



УДК 517.958:621.311.245

## Оценка влияния моделей турбулентности на описание процессов вихреобразования в ветроэнергетике

*Е. В. Соломин, А. А. Терехин, А. С. Мартьянов,  
А. А. Ковалёв, Д. Р. Исмагилов, Г. Н. Рязкин,  
А. З. Кулганатов, Б. Т. Погорелов*

Южно-Уральский государственный университет  
(национальный исследовательский университет),  
Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76.

### Аннотация

Проведено сравнение результатов математического моделирования внешнего обтекания горизонтально-осевой ветроэнергетической установки Siemens модели SWT-3.6-120 (профиль лопасти B52) с применением осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, замкнутых моделями турбулентности  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  Shear Stress Transport и Eddy Viscosity Transport. Задача верного определения угла отклонения вектора скорости над гондолой ветроэнергетической установки обусловлена работой системы ориентации, от которой зависит эффективность всей установки. В качестве критерия сравнения выбрано число Струхала, определенного для поперечного обтекания цилиндра, описывающего частоту формирования вихревой структуры за комлевой частью лопасти ветроэнергетической установки. Расчетная область состоит из трех миллионов тетраэдрических элементов с призматическим слоем на поверхности гондолы с применением локального измельчения. Место регистрации параметров направления потока расположено на высоте 3 м над гондолой и на расстоянии 8 м от комлевой части лопасти, что соответствует стандартному расположению анеморумбометра. Анализ полученных результатов показал, что модели турбулентности  $k-\varepsilon$  и Eddy Viscosity Transport практически одинаково описывают параметры потока над гондолой ветроэнергетической установки, но модель Eddy Viscosity Transport имеет одно

### Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ Научная статья

© Коллектив авторов, 2022

© СамГТУ, 2022 (составление, дизайн, макет)

 Контент публикуется на условиях лицензии [Creative Commons Attribution 4.0 International \(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru\)](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.ru)

### Образец для цитирования

Соломин Е. В., Терехин А. А., Мартьянов А. С., Ковалёв А. А., Исмагилов Д. Р., Рязкин Г. Н., Кулганатов А. З., Погорелов Б. Т. Оценка влияния моделей турбулентности на описание процессов вихреобразования в ветроэнергетике // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2022. Т. 26, № 2. С. 339–354. EDN: SVRJGF. DOI: [10.14498/vsgtu1885](https://doi.org/10.14498/vsgtu1885).

### Сведения об авторах

*Евгений Викторович Соломин*  <https://orcid.org/0000-0002-4694-0490>

доктор технических наук, профессор; каф. электрических станций, сетей и систем электроснабжения; e-mail: [solominev@susu.ru](mailto:solominev@susu.ru)

*Александр Александрович Терехин*  <https://orcid.org/0000-0002-5744-2104>

кандидат технических наук, доцент; каф. летательных аппаратов;  
e-mail: [aleksandr.terekhin@gmail.com](mailto:aleksandr.terekhin@gmail.com)

дифференциальное уравнение, тем самым ее применение является более предпочтительным по критерию вычислительных затрат. Преимущество модели Eddy Viscosity Transport также заключается в меньшем количестве замыкающих полуэмпирических констант, анализ которых позволяет расширить область применения инженерных методик описания турбулентных процессов для решения практических задач, связанных с проектированием систем управления ветроэнергетическими установками, повышающих коэффициент полезного действия таких установок.

**Ключевые слова:** ветер, горизонтально-осевая ветроэнергетическая установка, число Струхала, флюгер, электроэнергия, лопасть, аэродинамический профиль, вихрь.

Получение: 18 сентября 2021 г. / Исправление: 21 декабря 2021 г. /  
Принятие: 25 декабря 2021 г. / Публикация онлайн: 15 июня 2022 г.

---

**Введение.** Ориентация анеморумбометра горизонтально-осевых ветроэнергетических установок (ГО ВЭУ) по направлению потока ветра влияет на эффективность управления положением установки и на ее коэффициент полезного действия. При прохождении через комлевую часть лопасти вектор скорости потока деформируется, что влияет на показания анеморумбометра и приводит к некорректной работе системы управления ориентацией ВЭУ. Математическое моделирование движения газа в области установки анеморумбометра позволяет проводить анализ влияющих факторов на показания анеморумбометра и прогнозировать работу системы управления ориентацией таких установок не проводя дорогостоящих натурных или модельных экспериментов.

Для точного разрешения пространственно-временных масштабов турбулентности, соответствующих процессам течения вблизи ГО ВЭУ, наиболее подходящими для моделирования турбулентных течений являются метод крупных вихрей (Large Eddy Simulation, LES) и метод прямого численного

---

*Андрей Сергеевич Мартьянов*  <https://orcid.org/0000-0002-9997-9989>  
кандидат технических наук, доцент; каф. электрических станций, сетей и систем электроснабжения; e-mail: [martianovas@susu.ru](mailto:martianovas@susu.ru)

*Антон Александрович Ковалёв*  <https://orcid.org/0000-0001-6952-277X>  
аспирант; каф. электрических станций, сетей и систем электроснабжения; e-mail: [alpengl305@yandex.ru](mailto:alpengl305@yandex.ru)

*Денис Рашидович Исмагилов*  <https://orcid.org/0000-0002-9312-295X>  
инженер-исследователь; НОЦ «Аэрокосмические технологии»; e-mail: [drismagilov@gmail.com](mailto:drismagilov@gmail.com)

*Глеб Николаевич Рякин*  <https://orcid.org/0000-0002-7637-0310>  
магистрант; каф. электрических станций, сетей и систем электроснабжения; e-mail: [amd3@bk.ru](mailto:amd3@bk.ru)

*Аскар Зайдакбаевич Кулганатов*  <https://orcid.org/0000-0002-7576-7949>  
аспирант; каф. электрические станции, сети и системы электроснабжения; e-mail: [kulganatov97@gmail.com](mailto:kulganatov97@gmail.com)

*Богдан Тарасович Погорелов*  <https://orcid.org/0000-0002-2922-6615>  
магистрант; каф. электрические станции, сети и системы электроснабжения; e-mail: [boga-rap@mail.ru](mailto:boga-rap@mail.ru)

моделирования (Direct Numerical Simulation, DES) [1,2]. Однако практическое использование этих методов связано с крайней вычислительной трудоемкостью, что затрудняет их широкое распространение. Математические модели турбулентности, базирующиеся на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье—Стокса (Reynolds Averaged Navier–Stokes, RANS), получили более широкое распространение, но они не всегда позволяют учесть все эффекты турбулентного течения. Поэтому задача оценки влияния математических моделей турбулентности (RANS) на описание процессов вихреобразования для задач обтекания ГО ВЭУ является актуальной.

Для правильной работы системы управления ориентацией ГО ВЭУ необходимо знать фактическое направление ветра. Направление ветра измеряется анеморумбометром, устанавливаемым на корпусе гондолы ВЭУ. Неправильное определение оптимального расположения анеморумбометра влияет на работу системы ориентации установки, что ведет к снижению ее коэффициента полезного действия. Решить задачу определения оптимального местоположения анеморумбометра на корпусе гондолы ВЭУ можно только методами численного моделирования внешнего обтекания. Процессы вихреобразования над корпусом гондолы являются достаточно сложными для моделирования из-за наличия крупновихревых структур, сопоставимых с размерами самой гондолы. В таких случаях необходимо применять методы моделирования крупных вихрей (LES) или методы моделирования отсоединенного вихря (DES) [1,2]. Однако их практическое применение связано с большой затратой вычислительных ресурсов, что затрудняет их широкое распространение. Применение математических моделей турбулентности, базирующихся на осредненных по Рейнольдсу уравнениях Навье—Стокса (RANS), получило более широкое распространение, но не всегда позволяет учесть все эффекты турбулентного течения, связанного с наличием крупновихревых структур. Оценка влияния математических моделей, основанных на подходе RANS к описанию процессов вихреобразования, позволяет расширить область применения инженерных методик описания турбулентных процессов для решения практических задач, связанных с проектированием систем управления ГО ВЭУ, повышающих коэффициент полезного действия ВЭУ.

**1. Математическая модель.** В качестве математической модели описания движения вязкого турбулентного газа выбрана система уравнений, усредненная по Рейнольдсу (RANS) [3–10]. Неизвестные компоненты пульсации определяются на основе теории Буссинеска [3] о дифференциальных моделях турбулентности  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  Shear Stress Transport ( $k-\omega$  SST) и Eddy Viscosity Transport (EVT) [4, 11–15]. В расчете используется неструктурированная тетраэдрическая сетка с локальным измельчением (параметры пристеночного слоя по критерию  $Y^+$  не более 100) в области анализа параметров. Размер сетки составляет 3 миллиона ячеек.

Уравнения турбулентности имеют ряд эмпирических констант, влияющих непосредственно на отклонение вектора скорости в области расположения анеморумбометра, которые выводятся из дифференциальных уравнений турбулентности.

**1.1.** Модель  $k-\varepsilon$  содержит два дифференциальных уравнения [4] с пятью модельными константами (см. табл. 1):

– уравнение кинетической энергии турбулентности:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right],$$

– уравнение скорости рассеивания:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right],$$

где  $k$  — кинетическая энергия турбулентных пульсаций,  $\text{м}^2/\text{с}^2$ ;  $\varepsilon$  — скорость рассеивания энергии турбулентности,  $\text{м}^2/\text{с}^3$ ;  $\rho$  — плотность воздуха,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $t$  — время, с;  $U_i, U_j$  — средние значения скоростей ветра в направлениях  $x_i, x_j$ ,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $\tau_{ij}$  — сила трения, Па;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$  — турбулентная динамическая вязкость,  $\text{Па} \cdot \text{с}$ ;  $\sigma_k, \sigma_\varepsilon$  — турбулентные числа Прандтля (константы стандартной модели турбулентности  $k$ – $\varepsilon$ );  $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}$  — константы стандартной модели турбулентности  $k$ – $\varepsilon$ ;  $C_\mu$  — эмпирическая константа замыкания.

**1.2.** Модель  $k$ – $\omega$  SST является продвинутой версией модели  $k$ – $\omega$  и имеет два дифференциальных уравнения [16, 17], содержащих семь основных констант и десять дополнительных (они же — основные константы для стандартной модели  $k$ – $\omega$ , см. табл. 1):

– уравнение кинетической энергии турбулентности пульсаций:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k,$$

– уравнение производной затухающей поперечной диффузии:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega U_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega,$$

где  $\tilde{G}_k$  — выработка кинетической энергии турбулентности пульсаций за счет средних градиентов скорости;  $Y_k, Y_\omega$  — рассеивания  $k$  и  $\omega$  из-за турбулентности;  $G_\omega$  — выработка производной затухающей поперечной диффузии;  $D_\omega$  —

Таблица 1

Численные значения модельных констант [Numerical values of model constants]

$k$ – $\varepsilon$	$k$ – $\omega$ SST (basic)	$k$ – $\omega$ SST (additional)	EVT
$\sigma_k = 1$	$\sigma_{k1} = 1.176$	$\alpha_\infty^* = 1$	$\alpha = 5/9$
$\sigma_\varepsilon = 1.3$	$\sigma_{k2} = 1$	$\alpha_\infty = 0.52$	$\beta = 0.075$
$C_{\varepsilon 1} = 1.44$	$\sigma_{\omega 1} = 2$	$\alpha_0 = 1/9$	$\sigma = 0.5$
$C_{\varepsilon 2} = 1.92$	$\sigma_{\omega 2} = 1.168$	$\beta_\infty^* = 0.09$	$\beta^* = 0.09$
$C_\mu = 0.09$	$a_1 = 0.31$	$\beta_i = 0.072$	
	$\beta_{i1} = 0.075$	$R_\beta = 8$	
	$\beta_{i2} = 0.0828$	$R_k = 6$	
		$R_\omega = 2.95$	
		$\zeta^* = 1.5$	
		$M_{t0} = 0.25$	

перекрестная диффузия;  $S_k, S_\omega$  — определяемые пользователем исходные показатели;  $\Gamma_k = \mu + \mu_t/\sigma_k, \Gamma_\omega = \mu + \mu_t/\sigma_\omega$  — эффективные диффузивности  $k$  и  $\omega$ ;  $\sigma_k, \sigma_\omega$  — турбулентные числа Прандтля.

Для модели SST турбулентные числа Прандтля  $\sigma_k, \sigma_\omega$  представлены уравнениями, а не константами, как в стандартной модели  $k$ - $\varepsilon$ :

$$\sigma_k = \left( \frac{F_1}{\sigma_{k1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{k2}} \right)^{-1}, \quad \sigma_\omega = \left( \frac{F_1}{\sigma_{\omega1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega2}} \right)^{-1},$$

где  $F_1$  — первая функция смешивания;  $\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \sigma_{\omega1}, \sigma_{\omega2}$  — константы модели SST.

Уравнение турбулентной динамической вязкости имеет вид

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \left( \max \left[ \frac{1}{\alpha^*}, \frac{S F_2}{a_1 \omega} \right] \right)^{-1},$$

где  $\alpha^*$  — коэффициент гашения турбулентной вязкости;  $S$  — модуль тензора средней скорости деформации;  $F_2$  — вторая функция смешивания;  $a_1$  — константа модели SST.

Коэффициент гашения турбулентной вязкости вычисляется по формуле

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \frac{\alpha_0^* + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}},$$

где  $\alpha_\infty^*, R_k$  — константы стандартной модели  $k$ - $\omega$ ;  $Re_t$  — число Рейнольдса.

Выработка производной затухающей поперечной диффузии вычисляется по формулам

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\tilde{\nu}_t} \tilde{G}_k, \quad \alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_\omega}}{1 + \frac{Re_t}{R_\omega}},$$

где  $\tilde{\nu}_t$  — кинематическая турбулентная вязкость,  $m^2/c$ ;  $\alpha_\infty, \alpha_0, R_\omega$  — константы стандартной модели  $k$ - $\omega$  (при больших числах Рейнольдса  $\alpha = \alpha_\infty$ ).

Для модели турбулентности SST

$$\alpha_\infty = F_1 \alpha_{\infty1} + (1 - F_1) \alpha_{\infty2},$$

где

$$\alpha_{\infty1} = \frac{\beta_{i1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega1} \sqrt{\beta_\infty^*}}, \quad \alpha_{\infty2} = \frac{\beta_{i2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega2} \sqrt{\beta_\infty^*}}.$$

Здесь  $\beta_1, \beta_2$  — константы модели SST;  $\beta_\infty^*$  — константа стандартной модели  $k$ - $\omega$ ;  $\kappa = 0.41$ .

Уравнение производной затухающей поперечной диффузии имеет вид

$$Y_\omega = \rho \beta f_\beta \omega^2, \quad \beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right],$$

где  $f_\beta$  — коэффициент рассеивания;  $\beta_i, \zeta^*$  — константы стандартной модели  $k$ - $\omega$ ;  $\beta_i^*$  — коэффициент сжимаемости (при высоких числах Рейнольдса  $\beta_i^* = \beta_\infty^*$ , а в несжимаемой форме  $\beta_i^* = \beta^*$ );

$$F(M_t) = \begin{cases} 0, & M_t \leq M_{t0}, \\ M_t^2 - M_{t0}^2, & M_t > M_{t0} \end{cases}$$

— функция сжимаемости;  $M_t$  — переменная функции сжимаемости;  $M_{t0}$  — константа стандартной модели  $k-\omega$ .

Коэффициент сжимаемости задается формулой

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4},$$

где  $R_\beta$  — константа стандартной модели  $k-\omega$ .

**1.3.** Модель EVT состоит из уравнения турбулентности (для больших чисел Рейнольдса) [15]:

$$\frac{D\tilde{\nu}_t}{Dt} = c_1\tilde{\nu}_t \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| + c_2\tilde{\nu}_t \frac{\frac{\partial}{\partial y} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|}{\left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|} \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma \tilde{\nu}_t \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial y} \right),$$

где

$$\frac{D\tilde{\nu}_t}{Dt} = \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial t} + U_j \left( \frac{\partial \tilde{\nu}_t}{\partial x_j} \right), \quad c_1 = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^*}} - \sqrt{\beta^*} \alpha, \quad c_2 = 2\sigma,$$

и содержит 4 модельные константы  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ,  $\beta^*$ .

Численные значения модельных констант представлены в табл. 1.

**2. Настройки модели ГО ВЭУ.** Исходная геометрия ГО ВЭУ [18] приведена на рис. 1, а. Так как на вихревой след влияет только комлевая часть лопасти, в расчетной области рассматривается усеченный вариант ВЭУ (рис. 1, б).

Локальное измельчение расчетной области позволяет сократить количество контрольных объемов для более рационального использования ресурса ЭВМ. В области наличия градиента скорости, на комлевом участке лопасти и в части объема над поверхностью гондолы необходимо добавление призматического слоя для приведения критерия применимости моделей турбулентности (число Рейнольдса) к значениям до 150 (рис. 2). Место установки анеморумбометра находится на расстоянии 8 м от комлевой части лопасти на высоте 3 м от гондолы [18] (рис. 1, с).

Технические характеристики ГО ВЭУ Siemens SWT-3.6-120 [18, 19] сведены в табл. 2.

Таблица 2  
Значения параметров ГО ВЭУ SWT-3.6-120 [The parameter values of the horizontal-axis wind turbine SWT-3.6-120]

Parameter names	Values
Nominal power $P$ , kW	3 600
Lower limit of wind speed $V_{\min}$ , m/s	3
Upper limit of wind speed $V_{\max}$ , m/s	25
Nominal wind speed $V_{\text{nom}}$ , m/s	12.5
Circumferential speed of the rotor $\omega$ , rad/s	1
Rotor diameter $D$ , m	120
Swept area of rotor $S$ , m <sup>2</sup>	11 300

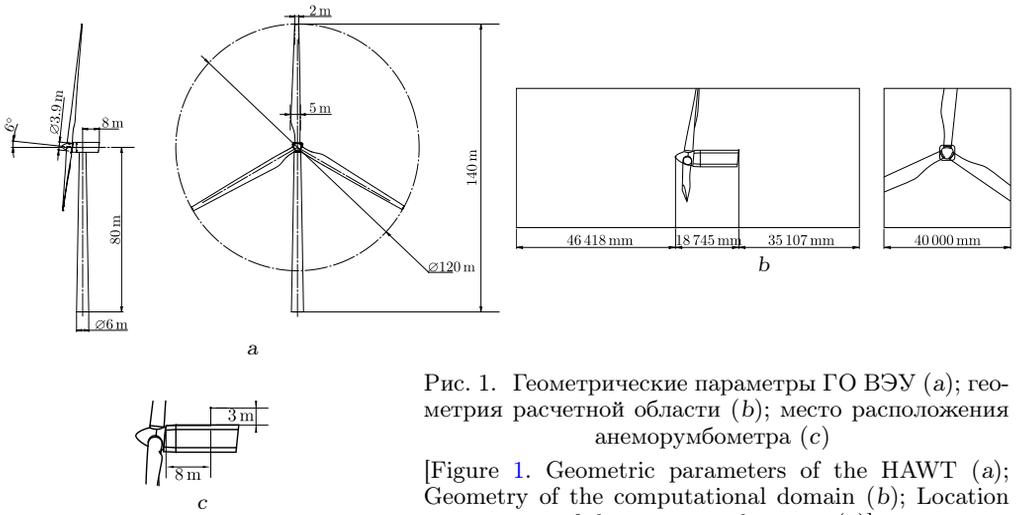


Рис. 1. Геометрические параметры ГО ВЭУ (а); геометрия расчетной области (b); место расположения анеморумбометра (с)

[Figure 1. Geometric parameters of the HAWT (a); Geometry of the computational domain (b); Location of the anemometer (c)]

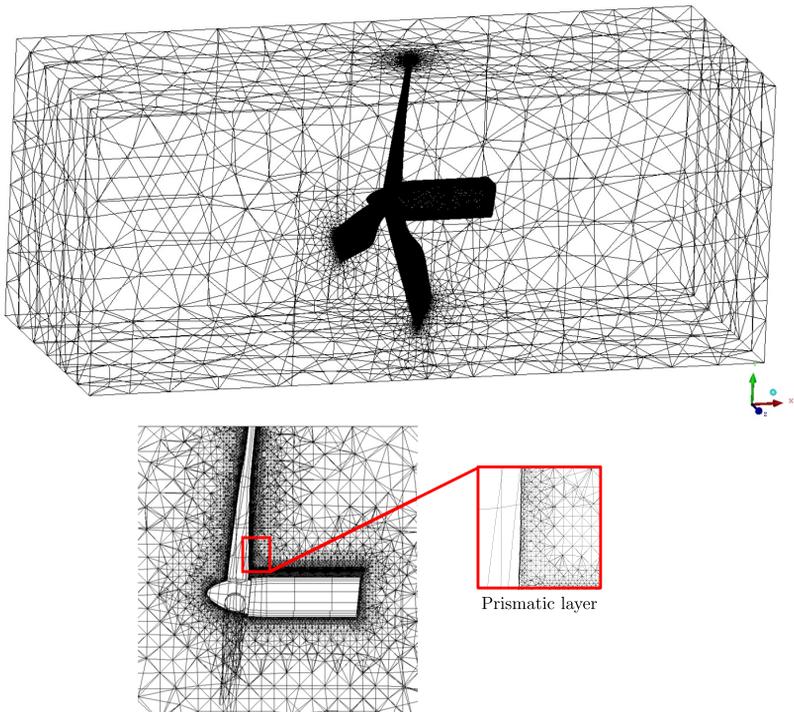


Рис. 2. Сеточное разбиение (общий вид и в разрезе)  
Figure 2. Grid partitioning (general view and cross-section)]

**3. Расчет временного шага интегрирования.** Число Рейнольдса определяется через поперечный диаметр комлевой части лопасти на уровне рассматриваемой точки:

$$Re = VD_k\rho/\mu = 1.2041 \cdot 12 \cdot 2.41/(1.8 \cdot 10^{-5}) = 1.93 \cdot 10^6,$$

где  $\rho$  — плотность воздуха при температуре 20°C [20], кг/м<sup>3</sup>;  $D_k$  — поперечный диаметр комлевой части лопасти на уровне регистрации параметров потока, м;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости для воздуха при температуре 20°C [20], Па·с.

Число Струхала  $S$  определяет частоту пульсации параметров скорости в вихревом следе при поперечном обтекании цилиндра:

$$n = SV_{\text{ном}}/D_k, \text{ с}^{-1},$$

где  $V_{\text{ном}}$  — номинальная скорость ветра, м/с (см. табл. 2).

В соответствии с измерениями А. Рошко [21] для чисел  $Re > 6000$  число Струхала  $S$  приближается к постоянному значению, равному 0.21 (см. рис. 3). Частота пульсации параметров скорости для числа Рейнольдса, равного  $1.93 \cdot 10^6$ , и числа Струхала, равного 0.21, соответствует

$$n = 0.21 \cdot 12.5/2.41 = 1.089 \text{ с}^{-1}.$$

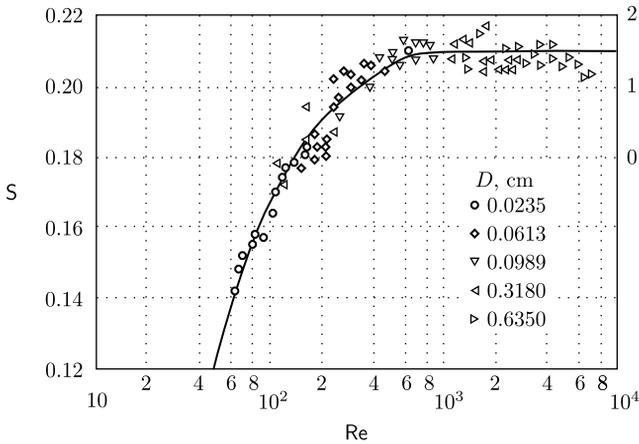


Рис. 3. Зависимость числа Струхала от числа Рейнольдса для течения около круглого цилиндра [19]

[Figure 3. Dependence of the Strouhal number on the Reynolds number for a flow near a round cylinder [19]]

Период пульсаций условно разбивается на 10 равных частей, что определяет шаг интегрирования основной системы уравнений, описывающих движение вязкого турбулентного газа:  $t = 1/(10n) = 1/(10 \cdot 1.089) = 0.092 \text{ с}$ .

**4. Критерии сравнения результатов.** В качестве критерия оценки полученных результатов численного моделирования служат значения углов отклонения прибора по осям  $z$  и  $y$ , которые вычисляются через вертикальную  $v$ , поперечную  $w$  и продольную  $u$  составляющие вектора скорости:

$$\Theta_z = a \cos\left(\frac{u}{\sqrt{u^2 + w^2}}\right) \frac{w}{|w|}, \quad \Theta_y = a \cos\left(\frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right) \frac{v}{|v|}.$$

**5. Результаты численного моделирования.** В процессе нестационарного расчета параметров наблюдается зона установления расчета относительно начальных условий (рис. 4, a и b). Зона устойчивого счета начинается примерно с восьмой секунды.

Наиболее четко периодическое изменение вектора скорости выражено на вертикальной составляющей профиля скорости (рис. 4, c – e). Из периодического процесса по характерным точкам выделяется частота изменения параметров скорости в вихревом следе.

Для сравнения параметров используется среднеарифметическое значение частоты изменения параметров. Сравниваются полученные результаты с результатами пульсации параметров вихревого следа ( $1.089 \text{ c}^{-1}$ ) при поперечном обтекании цилиндра (табл. 3) [22].

Таблица 3

Сравнительный анализ частоты пульсации вертикальной составляющей вектора скорости и турбулентной вязкости [Comparative analysis of the pulsation frequency of the vertical component of the velocity vector and turbulent viscosity]

Parameters	Values	Values, %
$\bar{n}_{k-\varepsilon}$	0.84	12.2
$\bar{n}_{k-\omega \text{ SST}}$	0.61	41
$\bar{n}_{\text{EVT}}$	0.7	26.8
$\mu_{t k-\varepsilon}, \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0.00158	—
$\mu_{t k-\omega \text{ SST}}, \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0.00237	—
$\mu_{t \text{EVT}}, \text{ Pa} \cdot \text{s}$	0.00778	—

Наиболее близкий к частоте пульсации результат показали две модели турбулентности:  $k-\varepsilon$  и EVT, причем различия численного моделирования течения в области вихревого следа между ними менее 15 %. У модели турбулентности  $k-\omega \text{ SST}$  значительно завышен период изменения параметров из-за высокой турбулентной вязкости в следе (табл. 3, рис. 5), что приводит к более выраженной картине вихреобразования и более устойчивому счету.

Сила трения, Па:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \delta_{ij} - \overline{\rho u'_i u'_j}.$$

Тензор напряжения Рейнольдса, Па:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \mu_t \frac{\partial U_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \delta_{ij},$$

где  $\mu_{t k-\varepsilon} = f_\mu C_\mu \rho k^2 / \varepsilon$  – турбулентная вязкость, обусловленная моделью турбулентности  $k-\varepsilon$ , Па · с;  $\mu_{t k-\omega \text{ SST}} = \rho k / \omega$  – турбулентная вязкость, обусловленная моделью турбулентности  $k-\omega \text{ SST}$ , Па · с;  $\mu_{t \text{EVT}} = \rho D_{\text{EVT}} \bar{\nu}_t$  – турбулентная вязкость, обусловленная моделью турбулентности EVT, Па · с;  $f_\mu$  – функция демпфирования [4–7];  $D_{\text{EVT}}$  – безразмерная функция [8].

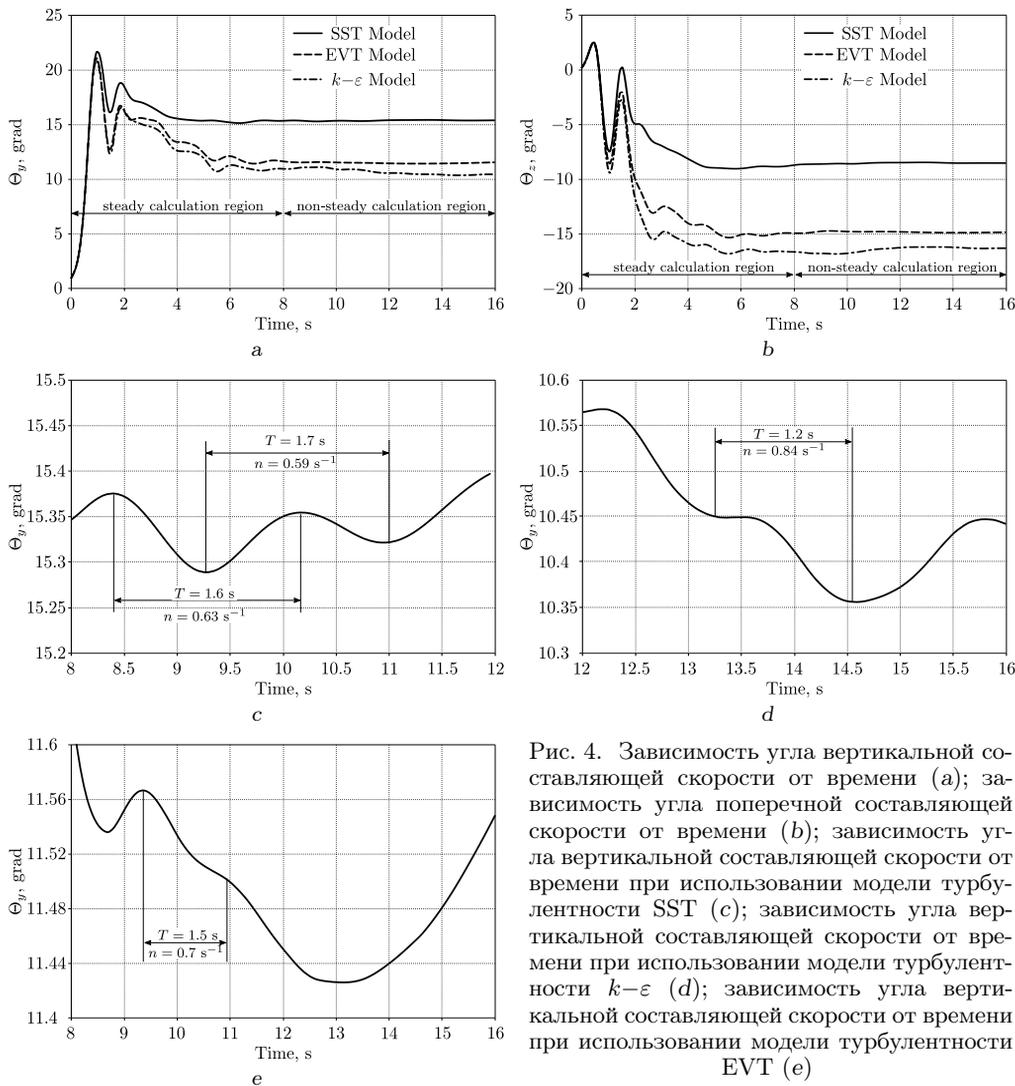


Рис. 4. Зависимость угла вертикальной составляющей скорости от времени (а); зависимость угла поперечной составляющей скорости от времени (б); зависимость угла вертикальной составляющей скорости от времени при использовании модели турбулентности SST (с); зависимость угла вертикальной составляющей скорости от времени при использовании модели турбулентности  $k-\epsilon$  (д); зависимость угла вертикальной составляющей скорости от времени при использовании модели турбулентности EVT (е)

[Figure 4. Dependence of the angle of the vertical component of the velocity on the time (a); dependence of the angle of the transverse component of the velocity on the time (b); dependence of the angle of the vertical velocity component of the velocity on the time when using the SST turbulence model (c); dependence of the angle of the vertical velocity component of the velocity on the time when using the  $k-\epsilon$  turbulence model (d); dependence of the angle of the vertical velocity component of the velocity on the time when using the EVT turbulence model (e)]

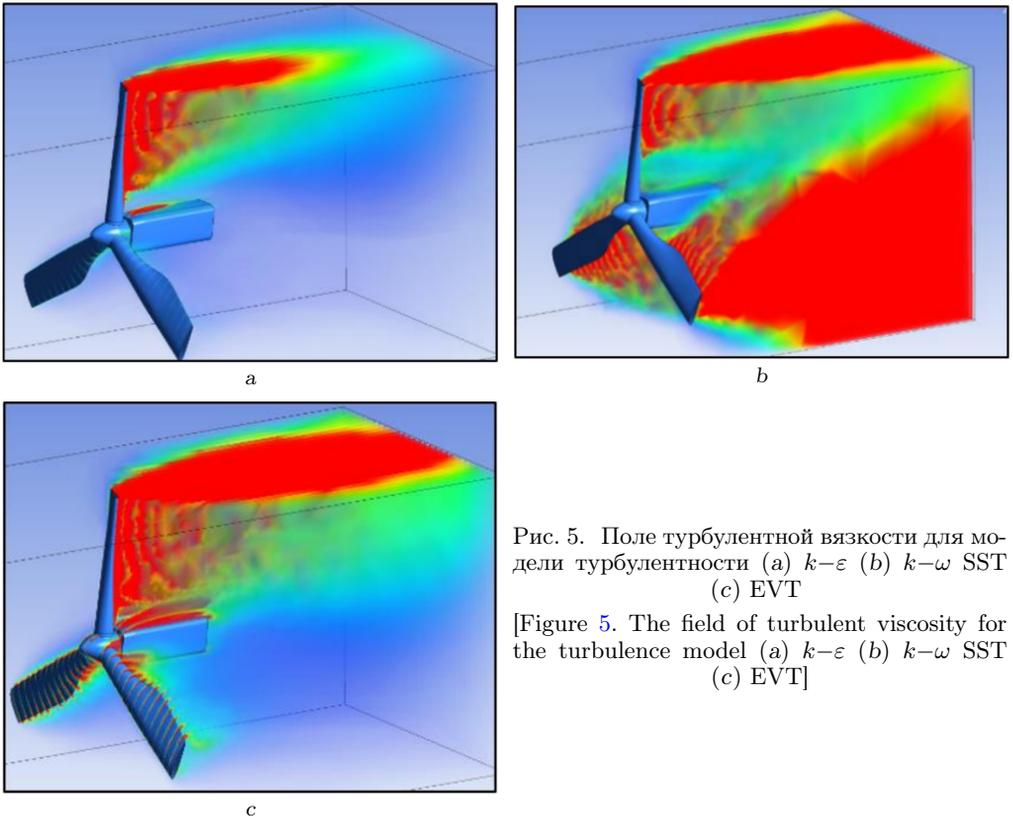


Рис. 5. Поле турбулентной вязкости для модели турбулентности (a)  $k-\varepsilon$  (b)  $k-\omega$  SST (c) EVT

[Figure 5. The field of turbulent viscosity for the turbulence model (a)  $k-\varepsilon$  (b)  $k-\omega$  SST (c) EVT]

**Выводы.** Для моделирования параметров вихревого следа предпочтительны модели турбулентности  $k-\varepsilon$  и EVT, дающие почти одинаковые результаты. Данные модели достаточно точно спрогнозировали частоту изменения параметров в вихревом следе. Модель EVT использует одно дифференциальное уравнение и имеет шесть констант замыкания, в результате чего она более предпочтительна по затратам машинного времени. Модели  $k-\varepsilon$  и  $k-\omega$  SST имеют два дифференциальных уравнения и не менее десяти констант замыкания, а также дополнительные функциональные и логические зависимости, которые необходимо учитывать при их использовании. Моделирование крупномасштабной турбулентности выходит за рамки применимости RANS-подхода со стандартными параметрами замыкания критериев турбулентности, но проделанный численный эксперимент показал, что для инженерного применения RANS-подход в совокупности со стандартными моделями турбулентности вполне применим при моделировании параметров вихревого следа.

Найдены константы замыкания (коэффициенты замыкания турбулентности модели EVT) для оптимального применения модели в широком диапазоне случаев. Определены изменения вектора скорости за хвостовой частью лопасти ГО ВЭУ для частного случая. Интересным и перспективным является формирование моделей турбулентности (в частности модели EVT) путем определения констант замыкания в зависимости от изменения вектора скорости за хвостовой частью лопасти ГО ВЭУ.

Одним из вариантов для дальнейшего исследования является изменение значений констант замыкания с использованием более сложных методов моделирования крупновихревых структур, таких как модели DES и LES, а также сравнение экспериментальных значений результатов измерений. Анализ вихревых структур за хвостовой частью лопастей ГО ВЭУ может помочь в разработке упрощенной модели турбулентности, основанной на едином дифференциальном уравнении переноса, с помощью которого можно было бы определить параметры отклонения вектора скорости ветра за лопастями ГО ВЭУ. Это может повысить эффективность моделирования процессов для ГО ВЭУ.

**Конкурирующие интересы.** Заявляем, что в отношении авторства и публикации этой статьи конфликта интересов не имеем.

**Авторский вклад и ответственность.** Е. В. Соломин — общие корректировки статьи, написание введения и заключения, перевод на английский язык. А.А. Терехин — написание основной части статьи. А.С. Мартьянов — обработка, анализ и описание полученных результатов моделирования. А.А. Ковалёв — приведение и описание уравнений моделей турбулентности и их составляющих для определения количества эмпирических констант замыкания, оформление статьи в L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Д.Р. Исмагилов — консультации по теме моделирования и моделей турбулентности, помощь с описанием уравнений. Г.Н. Рявкин — выполнение моделирования в ANSYS® CFX. А.З. Кулганатов — построение геометрии ветроэнергетической установки в SolidWorks. Б.Т. Погорелов — работа с источниками, библиографическим списком и графиками. Авторы несут полную ответственность за предоставление окончательной рукописи в печать. Окончательная версия рукописи была одобрена всеми авторами.

**Финансирование.** Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-20011.

### Библиографический список

1. Ahmadi M. H. B., Yang Z. The evolution of turbulence characteristics in the wake of a horizontal axis tidal stream turbine // *Renewable Energy*, 2020. vol. 151. pp. 1008–1015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.11.092>.
2. Posa A., Broglia R., Balaras E. Instability of the tip vortices shed by an axial-flow turbine in uniform flow // *J. Fluid Mech.*, 2021. vol. 920, 920A19-1. DOI: <https://doi.org/10.1017/JFM.2021.433>.
3. Wilcox D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. California: DCW Industries, 1994. 460 pp.
4. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA J.*, 1994. vol. 32, no. 8. pp. 1598–1605. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.12149>.
5. Chung T. J. *Computational Fluid Dynamics*. London: Cambridge Univ. Press, 2010. xxii+1034 pp. DOI: <https://doi.org/10.1017/CB09780511780066>.
6. Versteeg H., Malalasekera W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*. London: Prentice Hall, 2007. xiii+503 pp.
7. Ferziger J. H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag, 2002. xiv+426 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>.
8. ANSYS® CFX – Solver Theory Guide, Release 16.0. Canonsburg, PA: Ansys ANSYS, Inc., 2016.
9. Anderson J. D. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications* / McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering. New York: McGraw-Hill, Inc., 1995. xxv+547 pp.
10. Wesseling P. *Principles of Computational Fluid Dynamics* / Springer Series in Com-

- putational Mathematics. vol. 29. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. xii+644 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-05146-3>.
11. Белов И. А. *Моделирование турбулентных течений*. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. 108 с.
  12. El Tahry S. H.  $k-\epsilon$  equation for compressible reciprocating engine flows // *J. Energy*, 1983. vol. 7, no. 4. pp. 345–353. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.48086>.
  13. Troshko A. A, Hassan Y. A. A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows // *Int. J. Multiphase Flow*, 2001. vol. 27, no. 11. pp. 1965–2000. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0301-9322\(01\)00043-x](https://doi.org/10.1016/s0301-9322(01)00043-x).
  14. Menter F. R. *Eddy viscosity transport equations and their relation to the  $k-\epsilon$  model*: NASA Technical Memorandum 108854, 1994.
  15. Menter F. R. Eddy viscosity transport equations and their relation to the  $k-\epsilon$  model // *J. Fluids Eng.*, 1997. vol. 119, no. 4. pp. 876–884. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2819511>.
  16. *Ansys Fluent 12.0 Theory Guide – 4.5.2 Shear-Stress Transport (SST)  $k-\omega$  Model*: Technical Documentation, 2009. <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node67.htm>.
  17. Снегирев А. Ю. *Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений*. СПб.: Политехн. ун-т, 2009. 143 с.
  18. *Wind power plant Siemens: SWT-3.6-120*: Technical documentation, 2021. <https://pdf.archiexpo.com/pdf/siemens-gamesa/swt-36-120/88089-134487.html>.
  19. Соломин Е. В., Терехин А. А., Мартыянов А. С., Ковалёв А. А., Исмагилов Д. Р., Мирошниченко А. А., Ян Ю., Рявкин Г. Н. Дифференциальная ошибка угла ориентации анеморумбометра горизонтально-осевой ветроэнергетической установки // *Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*, 2021. Т. 25, № 2. С. 365–380. EDN: **FKAAFI**. DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1839>.
  20. Богданов С. Н., Бурцев С. И., Иванов О. П., Куприянова А. В. *Холодильная техника. Кондиционирование воздуха*. СПб.: СПбГАХИТ, 1999. 320 с.
  21. Roshko A. *On the development of turbulent wakes from vortex streets*: Technical Report no. 1191. Washington, D.C.: National Advisory Committee for Aeronautics, 1954. 25 pp. <https://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:R0Snacarp1191>.
  22. Шлихтинг Г. *Теория пограничного слоя*. М.: Наука, 1974. 637 с.

MSC: 76G25, 76N15, 76F05

## Evaluation of influence of turbulence models on the vortex formation processes modeling in wind power

*E. V. Solomin, A. A. Terekhin, A. S. Martyanov,  
A. A. Kovalyov, D. R. Ismagilov, G. N. Ryavkin,  
A. Z. Kulganatov, B. T. Pogorelov*

South Ural State University (National Research University),  
76, Lenin pr., Chelyabinsk, 454080, Russian Federation.

### Abstract

The paper studies the results of mathematical modeling of the external flow of Siemens 3D model SWT-3.6-120 (B52 air foil) horizontal axis wind turbine (HAWT), using the Navier-Stokes equations averaged by Reynolds (RANS) closed by  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  Shear Stress Transport (SST) and Eddy Viscosity Transport (EVT) turbulence models. The task of correct determination of the wind speed vector deviation angle over the nacelle of the HAWT is required by operation of the yawing system, which determines in turn the efficiency of the entire turbine. The Struhal number was chosen as a comparison criterion, defined for the transverse flow around the cylinder, describing the frequency of the formation of vortex structure behind the butt part of the blade of the HAWT. The calculated area consists of 3 million tetrahedral volumes with prismatic layer on the surface of the nacelle, using local grinding. The place of flow direction parameters registration is located at a height of 3 m above the nacelle and at a distance of 8 m from the blade shank, which corresponds to the standard location of the weather vane. The analysis of the obtained results showed that the  $k-\varepsilon$  and EVT turbulence models describe the flow parameters over the HAWT nacelle in almost the same way, but the EVT model represents just one differential equation, thereby it is preferable by the computational cost criterion. Also, one of the advantages of one-parameter turbulence model (EVT model) is a smaller number of closing semi-empirical constants, the analysis of which

### Mathematical Modeling, Numerical Methods and Software Complexes Research Article

© Authors, 2022

© Samara State Technical University, 2022 (Compilation, Design, and Layout)

 The content is published under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

#### Please cite this article in press as:

Solomin E. V., Terekhin A. A., Martyanov A. S., Kovalyov A. A., Ismagilov D. R., Ryavkin G. N., Kulganatov A. Z., Pogorelov B. T. Evaluation of influence of turbulence models on the vortex formation processes modeling in wind power, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2022, vol. 26, no. 2, pp. 339–354. EDN: SVRJGF. DOI: [10.14498/vsgtu1885](https://doi.org/10.14498/vsgtu1885) (In Russian).

#### Authors' Details:

*Eugeny V. Solomin*  <https://orcid.org/0000-0002-4694-0490>

Dr. Tech. Sci., Professor; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems;  
e-mail: [solominev@susu.ru](mailto:solominev@susu.ru)

*Aleksandr A. Terekhin*  <https://orcid.org/0000-0002-5744-2104>

Cand. Techn. Sci., Associate Professor; Dept. of Flying Apparatus;  
e-mail: [aleksandr.terekhin@gmail.com](mailto:aleksandr.terekhin@gmail.com)

allows the expanding of the engineering techniques scope for the modeling of turbulent processes in solving the practical problems related to the design of control systems for the wind turbines, increasing their efficiency.

**Keywords:** wind, horizontal-axial wind power plant, Strouhal number, weather vane, electricity, blade, aerodynamic profile, vortex.

Received: 18<sup>th</sup> September, 2021 / Revised: 21<sup>st</sup> December, 2021 /

Accepted: 25<sup>th</sup> December, 2021 / First online: 15<sup>th</sup> June, 2022

---

**Competing interests.** We declare that we have no conflicts of interest in the authorship and publication of this article.

**Authors' contributions and responsibilities.** E.V. Solomin: General corrections of the article, writing the introduction and conclusion; translation into English. A.A. Tereshkin: Writing the main part of the article. A.S. Martyanov: Processing, analysis and description of the obtained modeling results. A.A. Kovalyov: Reduction and description of the equations of turbulence models and their components to determine the number of empirical closure constants; the design of the article in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. D.R. Ismagilov: Consultations on the topic of modeling and turbulence models, help with the description of equations. G.N. Ryavkin: Performing simulation in ANSYS® CFX. A.Z. Kulganatov: Creating the geometry of a wind power plant in SolidWorks. B.T. Pogorelov: Working with sources, bibliographic list and graphs. We take full responsibility for submit the final manuscript to print. We approved the final version of the manuscript.

**Funding.** The study was supported by the Russian Science Foundation, grant no. 22-19-20011.

## References

1. Ahmadi M. H. B., Yang Z. The evolution of turbulence characteristics in the wake of a horizontal axis tidal stream turbine, *Renewable Energy*, 2020, vol.151, pp. 1008–1015. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.11.092>.
2. Posa A., Broglia R., Balaras E. Instability of the tip vortices shed by an axial-flow turbine

---

*Andrey S. Martyanov*  <https://orcid.org/0000-0002-9997-9989>

Cand. Techn. Sci., Associate Professor; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems; e-mail: [martianovas@susu.ru](mailto:martianovas@susu.ru)

*Anton A. Kovalyov*  <https://orcid.org/0000-0001-6952-277X>

Postgraduate Student; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems; e-mail: [alpenglow305@yandex.ru](mailto:alpenglow305@yandex.ru)

*Denis R. Ismagilov*  <https://orcid.org/0000-0002-9312-295X>

Research Engineer; Aerospace Technologies Research and Educational Center; e-mail: [drismagilov@gmail.com](mailto:drismagilov@gmail.com)

*Gleb N. Ryavkin*  <https://orcid.org/0000-0002-7637-0310>

Master's Degree Student; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems; e-mail: [amd30bk.ru](mailto:amd30bk.ru)

*Askar Z. Kulganatov*  <https://orcid.org/0000-0002-7576-7949>

Postgraduate Student; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems; e-mail: [kulganatov97@gmail.com](mailto:kulganatov97@gmail.com)

*Bogdan T. Pogorelov*  <https://orcid.org/0000-0002-2922-6615>

Master's Degree Student; Dept. of Power Stations, Networks and Power Supply Systems; e-mail: [boga-rap@mail.ru](mailto:boga-rap@mail.ru)

- in uniform flow, *J. Fluid Mech.*, 2021, vol. 920, 920A19-1. DOI: <https://doi.org/10.1017/JFM.2021.433>.
3. Wilcox D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. California, DCW Industries, 1994, 460 pp.
  4. Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.12149>.
  5. Chung T. J. *Computational Fluid Dynamics*. London, Cambridge Univ. Press, 2010, xxii+1034 pp. DOI: <https://doi.org/10.1017/CB09780511780066>.
  6. Versteeg H., Malalasekera W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*. London, Prentice Hall, 2007, xiii+503 pp.
  7. Ferziger J. H., Peric M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. Berlin, Springer-Verlag, 2002, xiv+426 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>.
  8. *ANSYS® CFX – Solver Theory Guide, Release 16.0*. Canonsburg, PA, Ansys ANSYS, Inc., 2016.
  9. Anderson J. D. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*, McGraw-Hill Series in Aeronautical and Aerospace Engineering. New York, Mcgraw-Hill, Inc., 1995, xxv+547 pp.
  10. Wesseling P. *Principles of Computational Fluid Dynamics*, Springer Series in Computational Mathematics, vol. 29. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2001, xii+644 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-05146-3>.
  11. Belov I. A. *Modelirovanie turbulentnykh techenii* [Simulation of Turbulent Flows]. St. Petersburg, Baltic State Techn. Univ., 2001, 108 pp. (In Russian)
  12. El Tahry S. H.  $k-\epsilon$  equation for compressible reciprocating engine flows, *J. Energy*, 1983, vol. 7, no. 4, pp. 345–353. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.48086>.
  13. Troshko A. A., Hassan Y. A. A two-equation turbulence model of turbulent bubbly flows, *Int. J. Multiphase Flow*, 2001, vol. 27, no. 11, pp. 1965–2000. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0301-9322\(01\)00043-x](https://doi.org/10.1016/s0301-9322(01)00043-x).
  14. Menter F. R. *Eddy viscosity transport equations and their relation to the  $k-\epsilon$  model*, NASA Technical Memorandum 108854, 1994.
  15. Menter F. R. Eddy viscosity transport equations and their relation to the  $k-\epsilon$  model, *J. Fluids Eng.*, 1997, vol. 119, no. 4, pp. 876–884. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2819511>.
  16. *Ansys Fluent 12.0 Theory Guide – 4.5.2 Shear-Stress Transport (SST)  $k-\omega$  Model*, Technical Documentation, 2009. <https://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node67.htm>.
  17. Snegirev A. Yu. *Vysokoproizvoditel'nye vychisleniia v tekhnicheskoi fizike. Chislennoe modelirovanie turbulentnykh techenii* [Computer-Intensive Simulations in Technical Physics. Modeling and Simulations of Turbulent Flows]. St. Petersburg, Politechn. Univ., 2009, 143 pp. (In Russian)
  18. *Wind power plant Siemens: SWT-3.6-120*, Technical documentation, 2021. <https://pdf.archiexpo.com/pdf/siemens-gamesa/swt-36-120/88089-134487.html>.
  19. Solomin E. V., Terekhin A. A., Martyanov A. S., Kovalyov A. A., Ismagilov D. R., Miroshnichenko A. A., Yang Yu., Ryavkin G. N. Horizontal-axis wind turbine weathervane yaw differential error, *Vestn. Samar. Gos. Tekhn. Univ., Ser. Fiz.-Mat. Nauki* [J. Samara State Tech. Univ., Ser. Phys. Math. Sci.], 2021, vol. 25, no. 2, pp. 365–380 (In Russian). DOI: <https://doi.org/10.14498/vsgtu1839>.
  20. Bogdanov S. N., Burtsev S. I., Ivanov O. P., Kupriianova A. V. *Kholodil'naia tekhnika. Konditsionirovanie vozdukh* [Refrigeration Equipment. Air Conditioning]. St. Petersburg, SPbGAKhPT, 1999, 320 pp. (In Russian)
  21. Roshko A. *On the development of turbulent wakes from vortex streets*, Technical Report no. 1191. Washington, D.C., National Advisory Committee for Aeronautics, 1954, 25 pp. <https://resolver.caltech.edu/CaltechAUTHORS:ROSnacarpt1191>.
  22. Shlikhting G. *Boundary-Layer Theory*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2000, xxiii+799 pp. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-85829-1>.