УДК 517.958:537.52

## Математическое моделирование процесса формирования искрового разряда и связи его характеристик с критическими условиями воспламенения пылевоздушной взвеси энергетических веществ



А. С. Нечаев, Д. В. Зубиков, М. С. Гречухина, А. Н. Давыдов

Самарский государственный технический университет, Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

## Аннотация

Рассмотрены вопросы математического моделирования процесса формирования искрового разряда в экспериментальной установке, в ходе которого установлена зависимость энергии разряда и временно́го профиля энерговыделения от параметров разрядной цепи. Исследовано влияние основных теплофизических характеристик пылевоздушной взвеси, полидисперсного состава частиц, длительности разрядного процесса на коэффициент преобразования электрической энергии в тепловую (получено аналитическое выражение для расчета тепловой составляющей энергии разряда). Разработана расчетная методика определения оптимальных параметров разрядной цепи и напряжения заряда, обеспечивающих воспламенение пылевоздушной взвеси при вариациях ее теплофизических и дисперсных характеристик в серии экспериментов.

Ключевые слова: искровой разряд, минимальная энергия воспламенения, пылевоздушная смесь, энергетические материалы, электрический пробой, теплопередача, параметры разряда.

# Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ Краткое сообщение

© Коллектив авторов, 2025

© СамГТУ, 2025 (составление, дизайн, макет)

∂ @● Контент публикуется на условиях лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

### Образец для цитирования

Нечаев А. С., Зубиков Д. В., Гречухина М. С., Давыдов А. Н. Математическое моделирование процесса формирования искрового разряда и связь его характеристик с критическими условиями воспламенения пылевоздушной взвеси энергетических веществ // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2025. Т. 29, № 1. С. 187–202. EDN: wNvSJF. DOI: 10.14498/vsgtu2137.

### Сведения об авторах

*Александр Сергеевич Нечаев* https://orcid.org/0000-0002-0939-8292 кандидат технических наук; доцент; каф. радиотехнических устройств; e-mail:nechaev-as@mail.ru

Дмитрий Валерьевич Зубиков D https://orcid.org/0000-0002-1408-6381 аспирант; каф. радиотехнических устройств; e-mail: zubikov\_ekran@mail.ru Мария Сергеевна Гречухина 🖄 🗈 https://orcid.org/0000-0001-7797-3802

кандидат технических наук; старший научный сотрудник; лаб. цифровых двойников материалов и технологических процессов их обработки; e-mail:mariya\_grechukhina@mail.ru

Андрей Николаевич Давыдов D https://orcid.org/0000-0002-7061-5460 кандидат технических наук; доцент; каф. механики; e-mail: davydov.an@samgtu.ru Получение: 18 ноября 2024 г. / Исправление: 17 февраля 2025 г. / Принятие: 21 февраля 2025 г. / Публикация онлайн: 9 апреля 2024 г.

Исследования чувствительности порошков и взвесей энергетических веществ (ЭВ) и ее зависимости как от параметров самих порошков и пылей, так и от условий окружающей среды, ведущиеся уже более ста лет, остаются актуальной задачей и в настоящее время. Причиной этого является тот факт, что несмотря на повсеместную разработку и внедрение еще в 60–80-х гг. XX в. систем нормативных документов, устанавливающих правила пожаровзрывобезопасного обращения с горючими порошками и их пылевоздушными взвесями (ПВВ), согласно имеющейся статистике "Combustible Dust Incident Report", в мире ежегодно происходит около 60 крупных пылевых взрывов и 210 пожаров.

Основной причиной возникновения аварийных ситуаций при производстве или использовании порошков энергетических веществ является несоблюдение требований техники безопасности. Однако в подавляющем большинстве случаев такое несоблюдение связано не с прямым игнорированием установленных правил и инструкций, а с их некорректной адаптацией при изменении режимов или условий выполнения технологических операций при изготовлении или обращении с ЭВ. Иными словами, при модификации технологического процесса часто происходит ошибочная оценка изменений параметров вещества, определяющих его пожаровзрывобезопасность.

Согласно [1], к таким параметрам для пылевоздушных взвесей энергетических веществ относятся:

- нижний концентрационный предел распространения пламени (воспламенения);
- минимальная энергия зажигания (воспламенения);
- максимальное давление взрыва;
- скорость нарастания давления при взрыве;
- минимальное взрывоопасное содержание кислорода.

Среди указанных параметров ключевым, определяющим чувствительность ПВВ ЭВ к внешним воздействиям, является минимальная энергия воспламенения (МЭВ). Следовательно, именно этот параметр требует первоочередной оценки при изменении режимов или условий обращения с ЭВ.

Актуальность задачи определения чувствительности ПВВ ЭВ к электрическим разрядам обусловлена двумя основными факторами:

- значительная доля технологических операций, осуществляемых при производстве или обращении с энергетическими веществами в различных отраслях промышленности (прежде всего в оборонной — при снаряжении боеприпасов — и горнодобывающей — при пневмотранспортировании ЭВ, пневмозаряжании шпуров и скважин [2]), требует перевода веществ в состояние ПВВ либо приводит к их образованию в качестве побочного продукта;
- 2) широкий спектр ЭВ (от взрывчатых веществ до зерна и муки) при переводе в состояние ПВВ приобретает, с одной стороны, склонность

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>См., например, https://dss1.s3.us-east-2.amazonaws.com/external/2020MYIR/2020-Mid-Year-Combustible-Dust-Incident-Report-v5.pdf.

к накоплению электростатических зарядов, с другой стороны — высокую чувствительность к электростатическим разрядам.

Определение минимальной энергии зажигания ПВВ осуществляется преимущественно путем подачи искрового разряда заданной энергии в камеру известного объема, содержащую исследуемую взвесь [3,4].

Методики определения энергии искрового разряда, достаточной для воспламенения ПВВ, регламентированные нормативно-техническими документами [4–6], предусматривают двухэтапную процедуру эксперимента.

- 1. Подбор оптимальных параметров:
  - показатели распыления пыли (частота и амплитуда вибраций сита, расстояние между ситом и осью электродов для виброситовых установок; давление распыляющих струй сжатого воздуха и временная задержка для пневматических систем);
  - межэлектродного расстояния, обеспечивающих условия максимальной воспламеняемости взвеси.
- Проведение серии экспериментов с фиксированными оптимальными параметрами и последовательным уменьшением энергии разряда путем регулирования электрической емкости конденсатора и/или напряжения зарядки конденсатора до достижения заданного уровня вероятности воспламенения.

В настоящем исследовании решается задача установления взаимосвязи между параметрами разрядной цепи и напряжением разряда, теплофизическими и дисперсными характеристиками исследуемых ПВВ энергетических веществ.

Актуальность работы обусловлена возможностью разработки математического инструмента для предварительной оценки минимальной энергии воспламенения (с учетом погрешности моделирования) и оптимальных параметров разрядной цепи и напряжения заряда, что позволяет существенно сократить объем экспериментальных исследований.

Исходными данными для решения поставленной задачи являются критическое значение вероятности воспламенения, при достижении которого энергия воспламенения фиксируется в качестве минимальной, и электрические схемы экспериментальных установок для исследования энергетических веществ на чувствительность к электрическому разряду.

В качестве нормативной базы использованы ГОСТ Р 31610.20-2-2017 [4] и ГОСТ Р МЭК 61241-2-3-99 [6] как соответствующие действующим международным стандартам по определению минимальной энергии зажигания пылевоздушных смесей.

Согласно указанным стандартам, диапазон значений минимальной энергии зажигания  $E_{\min}$  определяется следующим образом:

- нижняя граница  $E_1$  энергия, при которой воспламенение не наблюдается в 20 последовательных экспериментах; при этом небольшое превышение  $E_1$  должно приводить к воспламенению хотя бы в одном случае из 20 испытаний;
- верхняя граница  $E_2$  энергия, гарантирующая воспламенение во всех 20 испытаниях; незначительное уменьшение  $E_2$  должно приводить к отсутствию воспламенения хотя бы в одном случае.

Таким образом, минимальная энергия зажигания удовлетворяет условию

$$E_1 < E_{\min} < E_2.$$

Схемы установок для испытания энергетических веществ на чувствительность к электрическому разряду, приведенные в указанных стандартах, обладают следующими особенностями:

- возможностью контроля энергии искры путем изменения межэлектродного промежутка или напряжения зарядной цепи;
- наличием единой полной электрической схемы, представленной на рис. 1.



Рис. 1. Эквивалентная электрическая схема разрядных цепей стандартизованных установок для определения воспламеняющей энергии искрового разряда

[Figure 1. Equivalent electrical circuit of discharge circuits in standardized setups for determining spark discharge ignition energy]

Эквивалентная схема включает следующие элементы:

- ключ, замыкаемый при t = 0 для инициации разряда;
- активное сопротивление разрядного промежутка  $R_p$  (переменное);
- активное сопротивление электронных компонентов цепи  $R_c$ ;
- активное сопротивление проводников  $R_n$ ;
- индуктивность разрядного промежутка  $L_p$ ;
- индуктивность электронных компонентов  $L_c$ ;
- индуктивность проводников *L<sub>n</sub>*;
- емкость рабочего конденсатора C;
- емкость разрядного промежутка до момента его пробоя C<sub>p</sub>;
- совокупность паразитных емкостей составных частей цепи C<sub>n</sub>.

Для определения энергии искрового разряда, выделяемой на разрядном промежутке, проведем анализ процессов в данной цепи. Энергия в промежутке определяется выражением

$$E(t) = \int_0^t i^2(t) R_p dt, \qquad (1)$$

где E(t) — выделяемая энергия в разрядном промежутке, Дж; i(t) — ток разряда, А;  $R_p$  — активное сопротивление разрядного промежутка, Ом.

Ток разряда аппроксимируется решением для затухающего колебательного контура:

$$i(t) = A_i e^{-\alpha t} \sin \omega t, \tag{2}$$

где  $A_i$  — постоянная составляющая амплитуды тока в затухающем колебательном искровом разряде, А;  $\alpha$  — коэффициент затухания в газоразрядном промежутке, с<sup>-1</sup>;  $\omega$  — угловая частота, рад/с.

Параметры  $A_i$  и  $\omega$  определяются соотношениями

$$A_i = (U_H - U_O)\sqrt{C_{\Sigma}/L_{\Sigma}}, \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2},$$

где  $U_H$  — напряжение заряда конденсатора, В;  $U_O$  — остаточное напряжение на конденсаторе после завершения разряда, В;  $C_{\Sigma}$  — суммарная емкость разрядной цепи, Ф;  $L_{\Sigma}$  — суммарная индуктивность разрядной цепи, Гн  $\omega_0$  резонансная частота разрядной цепи (RLC-контура), рад/с. Резонансная частота вычисляется по формуле  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_{\Sigma}C_{\Sigma}}$ .

Аналитическое определение коэффициента затухания <br/>  $\alpha$ возможно по формуле

$$\alpha = \frac{R_{\Sigma} + R_p}{2L_{\Sigma}},$$

однако, как показано в [6], сравнение экспериментальных данных с расчетами по (2) с таким коэффициентом  $\alpha$  выявило возрастающее расхождение между реальной кривой тока в цепи и аппроксимированной кривой, особенно заметное с четвертого периода разряда.

В связи с этим в [7] предложен экспериментальный метод определения  $\alpha$ , включающий следующие этапы:

- проведение серии разрядов в исследуемой цепи с фиксацией мгновенных значений тока и временных характеристик для нескольких начальных периодов;
- 2) построение усредненной экспериментальной кривой тока;
- 3) итерационный подбор  $\alpha$  для достижения наилучшего соответствия между теоретической кривой по (2) и экспериментальными данными.

После определения всех параметров в (2) подстановка в (1) дает, согласно [8], выражение для энергии на разрядном промежутке:

$$E(t) = \frac{A_i^2 R_p \omega}{4(\alpha^2 + \omega^2)} \Big[ \frac{\omega}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha t}) - e^{-2\alpha t} \Big( \frac{2\alpha}{\omega} \sin^2 \omega t + \sin 2\omega t \Big) \Big].$$
(3)

Согласно приведенному выражению, энергия искрового разряда в схеме определяется напряжением заряда конденсатора (через параметр  $A_i$ ), сопротивлением разрядного промежутка  $R_p$ , угловой частотой и коэффициентом затухания контура. При этом ключевое влияние оказывают активное сопротивление контура и его индуктивность.

Важно отметить, что частота колебаний разрядного тока существенно влияет на процессы в искровом промежутке и порог пробоя [9]. Это свидетельствует о значительном влиянии параметров контура на характер протекания разряда и минимальную энергию зажигания ПВВ.

Однако детальное исследование данного влияния и разработка его аналитического описания выходят за рамки настоящей работы и могут стать предметом отдельного исследования. В данной статье мы сосредоточимся на определении сопротивления разрядного промежутка  $R_p$  — последнего неопределенного параметра в выражении для расчета энергии разряда.

Основной вопрос: можно ли считать  $R_p$  постоянной величиной или оно изменяется в процессе разряда:  $R_p = R_p(t)$ ? Согласно исследованиям [8, 10], сопротивление разрядного промежутка

Согласно исследованиям [8, 10], сопротивление разрядного промежутка  $R_p$  изменяется незначительно и может быть аппроксимировано постоянным значением, равным среднему сопротивлению за первые периоды разряда. Методика определения  $R_p$  включает в себя следующие этапы:

1) определение *α* для цепи с нагрузкой;

- 2) определение  $\alpha_*$  для короткозамкнутой цепи;
- 3) расчет  $R_p$  по формуле [11]

$$R_p = 2L(\alpha - \alpha_*). \tag{4}$$

Однако, как показано в [7], такое предположение приводит к расхождению экспериментальных и расчетных кривых тока, а также заметным погрешностям начиная с 4-го периода. Это ставит под сомнение постоянство коэффициента  $\alpha$  и постоянство сопротивления  $R_p$ .

К дополнительным аргументам против постоянства  $R_p$  можно отнести следующие [7, 12, 13]:

– линейность BAX разрядного канала;

– противоречие экспериментальным данным;

убывающий характер ВАХ для различных типов разрядов.

Таким образом, использование формулы (4) для определения  $R_p$  позволя-ет получить лишь приближенное значение энергии разряда в выражении (3).

Применим временную дискретизацию. Все время существования искрового разряда разделим на N интервалов  $t \in [t_n, t_{n+1}], n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ .

Для учета непостоянства сопротивления  $R_p$  предлагается использовать анализ переходного процесса в цепи (рис. 1) на основе закона Кирхгофа:

$$u_p(t) + R_c(t)i_p(t) + L(t)\frac{di_p(t)}{dt} + \frac{1}{C(t)}\int_{t_n}^{t_{n+1}} i_p(t)dt = 0, \quad t \in [t_n, t_{n+1}], \quad (5)$$

где  $u_p(t), i_p(t)$  — значения напряжения и тока в разрядном промежутке;  $R_c(t), L(t), C(t)$  — сопротивление, индуктивность и емкость цепи (изменяющиеся параметры), учет которых в явном виде затруднен.

На каждом интервале  $t \in [t_n, t_{n+1}]$  изменяющиеся параметры будем считать постоянными:  $R_c(t) = R_c(t_n), L(t) = L(t_n), C(t) = C(t_n).$ 

Выражая из (5)  $u_p(t)$  и используя закон Ома, получаем выражение для  $R_n(t)$ :

$$R_{p}(t) = -\frac{u_{p}(t)}{i_{p}(t)} = \frac{1}{i_{p}(t)} \left( R_{c}(t_{n})i_{p}(t) + L(t_{n})\frac{di_{p}(t)}{dt} + \frac{1}{C(t_{n})}\int_{t_{n}}^{t_{n+1}}i_{p}(t)dt \right), \quad t \in [t_{n}, t_{n+1}], \quad (6)$$

где знак минус обеспечивает положительность  $R_p(t)$  при отрицательном  $u_p(t)$ . Для практических расчетов рекомендуется выбирать интервалы  $[t_n, t_{n+1}]$ на основе частоты  $\omega$ , чтобы весь промежуток искрового разряда разбить на конечное число отрезков N. На каждом интервале  $t \in [t_n, t_{n+1}]$  будем считать  $R_{p}(t)$  постоянным:  $R_{p}(t) = R_{p}(t_{n})$ . Такой подход позволяет учесть непостоянство сопротивления разрядного промежутка при определении энергии разряда и на основании (3) получить значение энергии разряда на всем разрядном промежутке:

$$E = \sum_{n=0}^{N-1} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{A_i^2 R_p(t_n)\omega}{4(\alpha^2 + \omega^2)} \Big[ \frac{\omega}{\alpha} (1 - e^{-2\alpha t}) - e^{-2\alpha t} \Big( \frac{2\alpha}{\omega} \sin^2 \omega t + \sin 2\omega t \Big) \Big] dt.$$
(7)

В рамках данной статьи задача установления связи между параметрами разрядной цепи и напряжением разряда с теплофизическими и дисперсными характеристиками ПВВ ЭВ решена частично. Получена зависимость энергии разряда *E* от параметров разрядной цепи и характеристик разрядного тока.

Для учета влияния теплофизических и дисперсных свойств ПВВ вводится оператор M, характеризующий долю тепловой энергии в полной энергии искры [14]:

$$M = \frac{AE_g}{4\pi\lambda_g \tilde{t}R\tilde{T}^2},\tag{8}$$

где A — линейная плотность тепловыделения от искры,  $Дж/(M \cdot K)$ ;  $E_g$  — энергия в газовой фазе, Дж;  $\lambda_g$  — коэффициент теплопроводности газа,  $Bt/(M \cdot K)$ ;  $R = 8.314 \ Дж/(моль \cdot K)$  — универсальная газовая постоянная;  $\tilde{t}$  — характерное время реакции окисления (горения), с;  $\tilde{T}$  — масштабная температура, K, меньшая адиабатической температуры сгорания газовзвеси.

Масштабная температура  $\tilde{T}$  выбирается в пределах Семеновских интервалов:

$$\tilde{T} = R\tilde{T}_0^2/E_a,$$

где  $\tilde{T}_0$  — температура среды или температура на границе сред газ/пыль;  $E_a$  — энергия активации, являющаяся эмпирическим значением и показывающая зависимость протекания реакции от температуры.

В работе [14] сделаны существенные допущения, не позволяющие использовать выражение для оператора M в виде (8):

- однородность распределения частиц в газе;
- сферическая форма частиц и их одинаковый размер;
- использование закона Ньютона для теплообмена между газом и частицами;
- пренебрежение термическим расширением газа;
- моделирование искры мгновенным нитевидным источником тепловыделения.

Эти допущения противоречат реальным условиям, так как технологические порошки всегда полидисперсны, а процесс искрообразования — не мгновенный процесс.

Экспериментальные данные [14] показывают, что мелкие частицы снижают энергию воспламенения, увеличивают полноту сгорания, имеют лучшее соотношение площадь/объем, а крупные частицы требуют больше энергии для нагрева, обладают тепловой инерционностью, имеют ограниченное влияние за пределом критического размера.

Для аналитического описания влияния полидисперсности частиц и протяженности искрового разряда во времени на МЭВ рассмотрим схему процесса (рис. 2).

На рис. 2 штриховой кривой обозначена траектория сформировавшегося искрового разряда, а кривыми 3 обозначены некоторые возможные траектории формирования разряда.

Согласно исследованиям, представленным в работе [14], формирование искрового разряда в газовой среде обусловлено развитием электронных лавин (стримеров). При наличии в межэлектродном промежутке твердых диэлектрических частиц наблюдается существенная модификация траектории



Рис. 2. Схематическое представление процесса нагрева частиц вещества искровым разрядом: 1 — частицы вещества; 2 — электроды; 3 — траектории искрового разряда; V — средняя скорость потока частиц;  $T_{\min}$  — начальная температура частиц;  $T_{\max}$  — максимальная температура нагрева материала частиц от искрового разряда

[Figure 2. Schematic representation of particle heating process by spark discharge: 1 - particles; 2 - electrodes; 3 - spark discharge trajectories; V - average particle flow velocity;  $T_{\min}$  — initial particle temperature;  $T_{\max}$  — maximum heating temperature of particle material from spark discharge]

разрядного канала, который преимущественно развивается в межчастичных промежутках.

Как следует из стримерной теории [15], в случае присутствия диэлектрических частиц в разрядном промежутке процесс следует рассматривать как поверхностный (скользящий) разряд, распространяющийся вдоль границы раздела газовой среды и твердых частиц. Тепловая энергия, выделяющаяся в проводящем канале разряда, передается контактирующим с ним частицам, причем эффективность теплопередачи определяется соотношением коэффициентов теплопроводности материала частиц и окружающей газовоздушной смеси.

Следует подчеркнуть, что поскольку теплопроводность твердых диэлектриков, как правило, на порядок превышает аналогичный параметр газовой фазы, основная часть тепловой энергии скользящего разряда поглощается именно частицами вещества.

Анализ рис. 2 позволяет выявить характер распределения теплового воздействия искрового разряда на частицы вещества в зависимости от их размерных характеристик и площади контакта с каналом искрового разряда. Видно, что частицам малого размера для повышения их внутренней энергии достаточно более короткого контакта с разрядом, чем частицам крупного размера. В свою очередь, частицы малого размера при сгорании от полученной энергии могут положить начало детонации более крупных частиц, которые не реагировали при контакте с разрядным каналом.

Скорость распространения стримеров  $V_c$  составляет  $10^7-10^8$  см/с [15], что на несколько порядков превышает характерную скорость потока частиц V. Это позволяет рассматривать процесс нагрева частиц искровым разрядом в приближении неподвижных частиц во время электрического пробоя среды.

Представленная на рис. 2 схема процесса нагрева частиц позволяет сделать вывод о линейной зависимости плотности тепловыделения A, характеризующей количество тепла, выделяемого в единицу времени на единицу длины разрядного промежутка. В данном случае безразмерный оператор M, описывающий долю тепловой энергии в общем энергетическом балансе искры, может рассматриваться как аналог коэффициента полезного действия теплопередачи от разряда к ПВВ. Такое приближение остается справедливым и для нашей модели при учете полидисперсного состава частиц и конечного времени существования разряда.

Согласно стримерной теории [15], при формировании искрового разряда в пылевоздушной взвеси, содержащей твердые диэлектрические частицы, разряд может развиваться исключительно вдоль поверхностей раздела газ/частица и через межчастичные промежутки. Данное обстоятельство приводит к существенной зависимости длины искрового канала  $l_p$  от размерных характеристик частиц: увеличение линейных размеров частиц вызывает пропорциональное удлинение траектории разряда.

Из общеизвестного соотношения  $R_p = \rho_p l_p / S_p$ , где  $\rho_p -$ удельное сопротивление канала,  $S_p -$ площадь его поперечного сечения, следует, что рост длины канала  $l_p$  при постоянных  $\rho_p$  и  $S_p$  приводит к линейному увеличению сопротивления разрядного промежутка  $R_p$ .

При дискретном рассмотрении процесса формирования канала, разбитого на  $N_f$  элементарных отрезков  $\Delta l$ , на прохождение каждого из которых заряду требуется интервал времени  $[t_n, t_{n+1}]$ , при постоянной скорости распространения стримера  $V_c$ , общая длина канала  $l_p = N_f \Delta l = V_c t_f$ , где  $t_f$  полное время формирования разрядного канала.

Рассмотрим вопрос учета временны́х характеристик разряда через анализ сопротивления канала. В течение периода существования сформированного канала  $t_c$  его сопротивление определяет интенсивность теплопотерь, связанных с передачей энергии частицам. При этом наблюдается монотонная зависимость: с увеличением времени существования канала возрастают суммарные тепловые потери, что эквивалентно росту интегрального сопротивления.

Для количественного описания данного эффекта предлагается следующий подход:

- временно́й интервал от 0 до  $t_c$  разбивается на  $N_c$  отрезков  $t \in [t_n, t_{n+1}];$
- в пределах каждого отрезка сопротивление канала  $R_p(t)$  принимается постоянным:  $R_p(t) = R_p(t_n);$
- суммарное сопротивление вычисляется по формуле

$$R_p = \sum_{n=0}^{N_c - 1} \int_{t_n}^{t_{n+1}} R_p(t_n) dt.$$

Такой подход позволяет корректно учесть влияние временной продолжительности разряда на интегральные характеристики канала через введение параметра  $N_c$ , ограничивающего время существования разряда.

Для установления взаимосвязи между параметрами разрядной цепи, напряжением разряда и характеристиками пылевоздушной взвеси в выражение (7) вводится безразмерный оператор M, определяемый соотношением (8). Учет влияния полидисперсности частиц и конечного времени существования разряда на минимальную энергию воспламенения осуществляется путем дискретизации процесса:

$$N = N_f + N_c,$$

где  $N_f$  — количество временны́х интервалов формирования канала;  $N_c$  — количество интервалов существования сформированного канала.

В итоге выражение для определения полной энергии искры E может быть преобразовано в выражение для определения тепловой энергии искры  $E_t$  с учетом полидисперсности частиц и длительности искры:

$$E_t = ME = \sum_{n=0}^{N_f + N_c - 1} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{AE_g}{4\pi\lambda_g \tilde{t}R\tilde{T}^2} \cdot \frac{A_i^2 R_p(t_n)\omega}{4(\alpha^2 + \omega^2)} \times \left[\frac{\omega}{\alpha}(1 - e^{-2\alpha t}) - e^{-2\alpha t} \left(\frac{2\alpha}{\omega}\sin^2\omega t + \sin 2\omega t\right)\right] dt. \quad (9)$$

Таким образом, получено выражение, устанавливающее взаимосвязь между параметрами искрового разряда и критическими условиями воспламенения пылевоздушных взвесей энергетических веществ. Совместное использование данного выражения с соотношением (2), выражениями для  $A_i$  и  $\omega$ , а также методикой определения коэффициента  $\alpha$  позволяет существенно оптимизировать экспериментальное определение параметров разрядной цепи.

Последовательность экспериментальных и расчетных операций включает следующие этапы.

- 1. Проведение серии разрядных экспериментов с регистрацией осциллограмм тока для построения усредненной характеристики разрядного процесса в пределах нескольких первых периодов разряда.
- 2. Построение экспериментальной кривой разрядного тока.
- Определение коэффициента затухания α путем подбора теоретической кривой согласно выражению (2), удовлетворяющей экспериментальной кривой, полученной на этапе 2.
- 4. Дискретизация времени существования искрового разряда и выбор интервалов  $t \in [t_n, t_{n+1}]$ , определяемых параметром  $\omega$  и обеспечивающих выполнение условия  $R_p(t) \approx \text{const}$  на этих интервалах.
- 5. Расчет массива значений сопротивлений разрядного промежутка  $R_p(t) = R_p(t_n)$  для  $t \in [t_n, t_{n+1}]$  по формуле (6).
- 6. Определение полной энергии разряда на всем разрядном промежутке E с использованием соотношения (7).
- Вычисление тепловой составляющей энергии E<sub>t</sub> по модифицированной формуле (9) с учетом параметра N<sub>f</sub>, характеризующего дисперсность частиц, и параметра длительности разряда N<sub>c</sub>.
  Энергия E<sub>t</sub>, определяемая на данном этапе расчетов для условий успешного воспламенения, представляет собой не просто тепловую составляющую энергии искрового разряда, но характеризует минимальное количество тепловой энергии, необходимое для инициирования процес-

са воспламенения пылевоздушной взвеси (ПВВ) конкретного вещества. Следовательно, при вариации коэффициента M, вызванной изменением теплофизических и дисперсных характеристик взвеси при сохранении химической природы вещества, требуется соответствующая коррекция полной энергии разряда E с целью сохранения постоянства значения  $E_t$  в соответствии с выражением (9).

Физический смысл данного подхода заключается в следующем: энергия  $E_t$ , установленная в ходе первоначальной серии экспериментов с успеш-

ным воспламенением, рассматривается как эталонное значение минимальной тепловой энергии воспламенения для данного вещества. При этом наблюдаемые изменения оператора M в различных экспериментальных сериях отражают вариации коэффициента полезного действия теплопередачи от разрядного канала к взвеси, что требует компенсаторного изменения полной энергии разряда E путем соответствующей регулировки параметров разрядной цепи (емкости, индуктивности, напряжения заряда).

- 8. Расчет изменения безразмерного оператора M при заданном изменении теплофизических и дисперсных характеристик ПВВ осуществляется на основании выражения (8).
- 9. Определение величины полной энергии искрового разряда E, обеспечивающей сохранение постоянного значения тепловой энергии воспламенения  $E_t$  при вариации оператора M, на основе выражения (9).
- 10. Вычисление необходимых параметров разрядной цепи и напряжения заряда на основании соотношений (1) и (2) для определения амплитуды тока  $A_i$  и угловой частоты  $\omega$ ; при этом сопротивление разрядного промежутка  $R_p$  предполагается постоянным при изменении характеристик ПВВ.
- 11. Повторение шагов 1-5 методики для измененной разрядной цепи.
- 12. Уточненный расчет величины полной энергии искрового разряда E на основании соотношения (7).
- 13. Итерационное повторение процедур, соответствующих шагам 10-12 методики, выполняется до достижения на этапе 12 расчетного значения полной энергии E, совпадающего с требуемым значением, определенным на шаге 9, что соответствует получению оптимальных параметров разрядной цепи.

Этапы 9 и 10 представленной методики обеспечивают существенное сокращение области экспериментального поиска оптимальных параметров разрядной цепи, необходимых для эффективного воспламенения ПВВ при вариации ее теплофизических и дисперсных характеристик.

Заключение. В работе построена математическая модель, описывающая процессы искрового разряда в экспериментальной установке, используемой для оценки чувствительности энергетических веществ к воздействию электрического разряда. Основной акцент в моделировании был сделан на исследовании влияния параметров электрической цепи как на интегральную энергию разряда, так и на временную зависимость процесса выделения энергии.

Важным аспектом разработанной модели является учет комплексного влияния теплофизических характеристик пылевоздушной смеси, дисперсного состава частиц и временной продолжительности разрядного процесса на эффективность преобразования электрической энергии искры в тепловую энергию, передаваемую смеси (с соответствующим математическим выражением для количественной оценки данного процесса).

На основании полученных теоретических результатов предложена методика расчета оптимальных параметров электрической цепи и напряжения заряда, обеспечивающих воспламенение пылевоздушной смеси при вариации ее теплофизических и дисперсных характеристик в различных экспериментальных условиях.

Перспективным направлением дальнейших исследований является экспериментальная верификация модели, включающая в себя уточнение параметров процессов тепловыделения в разрядном промежутке, исследование механизмов поглощения тепловой энергии пылегазовой взвесью, применение модели для расчета минимальной энергии воспламенения взвесей энергонасыщенных материалов.

Конкурирующие интересы. В публикации статьи отсутствуют конкурирующие финансовые или нефинансовые интересы.

Авторский вклад и ответственность. А.С. Нечаев — концептуализация исследования; интерпретация новых фактов в рамках предложенной теоретической модели; постановка исследовательских задач; анализ влияния распределения частиц по размерам на линейную плотность тепловыделения искрового разряда; подготовка первоначального варианта рукописи. Д.В. Зубиков — характеристика процесса формирования искрового разряда в эксперименте; разработка методики определения энергии разряда; редактирование и доработка рукописи. М.С. Гречухина анализ динамики нагрева частиц искровым разрядом; редактирование и доработка рукописи. А.Н. Давыдов — анализ разрядных процессов в рамках эквивалентной схемы; подготовка чернового варианта рукописи. Все авторы ознакомились и одобрили окончательную версию рукописи, представленную для публикации. Авторы несут полную ответственность за опубликованные материалы.

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания (тема № АААА-А12-2110800012-0).

**Благодарность.** Авторы благодарны рецензентам за тщательное прочтение статьи, ценные предложения и комментарии.

## Библиографический список

- ГОСТ 12.1.041-83. Система стандартов безопасности труда. Пожаровзрывобезопасностъ горючих пылей. Общие требования. Введ. 1984-07-01. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации. М.: Изд-во стандартов, 1984. 11 с.
- Таубкин И. Г. Об опасности электризации граммонитов при пневмозаряжании шпуров и скважин / Взрывное дело. Т. 80/37. М.: Недра, 1978. С. 221–228.
- 3. Раско С. Л., Овчаренко А. Г. Эксплуатационная безопасность конденсированных взрывчатых веществ. Барнаул: Алт. гос. тех. ун-т, 2006. 147 с. EDN: QNEBPZ.
- ГОСТ Р 31610.20-2-2017/ISO/IEC 80079-20-2:2016. Взрывоопасные среды. Часть 20-2. Характеристики материалов. Методы испытаний горючей пыли. Введ. 2019-06-01. М.: Стандартинформ, 2018. 50 с.
- ГОСТ 12.1.044-2018. Пожаровзрывоопасность веществ и материалов. Номенклатура показателей и методы их определения. Взамен 12.1.044-89; введ. 2019-05-01. Минск: Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации. М.: Стандартинформ, 2018. 206 с.
- ГОСТ Р МЭК 61241-2-3-99. Электрооборудование, применяемое в зонах, опасных по воспламенению горючей пыли. Часть 2. Методы испытаний. Раздел 3. Метод определения минимальной энергии зажигания пылевоздушных смесей. Введ. 2001-01-01. М.: Изд-во стандартов, 2004. 11 с.
- 7. Корытченко К. В., Галак О. В. Усовершенствованный метод расчета динамики ввода энергии в искровой канал по кривой разрядного тока // Прикладн. радиоэлектр., 2011. Т. 10, № 1. С. 51–59.

- Knystautas R., Lee J. H. On the effective energy for direct initiation of gaseous detonations // Combust. Flame, 1976. vol. 27. pp. 221-228. DOI: https://doi.org/10.1016/ 0010-2180(76)90025-0.
- 9. Воробьев Г. А., Похолков Ю. П., Королев Ю. Д., Меркулов В. И. Физика диэлектриков (область сильных полей). Томск: Томск. политехн. ун-т, 2011. 243 с. EDN: FYFZXL.
- Zhang B., Dick Ng H., Lee J.H.S Measurement and relationship between critical tube diameter and critical energy for direct blast initiation of gaseousdetonations // J. Loss. Prevent. Process Industry, 2013. vol.26, no.6. pp. 1293-1299. DOI:https://doi.org/ 10.1016/j.jlp.2013.07.011.
- Matsui H., Lee J. H. Influence of electrode geometry and spacing on the critical energy for direct initiation of spherical gaseous detonations // Combust. Flame, 1976. vol. 27. pp. 217-220. DOI: https://doi.org/10.1016/0010-2180(76)90024-9.
- Абрамсон И. С., Гегечкори Н. М. Осциллографическое исследование искрового разряда // ЖЭТФ, 1951. Т. 21, № 4. С. 484–492.
- 13. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с. EDN: TTDTSL.
- 14. Крайнов А. Ю. Моделирование самовоспламенения, зажигания, горения и взрыва газовзвесей и процессов в сети горных выработок угольных шахт : Диссерт. ... уч. ст. д.ф.-м.н.: 01.04.14 Теплофизика и теоретическая теплотехника. Томск: Томск. гос. ун-т, 2003. 354 с.
- Бортник И. М., Верещагин И. П., Вершинин Ю. Н. [и др.] Электрофизические основы техники высоких напряжений. М.: Энергоатомиздат, 1993. 543 с. EDN: SUOOGH.

MSC: 80A25, 65Z05

## Mathematical modeling of the spark discharge formation process and the correlation between its parameters and ignition threshold conditions for energetic material dust clouds

A. S. Nechaev, D. V. Zubikov, M. S. Grechukhina, A. N. Davydov

Samara State Technical University, 244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

## Abstract

This study presents a mathematical modeling study of spark discharge formation in an experimental setup, establishing the dependence of discharge energy and temporal energy release profile on discharge circuit parameters. The research investigates the influence of key thermophysical properties of dust-air suspensions, particle size distribution, and discharge duration on the electrical-to-thermal energy conversion efficiency (an analytical expression for calculating the thermal component of discharge energy has been derived). A computational methodology has been developed to determine optimal discharge circuit parameters and charging voltage that ensure ignition of dust-air mixtures under variations of their thermophysical and dispersity characteristics across experimental series.

**Keywords:** spark discharge, minimum ignition energy, dust-air mixture, energetic materials, electrical breakdown, thermal energy transfer, discharge parameters.

# Mathematical Modeling, Numerical Methods and Software Complexes Short Communication

© Authors, 2025

Samara State Technical University, 2025 (Compilation, Design, and Layout)

 Omega Om

#### Please cite this article in press as:

Nechaev A. S., Zubikov D. V., Grechukhina M. S., Davydov A. N. Mathematical modeling of the spark discharge formation process and the correlation between its parameters and ignition threshold conditions for energetic material dust clouds, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2025, vol. 29, no. 1, pp. 187–202. EDN: WNVSJF. DOI: 10.14498/vsgtu2137 (In Russian).

#### Authors' Details:

Alexander S. Nechaev https://orcid.org/0000-0002-0939-8292 Cand. Techn. Sci.; Associate Professor; Dept. of Radio Engineering Devices; e-mail:nechaev-as@mail.ru

Dmitry V. Zubikov D https://orcid.org/0000-0002-1408-6381 Postgraduate Research Student; Dept. of Radio Engineering Devices; e-mail:zubikov\_ekran@mail.ru

Maria S. Grechukhina 🖄 📴 https://orcid.org/0000-0001-7797-3802 Cand. Techn. Sci.; Senior Researcher; Lab. of Digital Doubles of Materials and Technological Processes of their Processing; e-mail:mariya\_grechukhina@mail.ru

Andrey N. Davydov b https://orcid.org/0000-0002-7061-5460 Cand. Techn. Sci.; Associate Professor; Dept. of Mechanics; e-mail: davydov.an@samgtu.ru Received:  $18^{\text{th}}$  November, 2024 / Revised:  $17^{\text{th}}$  February, 2025 / Accepted:  $21^{\text{st}}$  February, 2025 / First online:  $9^{\text{th}}$  April, 2024

**Competing interests.** The authors declare no competing financial or non-financial interests regarding this publication.

Authorship contribution and responsibility. A.S. Nechaev: Research conceptualization; Interpretation of new facts within the proposed theoretical framework; Research problem formulation; Analysis of particle size distribution effects on linear heat release density from spark discharge; Initial manuscript drafting. D.V. Zubikov: Experimental spark discharge formation process characterization; Development of researcher workflow for discharge energy determination; Manuscript revision and editing. M.S. Grechukhina: Analysis of particle heating dynamics by spark discharge; Manuscript revision and editing. A.N. Davydov: Discharge process analysis in equivalent circuit representation; Manuscript draft preparation. All authors have reviewed and approved the final manuscript version submitted for publication. The authors assume full responsibility for the published content.

**Funding.** The research was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of the state task (theme no. AAAAA12-2110800012-0).

**Acknowledgments.** The authors are grateful to the reviewers for the careful reading of the article, valuable suggestions, and comments.

## References

- GOST 12.1.041-83. Occupational Safety Standards System. Fire and Explosion Safety of Combustible Dusts. General Requirements. Introduced 1984-07-01. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification; Moscow, Standards Publishing House, 1984, 11 pp. (In Russian)
- Taubkin I. G. On the hazard of grammonite electrification during pneumatic charging of boreholes and wells, In: *Blasting Engineering*, vol. 80/37. Moscow, Nedra, 1978, pp. 221–228 (In Russian).
- 3. Rasko S. L., Ovcharenko A. G. *Ekspluatatsionnaia bezopasnost' kondensirovannykh vzryvchatykh veshchestv* [perational Safety of Condensed Explosive Substances]. Barnaul, Altay State Techn. Univ., 2006, 147 pp. (In Russian). EDN: QNEBPZ.
- GOST R 31610.20-2-2017/ISO/IEC 80079-20-2:2016. Explosive Atmospheres. Part 20-2. Material Characteristics. Test Methods for Combustible Dust. Introduced 2019-06-01. Moscow, Standartinform, 2018, 50 pp. (In Russian)
- GOST 12.1.044-2018. Fire and Explosion Hazard of Substances and Materials. Index System and Test Methods. Replaces GOST 12.1.044-89; introduced 2019-05-01. Minsk, Interstate Council for Standardization, Metrology and Certification; Moscow, Standartinform, 2018, 206 pp. (In Russian)
- GOST R IEC 61241-2-3-99. Electrical Apparatus for Use in the Presence of Combustible Dust. Part 2. Test Methods. Section 3. Method for Determining the Minimum Ignition Energy of Dust-Air Mixtures. Introduced 2001-01-01. Moscow, Standards Publishing House, 2004, 11 pp. (In Russian)
- Korytchenko K. V., Galak O. V. Improved method for calculating energy input dynamics into spark channel from discharge current curve, *Prikladn. Radioelektr.*, 2011, vol. 10, no. 1, pp. 51–59 (In Russian).
- Knystautas R., Lee J. H. On the effective energy for direct initiation of gaseous detonations, *Combust. Flame*, 1976, vol. 27, pp. 221–228. DOI: https://doi.org/10.1016/ 0010-2180(76)90025-0.

- Vorob'ev G. A., Pokholkov Yu. P., Korolev Yu. D., Merkulov V. I. Fizika dielektrikov (oblast' sil'nykh polei) [Physics of Dielectrics (Strong Field Region)]. Tomsk, Tomsk Polytechnic Univ., 2011, 243 pp. (In Russian). EDN: FYFZXL.
- Zhang B., Dick Ng H., Lee J.H.S Measurement and relationship between critical tube diameter and critical energy for direct blast initiation of gaseousdetonations, *J. Loss. Prevent. Process Industry*, 2013, vol.26, no.6, pp. 1293–1299. DOI:https://doi.org/ 10.1016/j.jlp.2013.07.011.
- Matsui H., Lee J. H. Influence of electrode geometry and spacing on the critical energy for direct initiation of spherical gaseous detonations, *Combust. Flame*, 1976, vol. 27, pp. 217–220. DOI: https://doi.org/10.1016/0010-2180(76)90024-9.
- Abramson I. S., Gegechkori N. M. Oscillographic study of spark discharge, J. Exp. Theor. Phys., 1951, vol. 21, no. 4, pp. 484–492 (In Russian).
- 13. Raizer Yu. P. *Gas Discharge Physics*. Berlin, Springer, 1991, xi+449 pp. DOI: https://doi. org/10.1007/978-3-642-61247-3.
- Krainov A. Yu. Modeling of Spontaneous Ignition, Ignition, Combustion and Explosion of Gas Suspensions and Processes in Mine Workings of Coal Mines, Doctoral dissertation in Physical and Mathematical Sciences (Specialty: 01.04.14 — Thermal Physics and Theoretical Heat Engineering). Tomsk, Tomsk State Univ., 2003, 354 pp. (In Russian)
- Bortnik I. M., Vereshchagin I. P., Vershinin Yu. N., et al. *Elektrofizicheskie osnovy tekhniki* vysokikh napriazhenii [Electrophysical Foundations of High Voltage Engineering]. Moscow, Energoatomizdat, 1993, 543 pp. (In Russian). EDN: SUOOGH.