Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2011. № 1 (22). С. 221–227

УДК 539.3

# ПРОХОЖДЕНИЕ ТЕРМОУПРУГОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА ЧЕРЕЗ ВОЛНОВОД С ТЕПЛОПРОНИЦАЕМОЙ СТЕНКОЙ

***В. А. Ковалёв*[1], *Ю. Н. Радаев*[2], *Р. А. Ревинский*[3]**

[1] Московский городской университет управления Правительства Москвы,
107045, Москва, ул. Сретенка, 28.
[2] Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН,
119526, Москва, просп. Вернадского, 101.
[3] Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского
(национальный исследовательский университет), механико-математический факультет,
410012, Саратов, ул. Астраханская, 83.

E-mails: vlad_koval@mail.ru, y.radayev@gmail.com, rvskra@gmail.com

*Работа посвящена исследованию распространения связанного гармонического термоупругого импульса через длинный цилиндрический волновод с круглым поперечным сечением. Предполагается, что через свободную боковую стенку волновода происходит конвективный теплообмен с окружающей средой. Исследование осуществляется в рамках согласованной с принципами термодинамики связанной обобщенной теории термоупругости третьего типа (GNIII), учитывающей как термодиффузионный, так и волновой механизмы распространения тепла: предельными вариантами GNIII являются как классическая теория термоупругости (GNI/CTE), так и теория гиперболической термоупругости (GNII), допускающая теоретико-полевую формулировку и приводящая к дифференциальным уравнениям поля гиперболического типа. Методом разделения переменных получено замкнутое решение уравнений связанной GNIII-термоупругости, удовлетворяющее необходимым граничным условиям на стенке волновода. Выполнен анализ частотного уравнения, найдены волновые числа и формы связанных термоупругих волн различного азимутального порядка.*

**Ключевые слова:** *термоупругость, GNIII-термоупругость, частотное уравнение, волновод, волновое число, форма волны.*

**1.** Рассмотрим связанные уравнения движения и теплопроводности, соответствующие теории линейной термоупругости типа GNIII [1]:

$$\begin{cases}\mu\boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{u}+(\lambda+\mu)\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{u}-\alpha\boldsymbol{\nabla}\theta-\rho\ddot{\mathbf{u}}=\mathbf{0},\\ \Lambda\boldsymbol{\nabla}^2\theta+\Lambda_*\boldsymbol{\nabla}^2\dot{\theta}-\kappa\ddot{\theta}-\alpha\theta_0\boldsymbol{\nabla}\cdot\ddot{\mathbf{u}}=0.\end{cases}\tag{1}$$

Здесь $\mathbf{u}$ — вектор перемещения, $\rho$ — плотность среды; $\lambda$, $\mu$ — упругие постоянные Ламе, $\boldsymbol{\nabla}$ — трёхмерный оператор Гамильтона; $\theta$ — превышение температуры над отсчётной температурой $\theta_0$; $\alpha$ — термомеханическая постоянная ($\alpha=1/3(3\lambda+2\mu)\beta^*$), $\beta^*$ — коэффициент объёмного теплового расширения); $\Lambda$ — характерная скорость теплопроводности, $\Lambda_*$ — коэффициент теплопроводности, $\kappa$ — теплоемкость (на единицу объёма) при постоянной деформации. В дальнейшем постоянные $\Lambda$, $\Lambda_*$ и $\kappa$ будут считаться отнесенными к отсчетной температуре $\theta_0$. Заметим, что при температуре $\theta_0$ в цилиндре отсутствуют деформации и напряжения.

*Владимир Александрович Ковалёв* (д.ф.-м.н., профессор), зав. кафедрой, каф. прикладной математики. *Юрий Николаевич Радаев* (д.ф.-м.н., профессор), ведущий научный сотрудник, лаб. моделирования в механике деформируемого твёрдого тела. *Роман Александрович Ревинский*, аспирант, каф. теории упругости и биомеханики.

Отметим также, что, полагая в уравнениях системы (1) $\Lambda = 0$, осуществляем переход к уравнениям классической теории термоупругости GNI/CTE, а полагая $\Lambda_* = 0$, приходим к уравнениям гиперболической термоупругости GNII, которая допускает теоретико-полевую формулировку и может быть сформулирована в терминах теории поля [1–3].

Будем рассматривать гармоническую зависимость перемещений и температуры от времени: $\mathbf{u} = \mathbf{U}e^{-i\omega t}$, $\theta = \Theta e^{-i\omega t}$, где $\omega$ — циклическая частота; $\mathbf{U}$, $\Theta$ — комплексные амплитуды.

Представим вектор комплексной амплитуды $\mathbf{U}$ в виде разложения Гельмгольца

$$\mathbf{U} = \boldsymbol{\nabla}\Phi + \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\Psi}, \tag{2}$$

где $\Phi$ — скалярный потенциал, $\boldsymbol{\Psi}$ — векторный потенциал. При этом необходимо учесть условие калибровки

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{\Psi} = 0. \tag{3}$$

Потенциал $\boldsymbol{\Psi}$ удовлетворяет векторному уравнению Гельмгольца

$$\boldsymbol{\nabla}^2\boldsymbol{\Psi} + k_\perp^2\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{0}, \tag{4}$$

где $k_\perp^2$ — квадрат волнового числа чисто упругой поперечной волны.

Скалярный потенциал $\Phi$ и комплексная амплитуда $\Theta$ связываются потенциалом $\Omega$ согласно

$$\Phi = a\Omega, \qquad \Theta = b\Omega, \tag{5}$$

где постоянные $a$ и $b$ могут принимать два различных значения $a = a_{1,2}$, $b = b_{1,2}$:

$$a_j = p_j^2 - g^2, \quad b_j = h\frac{\omega\alpha}{\Lambda_*}\gamma_j^2, \quad p_j^2 = k^2 - \gamma_j^2, \quad g^2 = k^2 - hh_2^2h_3^{-2}k_\parallel^2,$$
$$h = h_3^2\frac{1 + ih_3^2}{1 + h_3^4}, \quad h_2^2 = \frac{c_l^2}{l^2}, \quad h_3^2 = \frac{\Lambda_*\omega}{\Lambda}, \quad l^{-2} = \frac{\kappa}{\Lambda},$$

$\gamma_j$ — волновые числа плоской гармонической связанной GNIII-термоупругой волны, $k_\parallel^2$ — квадрат волнового числа чисто упругой продольной волны. Потенциал $\Omega$ удовлетворяет скалярному уравнению Гельмгольца

$$\boldsymbol{\nabla}^2\Omega + \gamma^2\Omega = 0, \tag{6}$$

где (см. [1, 4]) квадраты волновых чисел плоской гармонической волны вычисляются в виде

$$\frac{2\gamma^2}{k_\parallel^2} = \frac{ih_3^2 - h_1^2 + \sqrt{(h_1^2 - ih_3^2)^2 + 4h_2^2(ih_3^2 - 1)}}{ih_3^2 - 1}, \quad h_1^2 = 1 + h_2^2 + \frac{\alpha^2}{\rho\Lambda}.$$

Следует отметить, что квадратный корень является двузначным и поэтому из приведенной выше формулы можно извлечь выражения для $\gamma_1$ и $\gamma_2$.

В цилиндрической системе координат в векторном уравнении (4) удается разделить переменные; для физических компонент векторного потенциала $\mathbf{\Psi}$ находим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\Psi_r(r,\varphi,z) &= \big(C_3 I_{n-1}(q_2 r) + C_4 I_{n+1}(q_2 r)\big) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} e^{\pm ikz}, \\
\Psi_\varphi(r,\varphi,z) &= \big(C_3 I_{n-1}(q_2 r) - C_4 I_{n+1}(q_2 r)\big) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} e^{\pm ikz}, \\
\Psi_z(r,\varphi,z) &= C_5 I_n(q_2 r) \left\{ \begin{array}{c} \sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{array} \right\} e^{\pm ikz},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $n$ — азимутальный порядок волны, $q_2^2 = k^2 - k_\perp^2$. Скалярный потенциал $\Phi$ и комплексная амплитуда $\Theta$ получаются в форме

$$\begin{aligned}
\Phi &= \left(C_1 \left(p_1^2 - g^2\right) I_n(p_1 r) + C_2 \left(p_2^2 - g^2\right) I_n(p_2 r)\right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} e^{\pm ikz}, \\
\Theta &= h \frac{\omega\alpha}{\Lambda_*} \left(C_1 \gamma_1^2 I_n(p_1 r) + C_2 \gamma_2^2 I_n(p_2 r)\right) \left\{ \begin{array}{c} \cos n\varphi \\ -\sin n\varphi \end{array} \right\} e^{\pm ikz}.
\end{aligned} \tag{8}$$

В формулах (7), (8) величины $C_1, C_2, \ldots, C_5$ — произвольные постоянные.

**2.** Боковая поверхность волновода предполагается свободной от нагрузок, а с окружающей средой происходит конвективный теплообмен. Предполагая, что температура окружающей среды постоянна и равна отсчетной, можно сформулировать граничные условия на стенке волновода

$$\sigma_{rr}\big|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}\big|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{rz}\big|_{r=R} = 0, \quad \left(\Lambda \frac{\partial \theta}{\partial r} + \Lambda_* \frac{\partial \dot\theta}{\partial r} + \sigma \dot\theta\right)_{r=R} = 0, \tag{9}$$

где $\sigma_{rr}$, $\sigma_{r\varphi}$, $\sigma_{rz}$ — физические компоненты тензора напряжения; $\sigma$ — коэффициент теплообмена (отнесенный к отсчетной температуре).

Используя соотношения (7) и (8), на основании определяющего закона Дюгамеля—Неймана

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} + (\lambda \mathrm{tr}\boldsymbol{\varepsilon} - \alpha\theta)\,\mathbf{I},$$

где $\mathbf{I}$ — единичный тензор, находим физические компоненты тензора напряжений в цилиндрических координатах. Удовлетворяя граничным условиям (9) и калибровочному условию (3), приходим к линейной однородной алгебраической системе уравнений относительно постоянных $C_j$: $D_{ij}C_j = 0$. Приравнивая нулю определитель системы $D$, получаем частотное уравнение $D = 0$. В случае теплоизолированного волновода элементы определителя приведены в [1]. В рассматриваемой задаче с конвективным теплообменом через боковую поверхность волновода элементы частотного определителя (а именно $D_{41}$ и $D_{42}$) будут несколько отличаться и иметь вид

$$\begin{aligned}
D_{11} = \frac{1}{k^2 - q_1^2}(p_1^2 - g^2)\big((n^2 - n + p_1^2) I_n(p_1) - p_1 I_{n+1}(p_1)\big) + \\
+ \frac{(2q_1^2 - q_2^2 - k^2)(p_1^2 - g^2)}{(k^2 - q_1^2)(k^2 - q_2^2)}\big((n - n^2 - k^2) I_n(p_1) + p_1 I_{n+1}(p_1)\big) - \\
- h s_*^2 (k^2 - p_1^2) I_n(p_1),
\end{aligned}$$

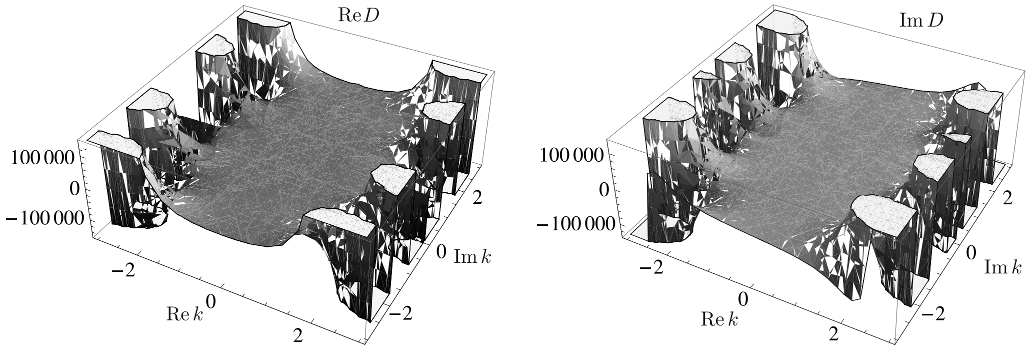
$$D_{12}=\frac{1}{k^2-q_1^2}(p_2^2-g^2)\left((n^2-n+p_2^2)I_n(p_2)-p_2I_{n+1}(p_2)\right)+$$
$$+\frac{(2q_1^2-q_2^2-k^2)(p_2^2-g^2)}{(k^2-q_1^2)(k^2-q_2^2)}\left((n-n^2-k^2)I_n(p_2)+p_2I_{n+1}(p_2)\right)-$$
$$-hs_*^2(k^2-p_2^2)I_n(p_2),$$

$$D_{13}=\mp(ik)\frac{2}{k^2-q_2^2}\left(\frac{2n^2-2n+q_2^2}{2n}\left(I_{n-1}(q_2)-I_{n+1}(q_2)\right)+(n-1)I_{n+1}(q_2)\right),$$
$$D_{14}=\mp(ik)\frac{2}{k^2-q_2^2}\left(-q_2I_n(q_2)+(n+1)I_{n+1}(q_2)\right),$$
$$D_{15}=\frac{2}{k^2-q_2^2}\left((n^2-n)I_n(q_2)+q_2nI_{n+1}(q_2)\right),$$
$$D_{21}=2(p_1^2-g^2)\left((n-n^2)I_n(p_1)-np_1I_{n+1}(p_1)\right),$$
$$D_{22}=2(p_2^2-g^2)\left((n-n^2)I_n(p_2)-np_2I_{n+1}(p_2)\right),$$
$$D_{23}=\pm(ik)\left(\frac{4n^2-4n+q_2^2}{2n}\Big(I_{n-1}(q_2)-I_{n+1}(q_2)\Big)+(2n-2)I_{n+1}(q_2)\right),$$
$$D_{24}=\pm(ik)\left(q_2I_n(q_2)-(2n+2)I_{n+1}(q_2)\right),$$
$$D_{25}=(2n-2n^2-q_2^2)I_n(q_2)+2q_2I_{n+1}(q_2),$$
$$D_{31}=\pm(2ik)(p_1^2-g^2)\left(nI_n(p_1)+p_1I_{n+1}(p_1)\right),$$
$$D_{32}=\pm(2ik)(p_2^2-g^2)\left(nI_n(p_2)+p_2I_{n+1}(p_2)\right),$$
$$D_{33}=\frac{2k^2+q_2^2}{2}\left(I_{n-1}(q_2)-I_{n+1}(q_2)\right)+(q_2^2+k^2)I_{n+1}(q_2),$$
$$D_{34}=-q_2nI_n(q_2)-(q_2^2+k^2)I_{n+1}(q_2),\quad D_{35}=\pm(ik)nI_n(q_2),$$
$$D_{41}=\left(k^2-p_1^2\right)\left(nI_n(p_1)+p_1I_{n+1}(p_1)\right)+h_7\left(k^2-p_1^2\right)I_n(p_1),$$
$$D_{42}=\left(k^2-p_2^2\right)\left(nI_n(p_2)+p_2I_{n+1}(p_2)\right)+h_7\left(k^2-p_2^2\right)I_n(p_2),$$
$$D_{43}=0,\quad D_{44}=0,\quad D_{45}=0,\quad D_{51}=0,\quad D_{52}=0,\quad D_{53}=q_2,$$
$$D_{54}=q_2,\quad D_{55}=\pm(ik),$$

где $q_1^2=k^2-k_{\|}^2$, $s_*^2=\alpha^2/(\rho\Lambda_*)$ и введены следующие безразмерные величины: $h_5^2=\omega\sigma R\Lambda^{-1}$, $h_6^2=\sigma c_l\Lambda^{-1}$, $h_7=ih_5^2/(1+ih_3^2)$, $\widetilde{s}_*=s_*/\sqrt{\omega}$, $\widetilde{k}=kR$, $\widetilde{k}_{\|}=k_{\|}R$, $\widetilde{p}_j=p_jR$, $\widetilde{q}_j=q_jR$, и символ волны для краткости опущен.

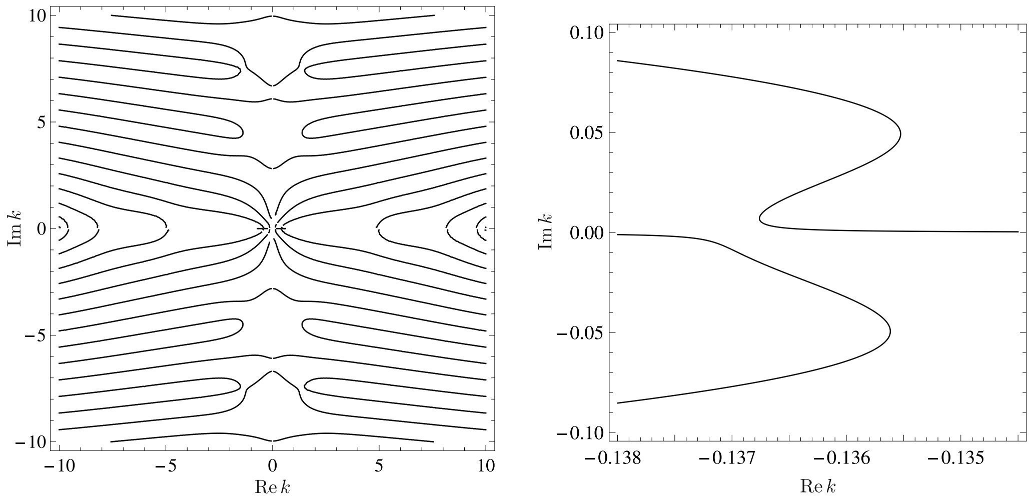
Отметим, что задачи о распространении связанного теплового и динамического импульсов в форме плоских волн и нормальных волн (в том числе с достаточно высокими азимутальными порядками) внутри свободного теплоизолированного цилиндрического волновода изучались в [1,5].

**3.** Частотное уравнение $D=0$ в случае $n=1$ анализировалось численно средствами `Mathematica 6.0`. На рисунках в форме двумерных поверхностей показаны зависимости величин $\mathrm{Re}\,D$ и $\mathrm{Im}\,D$ от $\mathrm{Re}\,k$, $\mathrm{Im}\,k$ (рис. 1), а также




а б

Рис. 1. Функции $\mathrm{Re}\,D$ (а) и $\mathrm{Im}\,D$ (б) в зависимости от $\mathrm{Re}\,k$ и $\mathrm{Im}\,k$, представленные в форме двумерных поверхностей, при $h_0 = 0{,}1$, $h_2 = 100{,}0$, $h_4 = 0{,}01$, $h_6 = 1{,}1$, $c_l/c_t = 1{,}9$, $\widetilde{k}_{\|} = 0{,}1$

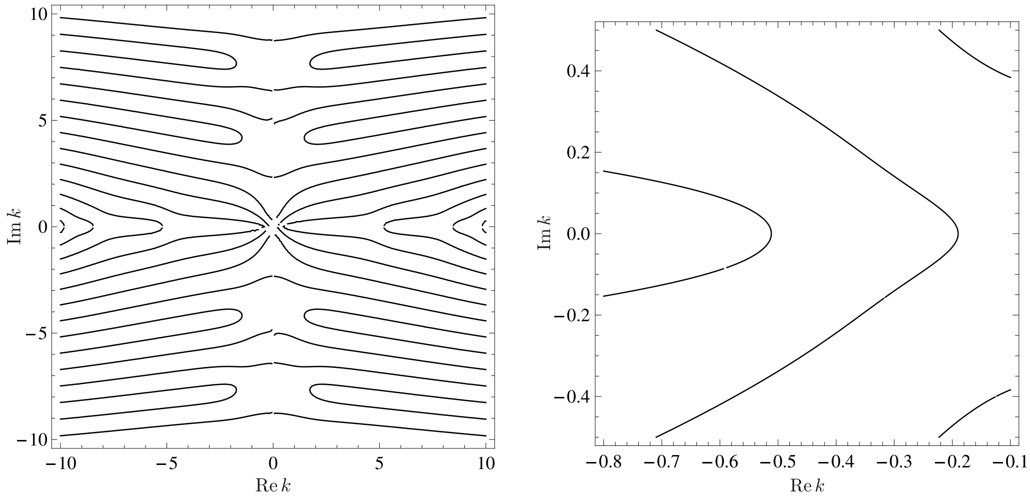



а б

Рис. 2. Нулевые линии уровня величины $\mathrm{Re}\,D$ в зависимости от $\mathrm{Re}\,k$ и $\mathrm{Im}\,k$ при $h_0 = 0{,}1$, $h_2 = 100{,}0$, $h_4 = 0{,}01$, $h_6 = 1{,}1$, $c_l/c_t = 1{,}9$, $\widetilde{k}_{\|} = 0{,}1$ (а) и образец более детального представления (б)

**Безразмерные волновые числа $\widetilde{k} = kR$**

| $\widetilde{k}_{\|}$ | Волновые числа $\widetilde{k} = kR$ | $\widetilde{k}_{\|}$ | Волновые числа $\widetilde{k} = kR$ |
|---|---|---|---|
| 0,1 | $01 - 1{,}22488 \cdot 10^{-18}i$ | 0,3 | $0{,}57 - 1{,}90096 \cdot 10^{-18}i$ |
| | $-0{,}19 - 3{,}39887 \cdot 10^{-18}i$ | | $0{,}3 - 1{,}0262 \cdot 10^{-17}i$ |
| | $1{,}98107 \cdot 10^{-13} + 2{,}81428i$ | | $2{,}20287 \cdot 10^{-15} + 0{,}689327i$ |
| | $1{,}71312 \cdot 10^{-14} + 0{,}456983i$ | | $1{,}74377 \cdot 10^{-15} + 6{,}6713i$ |
| 0,5 | $2{,}967 \cdot 10^{-15} + 0{,}741351i$ | 0,7 | $1{,}69503 \cdot 10^{-15} + 0{,}663357i$ |
| | $-3{,}51351 \cdot 10^{-15} - 0{,}741351i$ | | $-1{,}60072 \cdot 10^{-15} + 0{,}663357i$ |
| | $0{,}95 - 4{,}0535 \cdot 10^{-19}i$ | | $1{,}33 + 7{,}8288 \cdot 10^{-20}i$ |
| | $0{,}5 - 3{,}07992 \cdot 10^{-17}i$ | | $0{,}7 - 6{,}05126 \cdot 10^{-17}i$ |




*а* *б*

Рис. 3. Нулевые линии уровня величины $\operatorname{Im} D$ в зависимости от $\operatorname{Re} k$ и $\operatorname{Im} k$ при $h_0 = 0{,}1$, $h_2 = 100{,}0$, $h_4 = 0{,}01$, $h_6 = 1{,}1$, $c_l/c_t = 1{,}9$, $\widetilde{k}_\parallel = 0{,}1$ (*а*) и образец более детального представления (*б*)

приводятся графики нулевых линий уровня величин $\operatorname{Re} D$ и $\operatorname{Im} D$ (рис. 2, 3) при следующих значениях безразмерных постоянных: $h_0 = \sqrt{\Lambda_* c_l/(\Lambda R)} = 0{,}1$, $h_2 = c_l/l = 100{,}0$, $h_4 = \alpha\sqrt{R/(\rho\Lambda_* c_l)} = 0{,}01$, $h_6 = \sqrt{\sigma c_l/\Lambda} = 1{,}1$, $c_l/c_t = 1{,}9$, $k_\parallel = 0{,}1$.

В таблице приводятся (найденные при тех же значениях безразмерных параметров) наиболее близкие к нулю безразмерные волновые числа $\widetilde{k} = kR$.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ковалев В. А., Радаев Ю. Н.* Волновые задачи теории поля и термомеханика. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2010. 328 с. [*Kovalev V. A., Radaev Yu. N.* Wave problems of field theory and thermomechanics. Saratov: Izd-vo Saratov. un-ta, 2010. 328 pp.]
2. *Ковалев В. А., Радаев Ю. Н.* Элементы теории поля: вариационные симметрии и геометрические инварианты. М.: Физматлит, 2009. 156 с. [*Kovalev V. A., Radaev Yu. N.* Elements of the classical field theory: variational symmetries and geometric invariants. Moscow: Fizmatlit, 2009. 156 pp.]
3. *Ковалев В. А., Радаев Ю. Н.* Волновые задачи теории поля и термомеханика / В сб.: *Вторая международная конференция «Математическая физика и её приложения»*: Материалы Межд. конф. (Самара, 29 августа – 4 сентября 2010 г); ред. И. В. Волович, Ю. Н. Радаев. Самара: Книга, 2010. С. 165–166. [*Kovalev V. A., Radaev Yu. N.* Wave problems of field theory and thermomechanics / In: *The Second International Conference on Mathematical Physics and Its Applications*: Book of Abstracts (Samara, August 29 – August 04, 2010); eds. I. V. Volovich, Yu. N. Radaev. Samara: Kniga, 2010. Pp. 165–166].
4. *Ковалев В. А., Радаев Ю. Н.* Волновые числа плоских GNIII-термоупругих волн и неравенства, обеспечивающие их нормальность // *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика*, 2010. Т. 10, № 3. С. 46–53. [*Kovalev V. A., Radaev Yu. N.* On wavenumbers of plane harmonic type III thermoelastic waves // *Izv. Saratov. Univ. Mat. Mekh. Inform.*, 2010. Vol. 10, no. 3. Pp. 46–53].
5. *Ковалев В. А., Радаев Ю. Н., Романов А. Е.* Прохождение теплового GNIII-волнового сигнала с высокой окружной гармоникой через цилиндрический волновод / В сб.: *Ак-*

*туальные проблемы прикладной математики, информатики и механики*: Тр. международн. конф-ции, посв. 80-летию д.ф.-м.н., проф. Д. Д. Ивлева. Воронеж: Воронеж. гос. ун-т, 2010. С. 173–180. [*Kovalev V. A., Radaev Yu. N., Romanov A. E.* Propagation heat harmonic type III wave signal with high circumferential harmonic via a cylindrical waveguide / In: *Aktual'nye problemy prikladnoy matematiki, informatiki i mehaniki*: Tr. mezhdunarodn. konf-tsii, posv. 80-letiyu d.f.-m.n., prof. D. D. Ivleva. Voronezh: Voronezh. gos. un-t, 2010. Pp. 173–180].

Поступила в редакцию 20/XI/2010;
в окончательном варианте — 11/II/2011.

**MSC: 74F05**

## PROPAGATION THERMOELASTIC IMPULSE THROUGH A CYLINDRICAL WAVEGUIDE UNDER SIDEWALL HEAT INTERCHANGING

***V. A. Kovalev, Yu. N. Radaev, R. A. Revinsky***

[1] Moscow City Government University of Management Moscow,
28, Sretenka st., Moscow, 107045, Russia.
[2] A. Ishlinsky Institite for Problems in Mechanics, Russian Academy of Sciences,
101, pr. Vernadskogo, Moscow, 119526, Russia.
[3] N. G. Chernyshevsky Saratov State University (National Research University),
Faculty of Mathematics and Mechanics,
83, Astrakhanskaya st., Saratov, 410012, Russia.

E-mails: vlad_koval@mail.ru, y.radayev@gmail.com, rvskra@gmail.com

*The paper is devoted to a study of coupled harmonic thermoelastic impulse guided propagation through an infinite circular cylinder. Heat interchanging is supposed to take place between sidewall of the waveguide and environment. The analysis is carried out according to the principles of coupled generalized thermoelasticity theory of type III (GNIII-thermoelasticity). This theory combines thermodiffusion and wave mechanisms of heat transfer in solids including as limiting cases both the theories: classical thermoelasticity (GNI/CTE) and the theory of hyperbolic thermoelasticity (GNII). The latter permits field-theoretic formulation and leads to the field equations of hyperbolic analytical type. Closed solution of the coupled GNIII-thermoelasticity equations satisfying the boundary conditions on the surface of waveguide is obtained by separation of variables. The analysis of frequency equation is given and wave numbers and modes of coupled thermoelastic waves of arbitrary order are obtained. The problems of coupled thermal and dynamic impulse propagation in the form of plane and normal waves in a free from tractions thermoisolated waveguide have been studied in our previous papers.*

**Key words:** *thermoelasticity, GNIII-thermoelasticity, frequency equation, waveguide, wavenumber, wave mode.*

Original article submitted 20/XI/2010;
revision submitted 11/II/2011.

*Vladimir A. Kovalev* (Dr. Sc. (Phys. & Math.)), Head of Dept., Dept. of Applied Mathematics. *Yuriy N. Radaev* (Dr. Sc. (Phys. & Math.)), Leading Researcher, Lab. of Modeling in Solid Mechanics. *Roman A. Revinsky*, Postgraduate Student, Dept. of Mathematical Theory of Elasticity & Biomechanics.