



УДК 539.376

Неодноосная ползучесть при сложном нагружении

Е. К. Кичаев, П. Е. Кичаев

Самарский государственный технический университет,
Россия, 443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244.

Аннотация

На базе модели неполной обратимости деформации ползучести предложены определяющие уравнения для неодноосного напряженного состояния металлов при сложных путях нагружения. Предполагается независимое развитие тензоров вязкоупругой, вязкопластической и вязкой компонент деформации ползучести. Кинетика деформирования связывается с исходной и деформационной анизотропией. Мерой интенсивности ползучести исходно ортотропных материалов принято эквивалентное напряжение, введенное Хиллом. В этом случае не требуется подобие девиаторов напряжений и деформаций. Характер деформационной анизотропии связывается со значением вязкопластической компоненты деформации в направлении главных осей тензора напряжений. Предполагается суперпозиция исходной и деформационной анизотропии. Испытывались образцы из исходно изотропных материалов: из инструментальной стали ЗХВ4СФ по режимам ее работы в контейнерах для прессования алюминиевых сплавов; из жаропрочного сплава ЭИ437Б по условиям работы дисков и лопаток газотурбинных двигателей. Расчет реологических коэффициентов исходно изотропных материалов ЗХВ4СФ и ЭИ437Б производился по результатам одноосных испытаний на растяжение образцов при нескольких уровнях начальных напряжений. Проведен сравнительный анализ прогноза при сложном нагружении по предлагаемым уравнениям с результатами испытаний.

Ключевые слова: ползучесть металлов, изотропные материалы, одноосные испытания на растяжение, испытания на ползучесть при кручении, сложное нагружение.

Получение: 17 июня 2021 г. / Исправление: 12 октября 2022 г. /

Принятие: 17 ноября 2022 г. / Публикация онлайн: 26 декабря 2022 г.

Механика деформируемого твердого тела

Краткое сообщение

© Коллектив авторов, 2022

© СамГТУ, 2022 (составление, дизайн, макет)

 Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru>)

Образец для цитирования

Кичаев Е. К., Кичаев П. Е. Неодноосная ползучесть при сложном нагружении // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 26, № 4. С. 777–788. EDN: FUAAMA. DOI: [10.14498/vsgtu1868](https://doi.org/10.14498/vsgtu1868).

Сведения об авторах

Кичаев Евгений Константинович  <https://orcid.org/0000-0003-0577-2889>

кандидат технических наук, доцент; доцент; каф. механики; e-mail: mechanika01@yandex.ru

Кичаев Петр Евгеньевич  <https://orcid.org/0000-0001-7321-389X>

кандидат физико-математических наук, доцент; доцент; каф. механики;
e-mail: kichaevp@yandex.ru

Введение. Практически все публикации, посвященные построению определяющих уравнений ползучести и длительной прочности металлических материалов, не учитывают обратимую компоненту деформации ползучести при полной разгрузке. Однако для многих материалов обратимая деформация является существенной и ее необходимо учитывать при решении соответствующих краевых задач [1, 2]. Поэтому необходима разработка реологических моделей с учетом частичной обратимости деформации ползучести после разгрузки. Одна из первых моделей такого типа в пределах первых двух стадий ползучести была предложена Ю. П. Самариним [1] и далее обобщена на случай третьей стадии ползучести в работах [2–4] и многих других. Отдельно эта проблема стоит в условиях сложного напряженного состояния применительно к условиям исходной анизотропии характеристик деформации ползучести и приобретенной деформационной анизотропии в процессе нагружения. Поэтому целью настоящей работы является построение моделей ползучести в пределах первых двух стадий для сталей ЗХВ4СФ и ЭИ437Б в условиях одноосного и сложного напряженных состояний, которые учитывают обратимость деформации ползучести при полной разгрузке образцов.

1. Определяющие соотношения для тел исходно изотропных. Простейшие феноменологические теории полагают, что материал исходно изотропен, интенсивность деформирования определяется критерием Мизеса. Упрочнение или разупрочнение изотропно, а тензоры скоростей деформации и напряжения соосны и их девиаторы подобны [5, 6]. В дальнейшем используется декартова система координат. Вводятся понятия интенсивности скоростей деформации ползучести

$$\dot{p}_3 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\dot{p}_x - \dot{p}_y)^2 + (\dot{p}_y - \dot{p}_z)^2 + (\dot{p}_z - \dot{p}_x)^2 + \frac{3}{2}(\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2)}$$

и интенсивности напряжений

$$\sigma_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)},$$

где используются стандартные обозначения нормальных и диагональных компонент тензоров напряжений и деформаций.

Принимается гипотеза, что в стандартной индексной записи \dot{p}_3 с точностью до множителя совпадает со вторым инвариантом тензора скоростей деформации и является функцией только интенсивности напряжений σ_3 , температуры и параметров, отображающих историю процесса деформирования. В предположении, что материал несжимаем, используется соотношение в индексной форме записи

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{p}_3}{\sigma_3} \bar{\sigma}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{dA}{\sigma_3^2} \sigma_{ij}, \quad (1)$$

где \dot{p}_{ij} — тензор скоростей деформации; $\bar{\sigma}_{ij}$ — девиатор напряжений; $dA = \dot{p}_{ij} \sigma_{ij}$ — мощность рассеяния (смешанный инвариант тензоров скоростей деформации и напряжений). Подобный подход именуется техническими теориями ползучести (старения, течения, упрочнения и др.) [5–7].

Экспериментальные данные по ползучести металлов для сложного напряженного состояния и сложных путей нагружения отличаются от прогноза по

(1) (см., например, [6, 8–11]). В то же время простота выражения (1) совместно с теорией неполной обратимости деформации ползучести [1] позволяет улучшить прогноз кинетики деформирования. Основные гипотезы модели неполной обратимости деформации ползучести [1, 3, 4, 8, 12]:

- 1) тензор деформации ползучести p_{ij} является аддитивной составляющей трех независимых тензоров:

$$p_{ij} = w_{ij} + v_{ij} + u_{ij},$$

где w_{ij} , v_{ij} , u_{ij} — вязкопластическая, вязкая и вязкоупругая составляющие тензора ползучести соответственно;

- 2) тензор скоростей вязкой составляющей определяется текущим значением тензора напряжения

$$\dot{w}_{ij}(t) = \varphi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(t));$$

- 3) вязкоупругая составляющая описывается нелинейным уравнением наследственности:

$$u_{ij}(t) = \int_0^t h(t - \tau) d\psi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(\tau)), \quad (2)$$

где функция влияния $h(t)$ [5–7, 12] принята в экспоненциальном виде:

$$h(t) = \sum_{k=1}^n a_k (1 - e^{-\lambda_k t}), \quad a_k > 0, \quad \lambda_k > 0; \quad (3)$$

для (2) с учетом (3) можно записать следующую эквивалентную дифференциальную зависимость:

$$u_{ij}(t) = \sum_{k=1}^n u_{ij}^k(t), \quad \dot{u}_{ij}^k(t) = \lambda_k [a_k \psi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(t)) - u_{ij}^k(t)],$$

где $u_{ij}^k(0) = 0$;

- 4) тензор вязкопластической составляющей деформации ползучести при знакопостоянных напряжениях подчиняется принципу суперпозиции с запретом отрицательных скоростей:

$$v_{ij}(t) = \sum_{k=1}^n v_{ij}^k(t),$$

$$v_{ij}^k(t) = \begin{cases} \nu_k [b_k \Phi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(t) - v_{ij}^k(t))], & [b_k \Phi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(t) - v_{ij}^k(t))] \geq 0, \\ 0, & [b_k \Phi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}(t) - v_{ij}^k(t))] < 0; \end{cases}$$

для $v_{ij}^k(t)$ также можно записать аналогичные (2) и (3) уравнения с функцией влияния

$$q(t) = \sum_{k=1}^n b_k (1 - e^{-\nu_k t}), \quad b_k > 0, \quad \nu_k > 0,$$

но с запретом на отрицательные скорости деформации ползучести.

Для исходно изотропных материалов функции напряжений φ_{ij} , ψ_{ij} , Φ_{ij} соответствуют условию течения Мизеса, т.е. они являются функциями интенсивности напряжений для соответствующей компоненты деформации ползучести: $\varphi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}) = \varphi(\sigma_{\alpha})$, $\psi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}) = \psi(\sigma_{\alpha})$, $\Phi_{ij}(\sigma_{\alpha\beta}) = \Phi(\sigma_{\alpha})$.

Поскольку на первой стадии ползучести для большинства материалов кривые ползучести при различных постоянных напряжениях подобны, предполагается, что $q(t) = h(t)$, т.е. $a_k = b_k$, $\lambda_k = \nu_k$. Для функций $\varphi(\sigma_{\alpha})$, $\psi(\sigma_{\alpha})$ и $\Phi(\sigma_{\alpha})$ используются степенные аппроксимации:

$$\varphi(\sigma_{\alpha}) = C\sigma_{\alpha}^m, \quad \psi(\sigma_{\alpha}) = (1 - K)B\sigma_{\alpha}^n, \quad \Phi(\sigma_{\alpha}) = KB\sigma_{\alpha}^n, \quad 0 \leq K \leq 1,$$

где B , C , m , n , K , а также a_k , λ_k — подлежащие определению параметры. Порядок и схема определения этих параметров по результатам испытаний на ползучесть при не менее чем двух уровнях начальных напряжений хорошо известен и приведен в работах [1, 3, 4, 12, 13].

При сложном нагружении, когда главные оси тензора напряжений поворачиваются, математическая модель не учитывает направленность деформационной анизотропии.

В настоящей работе тензор вязкопластической деформации рассматривается в направлении главных осей текущего тензора напряжений, также предполагается их соосность. Накопление деформации в направлении этих осей описывается следующими соотношениями:

$$v_j(t) = \sum_{k=1}^n v_j^k(t), \quad v_j^k(0) = 0; \tag{4}$$

$$\dot{v}_j^k(t) = \begin{cases} \nu_k [b_k \Phi(\sigma_j(t) - v_j^k(t))], & [b_k \Phi(\sigma_j(t) - v_j^k(t))] \geq 0, \\ 0, & [b_k \Phi(\sigma_j(t) - v_j^k(t))] < 0, \end{cases}$$

где индекс j соответствует главным осям тензора напряжений.

Модель (4) позволяет объяснить следующие особенности деформирования при сложном характере нагружения тонкостенных трубчатых образцов (растяжение + кручение) [8]:

- 1) влияние предварительного растяжения на интенсивность последующего кручения;
- 2) укорочение при чистом кручении предварительно растянутого образца;
- 3) увеличение скорости осевой деформации при постоянном растяжении и реверсе кручения.

2. Адекватность модели (4) экспериментальным данным. Используя принцип суперпозиции компонент деформации ползучести, функции φ , ψ , Φ можно вводить независимо от того, является ли материал исходно изотропным или анизотропным. И если они определялись по кривым ползучести при различных видах напряженного состояния, то характер исходной анизотропии учитывается автоматически.

В настоящей работе проведены исследования на ползучесть тонкостенных трубчатых образцов из инструментальной стали ЗХВ4СФ и жаропрочного сплава ЭИ437Б при действии на них растяжения (σ) и кручения (τ), при

этом, согласно критерию Мизеса,

$$\sigma_3 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

— интенсивность напряжений, а

$$p_3 = \sqrt{p^2 + \gamma^2/3}$$

— интенсивность деформаций ползучести; p и γ — осевая и угловая компоненты деформации.

Образцы из стали 3ХВ4СФ испытывались при температуре 425 °С (это средняя температура в контейнерах для прессования алюминиевых сплавов), из сплава ЭИ437Б — при температуре 800 °С (эта температура соответствует условиям работы дисков и лопаток газотурбинных двигателей). Нагрузка выбиралась так, чтобы возникающие напряжения были ниже предела текучести. Длительность испытаний ограничивалась получением гарантированного участка установившейся ползучести. Изотропность и однородность образцов обеспечивалась их предварительным отжигом.

Реологические параметры определялись на основе кривых ползучести, полученных при испытании образцов на одноосное растяжение ($\sigma_3 = \sigma$ — напряжение при растяжении, $p_3 = p$ — осевая деформация ползучести).

Осредненные (экспериментальные) кривые ползучести по результатам испытаний 8 образцов представлены на рис. 1 сплошными линиями, а аппроксимирующие функции приведены в табл. 1. Расчетные кривые на рис. 1 изображены штриховыми линиями.

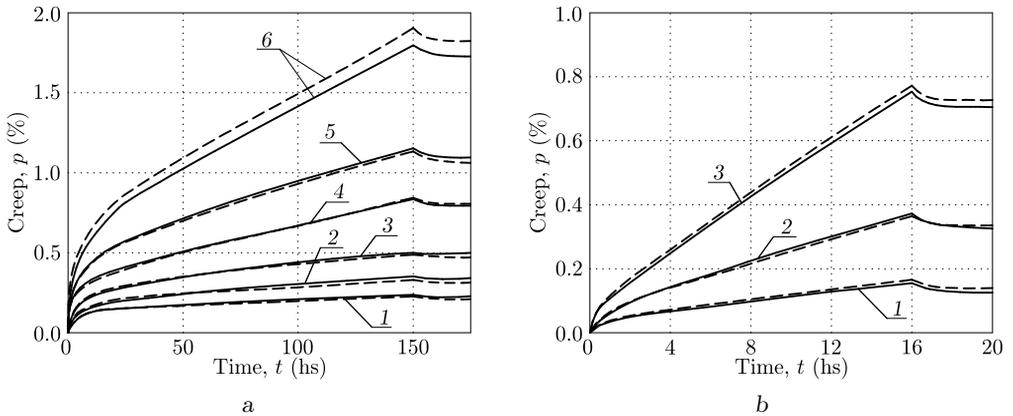


Рис. 1. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые одноосной ползучести образцов из стали 3ХВ4СФ (а) и сплава ЭИ437Б (б) при заданных начальных напряжениях (а: 1 — $\sigma_3 = 200$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 225$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 250$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 275$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 300$ МПа, 6 — $\sigma_3 = 325$ МПа; б: 1 — $\sigma_3 = 120$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 160$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 200$ МПа)

[Figure 1. Experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) uniaxial creep curves for samples made of 3KhV4SF steel (a) and EI437B alloy (b) at given initial stresses (a: 1 — $\sigma_3 = 200$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 225$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 250$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 275$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 300$ МПа, 6 — $\sigma_3 = 325$ МПа; б: 1 — $\sigma_3 = 120$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 160$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 200$ МПа). In all experiments, samples from 3KhV4SF steel were tested at a temperature of 425 °С, from EI437B alloy were tested at a temperature of 800 °С]

Вид аппроксимирующих функций [Structure of approximating functions]

Functions	3KhV4SF steel	EI437B alloy
$h(t)$	$0.63(1 - \exp(-0.08t)) + 0.37(1 - \exp(-0.8t))$	$1 - \exp(-0.4t)$
$\varphi(\sigma_3)$	$0.0005(\sigma_3/200)^{5.55}$	$0.044894(\sigma_3/200)^{3.6}$
$\psi(\sigma_3)$	$0.0149(\sigma_3/200)^{2.85}$	$0.068(\sigma_3/200)^{2.65}$
$\Phi(\sigma_3)$	$0.1358(\sigma_3/200)^{2.85}$	$0.0757(\sigma_3/200)^{2.65}$

Данные рис. 1 и табл. 1 показывают, что для стали 3ХВ4СФ неустановившийся первый участок ползучести состоит в основном из вязкопластической компоненты, а для сплава ЭИ437Б — из вязкоупругой.

Адекватность модели, построенной по теории неполной обратимости деформации ползучести, оценивалась при одноосном ступенчатом нагружении. На рис. 2 сплошными линиями показаны усредненные деформации ползучести $p(t)$ по результатам испытаний трех образцов для стали 3ХВ4СФ и сплава ЭИ437Б, штриховыми линиями — расчет по предлагаемой модели. Приведенные экспериментальные и расчетные данные показывают, что построенная модель удовлетворительно описывает ее первую и вторую стадию при переменных одноосных напряжениях.

На рис. 3 показаны усредненные углы закручивания $\gamma(t)$ при чистом кручении по результатам испытаний 5 образцов, сплошными линиями — расчет по предлагаемой модели. Видим, что для рассматриваемых исходно изотропных материалов соблюдается условие течения Мизеса.

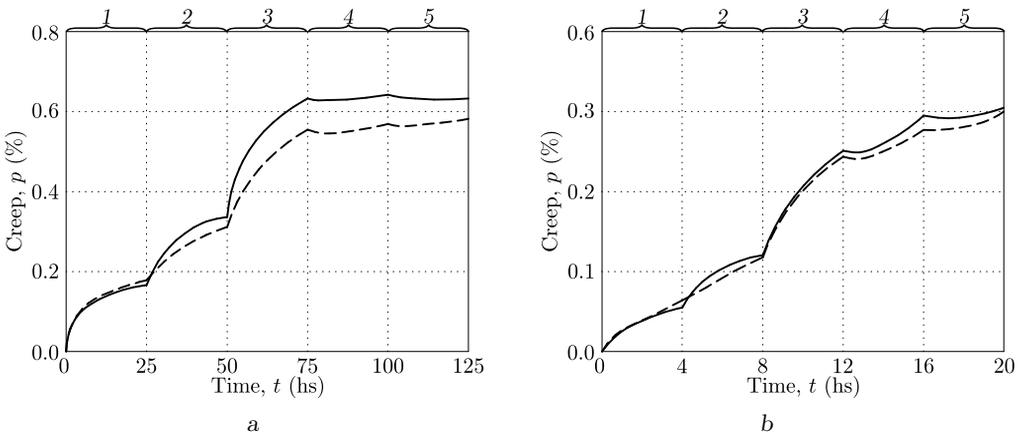


Рис. 2. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести образцов из стали 3ХВ4СФ (а) и сплава ЭИ437Б (б) при одноосном ступенчатом нагружении (а: 1 — $\sigma_3 = 200$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 241$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 282$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 241$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 200$ МПа; б: 1 — $\sigma_3 = 120$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 145$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 170$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 145$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 120$ МПа)

[Figure 2. Experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) creep curves for samples made of 3KhV4SF steel (a) and EI437B alloy (b) under uniaxial stepped loading (a: 1 — $\sigma_3 = 200$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 241$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 282$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 241$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 200$ МПа; б: 1 — $\sigma_3 = 120$ МПа, 2 — $\sigma_3 = 145$ МПа, 3 — $\sigma_3 = 170$ МПа, 4 — $\sigma_3 = 145$ МПа, 5 — $\sigma_3 = 120$ МПа)

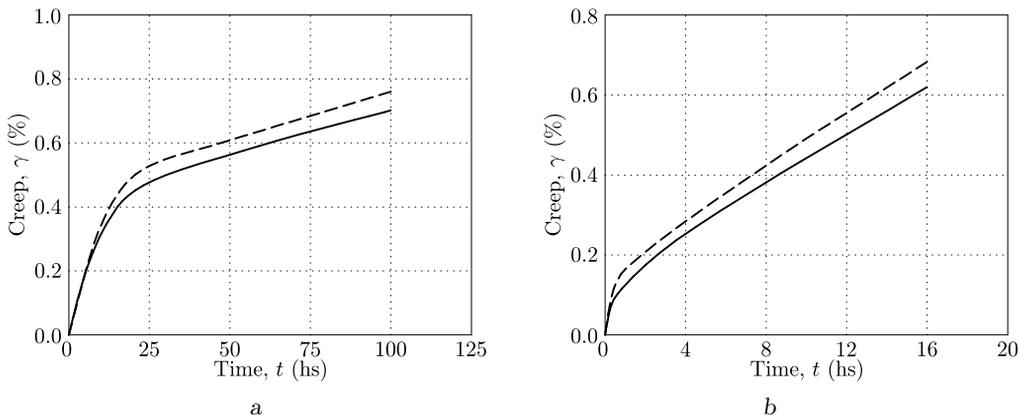


Рис. 3. Экспериментальные (сплошные линии) и расчетные (штриховые линии) кривые ползучести образцов (кривые угла закручивания) из стали 3ХВ4СФ (а) и сплава ЭИ437В (b) при кручении: а – $\tau = 144.5$ МПа, б – $\tau = 92.5$ МПа

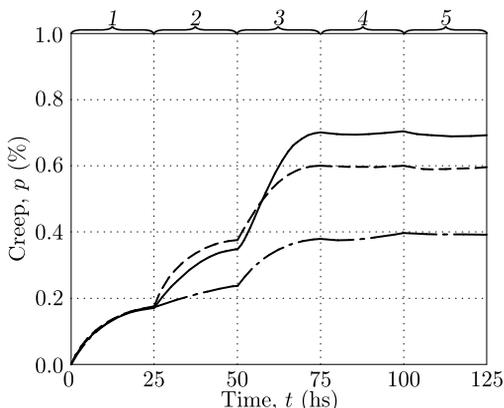
[Figure 3. Experimental (solid lines) and calculated (dashed lines) creep curves (torsion angle curves) for samples made of 3KhV4SF steel (a) and EI437B alloy (b) during torsion: а – $\tau = 144.5$ MPa, б – $\tau = 92.5$ MPa

В реальных конструкциях поле напряжений, как правило, является неоднородным. Картина может значительно усложняться при сложном нагружении, когда главные оси тензора напряжений поворачиваются.

Оценка характера деформирования при сложном неодносном нагружении производилась по результатам испытаний образцов, нагруженных ступенчатыми осевой силой и крутящим моментом (см. рис. 4–7).

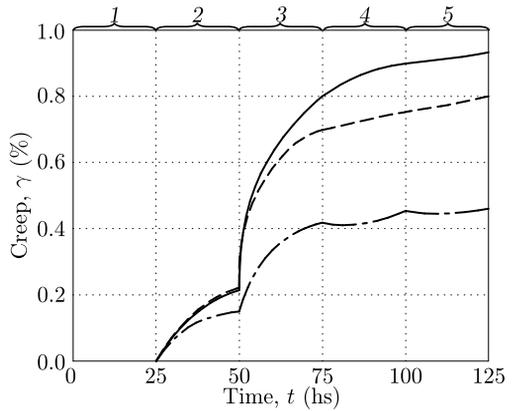
На рис. 4, 5 для стали 3ХВ4СФ, начальный участок которой в основном состоит из вязкопластической компоненты, сплошной линией представлены результаты испытаний, штрих-пунктирными линиями – результаты расчетов при условии подобия девиаторов (1), штриховыми линиями – результаты по предложенной модели. Результаты расчетов показывают, что при условии подобия девиаторов (1) наблюдается значительное расхождение расчетных

Рис. 4. Кривые ползучести (осевая деформация) образцов из стали 3ХВ4СФ при ступенчатом растяжении с кручением: 1 – $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2 – $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 78$ МПа; 3 – $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 4 – $\sigma = 136$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 5 – $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 115$ МПа; сплошная линия – эксперимент; штрих-пунктирная линия – расчет в предположении подобия девиаторов (1); штриховая линия – расчет по предложенной модели



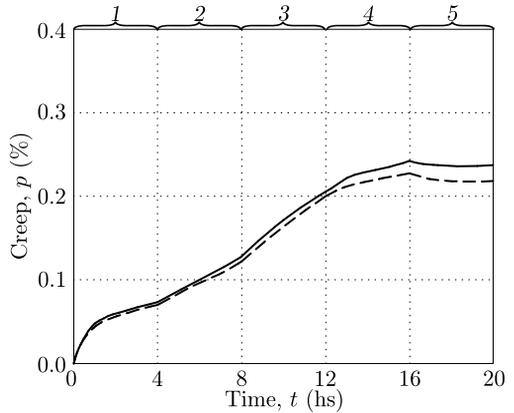
[Figure 4. Creep curves (axial deformation) of samples made of 3KhV4SF steel under step tension with torsion: 1 – $\sigma = 200$ MPa, $\tau = 0$ MPa; 2 – $\sigma = 200$ MPa, $\tau = 78$ MPa; 3 – $\sigma = 200$ MPa, $\tau = 115$ MPa; 4 – $\sigma = 136$ MPa, $\tau = 115$ MPa; 5 – $\sigma = 0$ MPa, $\tau = 115$ MPa; solid line – experimental data; dash dotted line – calculation assuming similarity of deviators (1); dashed line – calculation according to the proposed model

Рис. 5. Кривые ползучести (угол закручивания) образцов из стали 3ХВ4СФ при ступенчатом растяжении с кручением: 1— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 78$ МПа; 3— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 4— $\sigma = 136$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 115$ МПа; сплошная линия — эксперимент; штрих-пунктирная линия — расчет в предположении подобия девиаторов (1); штриховая линия — расчет по предложенной модели



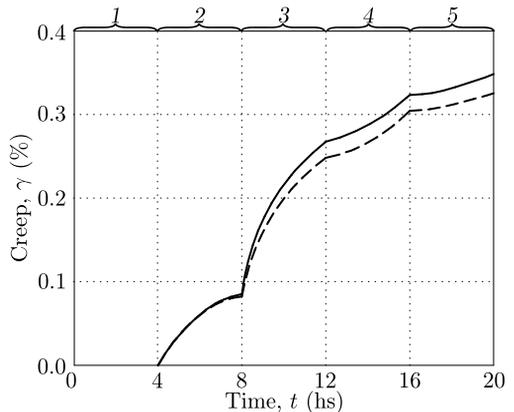
[Figure 5. Creep curves (torsion angle) of samples made of 3KhV4SF steel under step tension with torsion: 1— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 78$ МПа; 3— $\sigma = 200$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 4— $\sigma = 136$ МПа, $\tau = 115$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 115$ МПа; solid line — experimental data; dash dotted line — calculation assuming similarity of deviators (1); dashed line — calculation according to the proposed model

Рис. 6. Кривые ползучести (осевая деформация) образцов из сплава ЭИ437Б при ступенчатом растяжении с кручением: 1— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 47$ МПа; 3— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 4— $\sigma = 81$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; сплошная линия — эксперимент; штриховая линия — расчет по предложенной модели



[Figure 6. Creep curves (axial deformation) of samples made of EI437B alloy under step tension with torsion: 1— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 47$ МПа; 3— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 4— $\sigma = 81$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; solid line — experimental data; dashed line — calculation according to the proposed model

Рис. 7. Кривые ползучести (угол закручивания) образцов из сплава ЭИ437Б при ступенчатом растяжении с кручением: 1— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 47$ МПа; 3— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 4— $\sigma = 81$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; сплошная линия — эксперимент; штриховая линия — расчет по предложенной модели



[Figure 7. Creep curves (torsion angle) of samples made of EI437B alloy under step tension with torsion: 1— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 0$ МПа; 2— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 47$ МПа; 3— $\sigma = 120$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 4— $\sigma = 81$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; 5— $\sigma = 0$ МПа, $\tau = 69.5$ МПа; solid line — experimental data; dashed line — calculation according to the proposed model

значений от экспериментальных, а расчеты по предложенной модели дают меньшую величину расхождения и их можно считать удовлетворительными.

Для сплава ЭИ437Б, у которого начальный участок состоит на 90% из вязкоупругой компоненты деформации, также наблюдается удовлетворительное совпадение результатов испытаний (сплошные линии, рис. 6, 7) с расчетами по предложенной модели (штриховые линии, рис. 6, 7).

По представленной серии экспериментальных и расчетных данных можно сделать следующие выводы:

- 1) при одноосных ступенчатых напряжениях модель неполной обратимости деформации адекватно описывает ползучесть преимущественно с учетом вязкопластической компоненты (для стали 3ХВ4СФ) и вязкоупругой (для сплава ЭИ437Б);
- 2) для исходно изотропных материалов при плоском напряженном состоянии соблюдается условие течения Мизеса;
- 3) при сложном характере нагружения на исходное состояние материала накладывается деформационная анизотропия, зависящая от накопленной вязкопластической деформации в направлении главных осей тензора напряжений.

Заключение.

1. Предлагаемая реологическая модель учитывает исходную и деформационную анизотропию металлов, полагая, что имеет место их суперпозиция.
2. Параметры исходной анизотропии при решении краевых задач на первой итерации определяются по результатам механических испытаний.
3. Приведенные экспериментальные результаты ползучести тонкостенных трубчатых образцов из материалов 3ХВ4СФ и ЭИ437Б при их сложном нагружении растяжением и кручением удовлетворительно согласуются с результатами расчетов по предлагаемой модели.

Авторский вклад и ответственность. Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

Авторская ответственность. Все авторы принимали участие в разработке концепции статьи и в написании рукописи. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

Финансирование. Исследование выполнялось без финансирования.

Библиографический список

1. Самарин Ю. П. *Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами*. Куйбышев: Куйб. госуниверситет, 1979. 84 с.
2. Радченко В. П., Самарин Ю. П., Хренов С. М. Определяющие уравнения для материалов при наличии трех стадий ползучести // *Докл. АН СССР*, 1986. Т. 288, № 3. С. 571–574. EDN: FZHUKUQ.
3. Радченко В. П., Еремин Ю. А. *Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций*. М.: Машиностроение-1, 2004. 264 с. EDN: QNATSX.
4. Радченко В. П., Кичаев П. Е. *Энергетическая концепция ползучести и виброползучести металлов*. Самара: СамГТУ, 2011. 157 с. EDN: QNAGXB.
5. Работнов Ю. Н. *Ползучесть элементов конструкций*. М.: Наука, 1966. 752 с.

6. Малинин Н. Н. *Ползучесть в обработке металлов*. М.: Машиностроение, 1986. 216 с. EDN: **XXLGDN**.
7. Локощенко А. М., Шестериков С. А. и др. *Закономерности ползучести и длительной прочности: справочник* / ред. С. А. Шестериков. М.: Машиностроение, 1983. 101 с.
8. Самарин Ю. П., Кичаев Е. К. Особенности ползучести металлов при растяжении с реверсируемым кручением / *Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии*. Киев: Наук. думка, 1977. С. 224–238.
9. Кичаев Е. К., Файн Г. М. Ползучесть бурильных труб из сплава Д16Т в условиях сверхглубокого бурения / *Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии*. Киев: Наук. думка, 1978. С. 232–237.
10. Lokoshchenko A. M., Fomin L. V. Delayed fracture of plates under creep condition in unsteady complex stress state in the presence of aggressive medium // *Appl. Math. Model.*, 2018. vol. 60. pp. 478–489. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.03.031>.
11. Wen J.-F., Tu S.-T., Xuan F.-Z., Zhang X.-W., Gao X.-L. Effects of stress level and stress state on creep ductility: Evaluation of different models // *J. Mater. Sci. Techn.*, 2016. vol. 32, no. 8. pp. 695–704. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2016.02.014>.
12. Радченко В. П., Саушкин М. Н. *Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях*. М.: Машиностроение-1, 2005. 226 с. EDN: **RXLJLN**.
13. Самарин Ю. П. Построение экспоненциальных аппроксимаций для кривых ползучести етодом последовательного выделения экспоненциальных слагаемых // *Пробл. прочности*, 1974. №9. С. 24–27.

MSC: 74D10

The non-uniaxial creep under complex loading

E. K. Kichaev, P. E. Kichaev

Samara State Technical University,

244, Molodogvardeyskaya st., Samara, 443100, Russian Federation.

Abstract

Based on the model of incomplete reversibility of creep deformation, constitutive equations for the non-uniaxial stress state of metals under complex loading paths are proposed. The tensors of the viscoelastic, viscoplastic, and viscous components of the creep deformation are assumed to develop independently. The deformation kinetics is associated with the initial and deformation anisotropy. The measure of creep intensity for initially orthotropic materials is the equivalent stress introduced by Hill. In this case, the similarity of the stress and strain deviators is not required. The nature of the anisotropy of the deformation is associated with the value of the viscoplastic component of the deformation in the direction of the principal axes of the stress tensor. A superposition of the initial and deformation anisotropy is assumed. Samples made of 3KhV4SF tool steel and EI437B heat resistant alloy were tested, which are initially isotropic materials. The rheological coefficients of 3KhV4SF steel and EI437B alloy were calculated from the results of the uniaxial tension test samples at various levels of initial stresses. A comparative analysis of the forecast under complex loading according to the proposed equations with the test results was carried out.

Keywords: creep of metals, isotropic materials, uniaxial tensile tests, torsion creep tests, complex loading.

Received: 17th June, 2021 / Revised: 12th October, 2022 /Accepted: 17th November, 2022 / First online: 26th December, 2022

Mechanics of Solids

Short Communication

© Authors, 2022

© Samara State Technical University, 2022 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

Please cite this article in press as:

Kichaev E. K., Kichaev P. E. The non-uniaxial creep under complex loading, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2022, vol. 26, no. 4, pp. 777–788. EDN: FUAAMA. DOI: [10.14498/vsgtu1868](https://doi.org/10.14498/vsgtu1868) (In Russian).

Authors' Details:

Evgeny K. Kichaev  <https://orcid.org/0000-0003-0577-2889>

Cand. Tech. Sci., Associate Professor; Associate Professor; Dept. of Mechanics;

e-mail: mechanika01@yandex.ru*Peter E. Kichaev*  <https://orcid.org/0000-0001-7321-389X>

Cand. Phys. & Math. Sci., Associate Professor; Associate Professor; Dept. of Mechanics;

e-mail: kichaevp@yandex.ru

Competing interests. We declare that we have no conflicts of interest with respect to the authorship and publication of this article.

Authors' contributions and responsibilities. Each author has participated in the development of the concept of the article and in the writing of the manuscript. The authors are absolutely responsible for submitting the final manuscript in print. Each author has approved the final version of the manuscript.

Funding. The research has not received funding.

References

1. Samarin Yu. P. *Uravneniia sostoianniia materialov so slozhnymi reologicheskimi svoistvami* [Equation of State of Materials with Complex Rheological Properties]. Kuibyshev, Kuibyshev State Univ., 1979, 84 pp. (In Russian)
2. Radchenko V. P., Samarin Yu. P., Khrenov S. M. Determining equations for the materials in the presence of three stages of creep, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 1986, vol. 288, no. 3, pp. 571–574 (In Russian). EDN: FZHKUQ.
3. Radchenko V. P., Eremin Yu. A. *Reologicheskoe deformirovanie i razrushenie materialov i elementov konstruktssii* [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2004, 264 pp. (In Russian). EDN: QNATXS.
4. Radchenko V. P., Kichaev P. E. *Energeticheskaiia kontseptsiiia polzuchesti i vibropolzuchesti metallov* [Energy Concept of Creeping and Vibrocreep of Metals]. Samara, Samara State Technical Univ., 2011, 157 pp. (In Russian). EDN: QNAGXB.
5. Rabotnov Yu. N. *Creep Problems in Structural Members*. Amsterdam, London, North-Holland Publ., 1969, xiv+822 pp.
6. Malinin N. N. *Polzuchest' v obrabotke metallov* [Creep in Treated Metals]. Moscow, Mashinostroenie, 1985, 216 pp. (In Russian). EDN: XXLGDM.
7. Lokoschenko A. M., Shesterikov S. A. et al. *Zakonomernosti polzuchesti i dlitel'noi prochnosti* [Regularities of Creep and Long-Term Strength], ed. S. A. Shesterikov. Moscow, Mashinostroenie, 1983, 101 pp. (In Russian)
8. Samarin Yu. P., Kichaev E. K. Peculiarities of creep of metals in tension with reversible torsion, In: *Prochnost' materialov i elementov konstruktssii pri slozhnom napriazhenom sostoianii* [Strength of Materials and Structural Elements in a Complex Stress State]. Kiev, Nauk. Dumka, 1977, pp. 224–238 (In Russian).
9. Kichaev E. K., Fayn G. M. Creep of drill pipes from D16T alloy under conditions of ultra-deep drilling, In: *Prochnost' materialov i elementov konstruktssii pri slozhnom napriazhenom sostoianii* [Strength of Materials and Structural Elements in a Complex Stress State]. Kiev, Nauk. Dumka, 1978, pp. 232–237 (In Russian).
10. Lokoshchenko A. M., Fomin L. V. Delayed fracture of plates under creep condition in unsteady complex stress state in the presence of aggressive medium, *Appl. Math. Model.*, 2018, vol. 60, pp. 478–489. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.03.031>.
11. Wen J.-F., Tu S.-T., Xuan F.-Z., Zhang X.-W., Gao X.-L. Effects of stress level and stress state on creep ductility: Evaluation of different models, *J. Mater. Sci. Techn.*, 2016, vol. 32, no. 8, pp. 695–704. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmst.2016.02.014>.
12. Radchenko V. P., Saushkin M. N. *Polzuchest' i relaksatsiia ostatochnykh napriazhenii v uprochnennykh konstruktssiiakh* [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Reinforced Structures]. Moscow, Mashinostroenie-1, 2005, 226 pp. (In Russian). EDN: RXLJLN.
13. Samarin Yu. P. Derivation of exponential approximations for creep curves by the method of successive isolation of exponential terms, *Strength Mater.*, 1974, vol. 6, no. 9, pp. 1062–1066. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01528264>.