина гипоцентра;
- магнитуда землетрясения;
- тензор сейсмического момента;
- скалярный сейсмический момент.

Географические координаты эпицентров находились в диапазоне от 49° до 60° с. ш. и от 149.0° до 170.0° в. д. Общий объем выборки составил $N = 877$ землетрясений.

4.1. Методика расчетов. Моделирование деформационных процессов выполнялось для поверхности земной коры ($x_3 = 0$). Расчетная область покрывала географические координаты $[48^\circ\text{--}60^\circ$ с. ш.] и $[151^\circ\text{--}170^\circ$ в. д.] с шагом сетки 0.5° . Параметры упругой среды приняты следующими:

- коэффициенты Ламе $\mu = \lambda = 3.675 \cdot 10^{10}$ Н/м²;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0.25$.

Для каждого землетрясения в узлах расчетной сетки вычислялись предсейсмические деформации по формуле

$$\varepsilon_{\max} = \frac{1}{2\mu} \sigma_{\max},$$

где $\sigma_{\max} = \max\{|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_1 - \sigma_3|\}$ — максимальное касательное напряжение; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные значения тензора напряжений.

Для каждого узла сетки (i, j) определялось количество случаев n_{ij} , когда деформации превышали фоновый уровень 10^{-8} , после чего вычислялись относительные частоты $\omega_{ij} = n_{ij}/N$.

4.2. Анализ результатов. Результаты моделирования представлены на рис. 3 и 4. На рис. 3 показано пространственное распределение относительных частот повышенных деформаций за весь исследуемый период (1976–2020 гг.). Наблюдаются следующие закономерности:

- неравномерное распределение частот с максимумами вдоль линии основного разлома у побережья Камчатки;

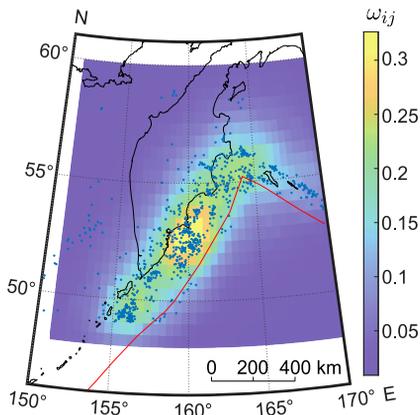


Рис. 3. Распределение относительных частот повышенных деформаций (1976–2020 гг.): точки — эпицентры землетрясений; красная линия — основной разлом

[Figure 3. Distribution of relative frequencies of increased deformations (1976–2020). Dots show earthquake epicenters, red line indicates the main fault]

- наибольшие значения частот в центральной части расчетной области;
- соседство зон максимальных деформаций с районами плотной населенности.

На рис. 4 представлены результаты моделирования для отдельных годов анализируемого периода. Из рисунка видно, что в 2013 г. (рис. 4, b) и 2016 г. (рис. 4, c) наблюдается увеличение относительных частот повышенных деформаций до 0.6–0.8 в областях с наибольшей концентрацией землетрясений. Суммарная накопленная потенциальная энергия упругих деформаций составила 1.6×10^{17} Дж (63 землетрясения) в 2013 г. и 4.6×10^{15} Дж (23 землетрясения) в 2016 г.

В 2005 г. (рис. 4, a) и 2020 г. (рис. 4, d) значения относительных частот оказались существенно ниже. По нашему мнению, это обусловлено большей пространственной разреженностью землетрясений и меньшей суммарной энергией деформаций, которая составила 1.3×10^{14} Дж (22 землетрясения) и 5.8×10^{14} Дж (27 землетрясений) соответственно.

Заключение. В рамках линейной теории упругости предложен новый подход к моделированию пространственного распределения областей повышенных деформаций, возникающих при подготовке землетрясений. Для каждой точки исследуемой поверхности земной коры выполняется моделирование предсейсмических деформаций с последующим подсчетом случаев превышения порогового значения 10^{-8} . На основе полученных данных рассчитываются относительные частоты возникновения таких деформаций.

Предложенный метод апробирован на данных каталога “*The Global Centroid-Moment-Tensor Catalog*” для Камчатки — одного из самых сейсмически активных регионов планеты. Установлено, что наиболее часто аномальные деформации возникают вдоль линии основного разлома у побережья Камчатки, причем максимумы относительных частот граничат с густонаселенными районами.

Детальный анализ по годам выявил значительную вариативность: наблюдаются периоды как с высокими частотами аномальных деформаций (0.6–0.8), так и с низкими (0.1–0.2).

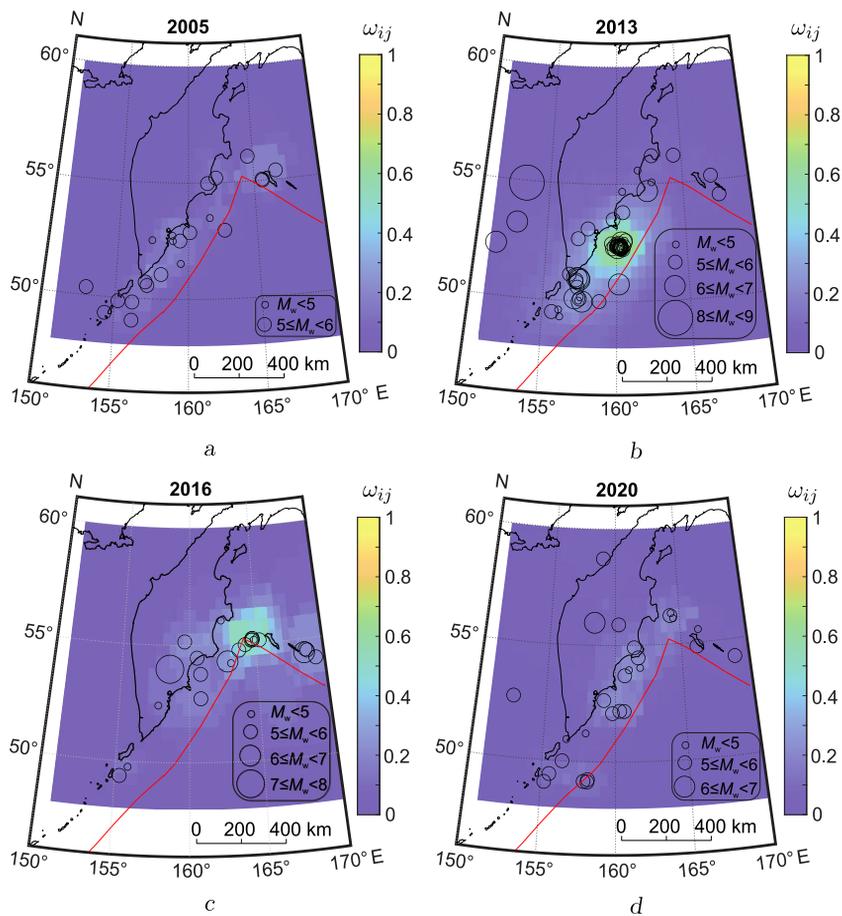


Рис. 4. Распределение относительных частот по годам: 2005 (a), 2013 (b), 2016 (c), 2020 (d): размер кружков соответствует магнитуде M_W ; красная линия — основной разлом [Figure 4. Distribution of relative frequencies by year: 2005 (a), 2013 (b), 2016 (c), 2020 (d): circle size corresponds to moment magnitude M_W ; red line indicates the main fault]

Таким образом, разработан подход для оценки зон повышенных деформаций при подготовке сильных землетрясений, что представляет значительный интерес для исследования предсейсмических аномалий различной природы.

Конкурирующие интересы. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов в отношении авторства и публикации данной статьи.

Авторский вклад и ответственность. Все авторы внесли равный вклад в разработку концепции статьи и написание рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной версии рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Исследование выполнено при поддержке Государственного задания Института космических исследований и распространения радиоволн Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИКИР ДВО РАН), регистрационный номер темы исследования 124012300245-2.

Библиографический список

1. Sholz C. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2019. xix+493 pp.
2. Мячкин В. И., Костров Б. В., Соболев Г. А., Шамина О. Г. Основы физики очага и предвестники землетрясений / *Физика очага землетрясений*; ред. М. А. Садовский. М.: Наука, 1975. С. 6–29.
3. Добровольский И. П. *Математическая теория прогноза и подготовки тектонического землетрясения*. М.: Физматлит, 2009. 240 с.
4. Brace W. F., Byerlee J. D. Stick-slip as a mechanism for earthquakes // *Science*, 1966. vol. 153, no. 3739. pp. 990–992. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.153.3739.990>.
5. Калинин В. А., Родкин М. В., Томашевская И. С. *Геодинамические эффекты физико-химических превращений в твердой среде*. М.: Наука, 1989. 157 с.
6. Martínez-Garzón P., Poli P. Cascade and pre-slip models oversimplify the complexity of earthquake preparation in nature // *Commun. Earth Environ.*, 2024. vol. 5, 120. DOI: <https://doi.org/10.1038/s43247-024-01285-y>.
7. Семенов Р. М., Кашковский В. В., Лопатин М. Н. Модель подготовки и реализации тектонического землетрясения и его предвестников в условиях растяжения земной коры // *Геодинамика и тектонофизика*, 2018. Т. 9, № 1. С. 165–175. EDN: XVEWTR. DOI: <https://doi.org/10.5800/GT-2018-9-1-0343>.
8. Добровольский И. П. Распределение деформаций и напряжений при подготовке тектонического землетрясения // *Физика земли*, 2003. № 10. С. 33–40. EDN: OOHLPX.
9. Ребецкий Ю. Л., Лермонтова А. С. Учет закритического состояния геосреды и проблема дальнедействующего влияния очагов землетрясений // *Вестник КРАУНЦ. Сер. Науки о Земле*, 2016. № 4. С. 115–123.
10. Ребецкий Ю. Л., Лермонтова А. С. О проблеме дальнедействующего влияния очагов землетрясений // *Вулканол. и сейсмол.*, 2018. № 5. С. 53–66. EDN: OMSOWB. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0203030618050061>.
11. Пережогин А. С., Шевцов Б. М. Модели напряженно-деформированного состояния горных пород при подготовке землетрясений и их связь с геоакустическими наблюдениями // *Вычисл. технол.*, 2009. Т. 14, № 3. С. 48–57. EDN: JXMWHA.
12. Пережогин А. С. *Моделирование зон геоакустической эмиссии в условиях деформационных возмущений*. Петропавловск-Камчатский: КамГУ им. Витуса Беринга, 2013. 92 с.
13. Назарова Л. А., Назаров Л. А., Козлова М. П. Роль дилатансии в формировании и эволюции зон дезинтеграции в окрестности неоднородностей в породном массиве // *Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых*, 2009. № 5. С. 3–12. EDN: KXZMTZ.
14. Салтыков В. А., Кугаенко Ю. А. Развитие приповерхностных зон дилатансии как возможная причина аномалий в параметрах сейсмической эмиссии перед сильными землетрясениями // *Тихоокеан. геолог.*, 2012. Т. 31, № 1. С. 96–106. EDN: OXSTWD.
15. Gareev M., Marapulets Yu. Modeling locations with enhanced Earth's crust deformation during earthquake preparation near the Kamchatka Peninsula // *Appl. Sci.*, 2022. vol. 13, no. 1, 290. DOI: <https://doi.org/10.3390/app13010290>.
16. Segall P. *Earthquake and Volcano Deformation*. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 2010. xxiii+432 pp.
17. Aki K., Richards P. G. *Quantitative Seismology*. Sausalito, California: University Science Books, 2002. 704 pp.
18. Лурье А. И. *Теория упругости*. М.: Наука, 1970. 940 с.

MSC: 74B05, 86A15, 35Q74

Modeling of the spatial distribution of increased pre-seismic deformation areas

*M. I. Gapeev, Yu. V. Marapulets, A. A. Solodchuk*Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation FEB RAS,
7, Mirmaya st., Paratunka, Kamchatksy krai, 684034, Russian Federation.

Abstract

We present a novel approach within linear elasticity theory for modeling the spatial distribution of enhanced crustal deformations during earthquake preparation. Our model utilizes the Lamé differential equation system, representing the seismic source as a concentrated force system acting at a point within an elastic half-space. The associated boundary value problem is solved analytically using Green's functions. The framework computes anomalous pre-seismic deformations at each surface point and quantifies their occurrence frequency relative to background tidal deformation thresholds.

The method was validated using the *Global Centroid-Moment-Tensor Catalog* for the Kamchatka Peninsula seismic zone. Simulations of deformation patterns preceding earthquakes (1976–2020) reveal:

- Deformation anomalies predominantly align with the primary coastal fault system;
- Peak occurrence frequencies (0.6–0.8) correlate with densely populated regions;
- Distinct temporal variability, with high-activity phases (0.6–0.8) interspersed with low-activity intervals (0.1–0.2).

This approach provides a robust tool for investigating pre-seismic deformation patterns and identifying multidisciplinary precursor phenomena in active tectonic regions.

Keywords: modeling of pre-seismic deformations, Green's function, theory of elasticity, Kamchatka seismicity, tectonic stress.

Mathematical Modeling, Numerical Methods and Software Complexes

Research Article

© Authors, 2025

© Samara State Technical University, 2025 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Gapeev M. I., Marapulets Yu. V., Solodchuk A. A. Modeling of the spatial distribution of increased pre-seismic deformation areas, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2025, vol. 29, no. 1, pp. 77–90. EDN: OFDPNU. DOI: [10.14498/vsgtu2100](https://doi.org/10.14498/vsgtu2100) (In Russian).

Authors' Details:

Maxim I. Gapeev  <https://orcid.org/0000-0001-5798-7166>Junior Researcher; Lab. of Acoustic Research; e-mail: gapeev.sci@yandex.ru*Yury V. Marapulets*  <https://orcid.org/0000-0002-3030-9944>Dr. Phys. & Math. Sci., Associate Professor; Director; e-mail: marpl@ikir.ru*Alexandra A. Solodchuk*  <https://orcid.org/0000-0002-6761-8978>

Cand. Phys. & Math. Sci.; Senior Researcher; Lab. of Acoustic Research;

e-mail: aleksandra@ikir.ru

Received: 20th June, 2024 / Revised: 25th October, 2024 /
 Accepted: 21st February, 2025 / First online: 25th March, 2025

Competing interests. The authors declare no conflict of interest regarding the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. All authors contributed equally to the development of the article's concept and the writing of the manuscript. The authors take full responsibility for submitting the final version of the manuscript for publication. The final version of the manuscript was approved by all authors.

Funding. This study was supported by the State Assignment of the Institute of Cosmophysical Research and Radio Wave Propagation, Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (IKIR FEB RAS), research project registration no. 124012300245-2.

References

1. Sholz C. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 2019, xix+493 pp.
2. Myachkin V. I., Kostrov B. V., Sobolev G. A., Shamina O. G. Fundamentals of earthquake source physics and earthquake precursors, In: *Fizika ochaga zemletriasenii* [Earthquake Source Physics]; ed. M. A. Sadovsky. Moscow, Nauka, 1975, pp. 6–29 (In Russian).
3. Dobrovolskiy I. P. *Matematicheskaya teoriya prognoza i podgotovki tektonicheskogo zemletriaseniya* [Mathematical Theory of Prediction and Preparation of a Tectonic Earthquake]. Moscow, Fizmatlit, 2009, 240 pp. (In Russian)
4. Brace W. F., Byerlee J. D. Stick-slip as a mechanism for earthquakes, *Science*, 1966, vol. 153, no. 3739, pp. 990–992. DOI: <https://doi.org/10.1126/science.153.3739.990>.
5. Kalinin V. A., Rodkin M. V., Tomashevskaya I. S. *Geodinamicheskie efekty fiziko-khimicheskikh prevrashchenii v tverdoi srede* [Geodynamic Effects of Physical and Chemical Transformations in a Solid Medium]. Moscow, Nauka, 157 pp. (in Russian)
6. Martínez-Garzón P., Poli P. Cascade and pre-slip models oversimplify the complexity of earthquake preparation in nature, *Commun. Earth Environ.*, 2024, vol. 5, 120. DOI: <https://doi.org/10.1038/s43247-024-01285-y>.
7. Semenov R. M., Kashkovsky V. V., Lopatin M. N. Model of tectonic earthquake preparation and occurrence and its precursors in conditions of crustal stretching, *Geodynamics Tectonophysics*, 2018, vol. 9, no. 1, pp. 165–175 (In Russian). EDN: XVEWTR. DOI: <https://doi.org/10.5800/GT-2018-9-1-0343>.
8. Dobrovolsky I. P. Strain and stress distribution associated with the preparation of a tectonic earthquake, *Izv. Phys. Solid Earth*, 2003, vol. 39, no. 10, pp. 812–819. EDN: GUJETV.
9. Rebetsky Yu. L., Lermontova A. S. Registration of supercritical conditions of geologic environment and challenges in earthquake source remote sensing, *Vestnik KRAUNTs, Nauki o Zemle*, 2016, no. 4, pp. 115–123 (In Russian).
10. Rebetsky Yu. L., Lermontova A. S. On the long-range influence of earthquake rupture zones, *J. Volcanolog. Seismol.*, 2018, vol. 12, no. 5, pp. 341–352. EDN: UFEBWZ. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0742046318050068>.
11. Perezhogin A. S., Shevtsov B. M. Models of an intense-deformed condition of rocks before earthquakes and their correlation with geo-acoustic emission, *Vychisl. Tekhnol.*, 2009, vol. 14, no. 3, pp. 48–57 (In Russian). EDN: JXMWHA.
12. Perezhogin A. S. *Modelirovanie zon geoakusticheskoi emissii v usloviyakh deformatsionnykh vozmushchenii* [Modeling of Geoacoustic Emission Zones under Conditions of Deformation Disturbances]. Petropavlovsk-Kamchatsky, Vitus Bering Kamchatka State Univ., 2013, 92 pp. (In Russian)

13. Nazarova L. A., Nazarov L. A. Dilatancy and the formation and evolution of disintegration zones in the vicinity of heterogeneities in a rock mass, *J. Min. Sci.*, 2009, vol. 45, no. 5, pp. 411–419. EDN: MWYMUJ. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10913-009-0052-3>.
14. Saltykov V. A., Kugaenko Yu. A. Development of near-surface dilatancy zones as a possible cause for seismic emission anomalies before strong earthquakes, *Russ. J. Pac. Geol.*, 2012, vol. 6, no. 1, pp. 86–95. EDN: PDKQFF. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1819714012010113>.
15. Gapeev M., Marapulets Yu. Modeling locations with enhanced Earth's crust deformation during earthquake preparation near the Kamchatka Peninsula, *Appl. Sci.*, 2022, vol. 13, no. 1, 290. DOI: <https://doi.org/10.3390/app13010290>.
16. Segall P. *Earthquake and Volcano Deformation*. Princeton, NJ, Princeton Univ. Press, 2010, xxiii+432 pp.
17. Aki K., Richards P. G. *Quantitative Seismology*. Sausalito, California, University Science Books, 2002, 704 pp.
18. Lur'e A. I. *Teoriia uprugosti* [Theory of Elasticity]. Moscow, Nauka, 1970, 940 pp. (In Russian)