

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СИГНАЛОВ

УДК 681.3

ОБ УТОЧНЕНИИ МЕТОДА РАСЧЕТА ИНДЕКСА СЦИНТИЛЛЯЦИИ В ТРАНСИОНОСФЕРНОМ КАНАЛЕ СВЯЗИ

Шевченко В.А.

Департамент информационных систем Министерства обороны РФ, Москва, РФ

E-mail: shevv67@mail.ru

Предложен уточненный метод расчета индекса сцинтиляции для произвольной спектральной плотности флюктуаций электронной концентрации и конечного значения внешнего масштаба неоднородностей с учетом коэффициента распространения в зависимости от расположения космического аппарата и земной станции, а также высоты фазового экрана. Полученные выражения для расчета индекса сцинтиляции предполагают нахождение коэффициентов с использованием элементов матрицы, величина которых зависит от степени анизотропии нерегулярностей и углов, определяющих направления распространения радиоволны и вектора магнитной индукции. Для данных углов, которые должны рассчитываться в точке пересечения трассы распространения волны и фазового экрана, предложен итеративный алгоритм нахождения координат этой точки. Показано, что вычисление индекса сцинтиляции в случае игнорирования коэффициента распространения дает заниженные оценки величины этого индекса.

Ключевые слова: сцинтиляция, нерегулярности, фазовый экран, флюктуации, спектральная плотность, корреляционная функция

Введение

Известен [1] метод расчета индекса сцинтиляции S_4 , полученный на основе моделирования последней двумерным фазовым экраном для случая, когда спектральная плотность флюктуаций электронной концентрации подчинена степенному закону со спектральным индексом до 5. Поскольку неоднородности вытянуты вдоль геомагнитных силовых линий, данный метод учитывает величину отклонения от плоскости фазового экрана главного направления (трассы) распространения волны, а также вектора магнитной индукции в предположении, что внешний масштаб неоднородностей является близким к бесконечности.

В работе [2] предложен уточненный метод расчета индекса S_4 для произвольной спектральной плотности флюктуаций электронной концентрации и конечного значения внешнего масштаба неоднородностей. Однако дополнительный учет коэффициента распространения, предусмотренный в [1], в [2] отсутствует.

Целью статьи является доработка метода [2], позволяющего определить индекс S_4 с учетом коэффициента распространения.

Индекс сцинтиляции

При моделировании сцинтиляции фазовым экраном используются следующие характеристики:

- высота H_{ph} двумерного фазового экрана;
- толщина слоя неоднородности Δz ;

- дисперсия флюктуаций электронной концентрации $\sigma_{\Delta N_e}^2$;
- внешний масштаб турбулентности (неоднородностей) L_0 ;
- тип спектральной плотности флюктуаций электронной концентрации (гауссовский либо степенной, в последнем случае задается трехмерный спектральный индекс неоднородности спектра p);
- растяжение неоднородностей a вдоль и b перек силовых линий магнитного поля Земли;
- направление вектора магнитной индукции;
- направление распространения волны.

Направление вектора магнитной индукции характеризуется магнитным склонением ψ_D и магнитным наклонением ψ_I . Наклонение поперечной оси неоднородностей примем равным ψ_δ . Величина ψ_D представляет собой угол между географическим и магнитным меридианами, величина ψ_I – угол между горизонтальной плоскостью фазового экрана и вектором магнитной индукции.

Направление распространения волны длиной $\lambda = 2\pi/k$, где k – волновое число, задается вектором, проекция которого на горизонтальную плоскость фазового экрана имеет координаты $(\rho \cos \phi, \rho \sin \phi)$, где ϕ – азимут, ρ – радиальная координата. Угол между вектором распространения волны и горизонтальной плоскостью определяется величиной $\pi/2 - \theta$, где θ – угол падения.

Формула для расчета индекса сцинтиляции имеет вид [3]

$$S_{4w}^2 = 1 - \exp(-S_{4w}^2), \quad (1)$$

где S_{4w} – индекс сцинтиляции в условиях слабого рассеяния, который связан со спектральной плотностью $\Phi_I(\kappa)$ интенсивности поля волны, прошедшей через анизотропную ионосферу, соотношением [1]

$$S_{4w}^2 = \iint \Phi_I(\kappa) d\kappa. \quad (2)$$

В [2] получено выражение (51) для спектральной плотности $\Phi_I(\kappa)$. При учете коэффициента распространения в виде матрицы Ω [4], элементами которой являются

$$\omega_{11} = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 (\varphi - \psi_D),$$

$$\omega_{12} = \omega_{21} = \operatorname{tg}^2 \theta \sin(\varphi - \psi_D) \cos(\varphi - \psi_D), \quad (3)$$

$$\omega_{22} = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta \sin^2 (\varphi - \psi_D),$$

данное выражение примет вид

$$\Phi_I(\kappa) = \frac{1}{2\pi^2} \left(1 - \cos \left(\frac{d_F^2}{2\pi} \kappa \Omega \kappa^T \right) \right) \times \iint \exp(i\kappa^T) B_{\Delta\phi} \left(G \cos \theta \sqrt{\rho S Q S^T \rho^T} \right) d\rho, \quad (4)$$

где d_F – радиус первой зоны Френеля:

$$d_F = \sqrt{\lambda H_{ph} \sec \theta}, \quad (5)$$

Q – матрица, элементы которой, согласно [2], задаются соотношениями

$$q_{11} = r_{11} r_{33} - r_{13}^2,$$

$$q_{12} = q_{21} = r_{12} r_{33} - r_{13} r_{23} + (r_{11} r_{23} - r_{12} r_{13}) \operatorname{tg} \theta, \quad (6)$$

$$q_{22} = (r_{22} r_{33} - r_{23}^2) \cos \theta + 2(r_{12} r_{23} - r_{13} r_{22}) \sin \theta + (r_{11} r_{22} - r_{12}^2) \sin \theta \cos \theta,$$

S – матрица в виде

$$S = \begin{vmatrix} \cos(\varphi - \psi_D) & -\sin(\varphi - \psi_D) \\ \sin(\varphi - \psi_D) & \cos(\varphi - \psi_D) \end{vmatrix}, \quad (7)$$

$$\det S = 1,$$

G – геометрический фактор усиления

$$G = 1 / (ab \cos \theta \sqrt{\det Q}). \quad (8)$$

В выражении (6) элементы матрицы R определяются как

$$R = T \begin{vmatrix} 1/a^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} T^{-1}, \quad (9)$$

где

$$T = R_Z(\varphi - \psi_D) R_Y(\psi_I) R_X(\psi_\delta). \quad (10)$$

При $b = 1$ поворот на угол ψ_δ не влияет на величину элементов матрицы R . В выражении (10) $R_x(\varphi)$, $R_y(\varphi)$ и $R_z(\varphi)$ – матрицы поворота на угол φ вокруг осей X , Y , Z соответственно

$$R_x(\varphi) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix},$$

$$R_y(\varphi) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{vmatrix}, \quad (11)$$

$$R_z(\varphi) = \begin{vmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Матрица $N = SQS^T$ имеет собственные значения χ_1 и χ_2 , которые являются корнями уравнения $\det(N - \chi I)$, где I – единичная матрица, и определяются выражениями

$$\chi_1 = \frac{n_{11} + n_{22} + \sqrt{(n_{11} + n_{22})^2 - 4(n_{11}n_{22} - n_{12}^2)}}{2}, \quad (12a)$$

$$\chi_2 = \frac{n_{11} + n_{22} - \sqrt{(n_{11} + n_{22})^2 - 4(n_{11}n_{22} - n_{12}^2)}}{2}. \quad (12b)$$

Выразим матрицу $N = SQS^T$ следующим образом:

$$N = SQS^T = LXX^T L^{-1}, \quad (13)$$

где

$$X = \begin{vmatrix} \sqrt{\chi_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\chi_2} \end{vmatrix}, \quad \det X = \sqrt{\det Q}, \quad (14)$$

$$L = \begin{vmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}, \quad \det L = 1. \quad (15)$$

В выражении (15)

$$\beta = \operatorname{arctg} \left(-\frac{\chi_2 - n_{22} - n_{12}}{\chi_2 - n_{11} - n_{12}} \right). \quad (16)$$

Сделаем в выражении (4) замену переменной

$$G \cos \theta \rho L X = \delta, \quad (17)$$

для которой справедливо

$$\rho = \frac{\delta X^{-1} L^{-1}}{G \cos \theta} = \frac{\delta}{G \cos \theta} \begin{vmatrix} \cos \beta / \sqrt{\chi_1} & -\sin \beta / \sqrt{\chi_1} \\ \sin \beta / \sqrt{\chi_2} & \cos \beta / \sqrt{\chi_2} \end{vmatrix}, \quad (18)$$

$$\rho \kappa^T = \delta \frac{X^{-1} L^{-1}}{G \cos \theta} \kappa^T, \quad (19)$$

$$d\rho = J d\delta, \quad J = \det \begin{vmatrix} \frac{d\rho_x}{d\delta_x} & \frac{d\rho_y}{d\delta_x} \\ \frac{d\rho_x}{d\delta_y} & \frac{d\rho_y}{d\delta_y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{d\rho_x}{d\delta_x} & \frac{d\rho_y}{d\delta_x} \\ \frac{d\rho_x}{d\delta_y} & \frac{d\rho_y}{d\delta_y} \end{vmatrix} \quad (20)$$

$$= \frac{\det X^{-1}}{(G \cos \theta)^2} = \frac{1}{(G \cos \theta)^2 \sqrt{\det Q}}.$$

В результате получим

$$\begin{aligned} \Phi_I(\kappa) &= \frac{1}{2\pi^2 (G \cos \theta)^2 \sqrt{\det Q}} \times \\ &\quad \times \left(1 - \cos \left(\frac{d_F^2 \kappa \Omega \kappa^T}{2\pi} \right) \right) \times \\ &\quad \times \int \int \exp \left(i \delta \frac{X^{-1} L^{-1}}{G \cos \theta} \kappa^T \right) B_{\Delta\phi} \left(\sqrt{\delta \delta^T} \right) d\delta. \end{aligned} \quad (21)$$

С учетом преобразования

$$B_{\Delta\phi}(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \int \Phi_{\Delta\phi}(\kappa) e^{j(\kappa_x x + \kappa_y y)} d\kappa_x d\kappa_y \quad (22)$$

и того, что произведение матриц

$$\begin{aligned} (X^{-1} L^{-1})^T X^{-1} L^{-1} &= L X^{-1} X^{-1} L^T = \\ &= (S Q S^T)^{-1} = S Q^{-1} S^T, \quad \det Q^{-1} = 1/\det Q \end{aligned} \quad (23)$$

является обратной матрице $N = S Q S^T$ (13), выразим спектральную плотность (21) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi_I(\kappa) &= \frac{2}{(G \cos \theta)^2 \sqrt{\det Q}} \times \\ &\quad \times \left(1 - \cos \left(\frac{d_F^2 \kappa \Omega \kappa^T}{2\pi} \right) \right) \times \\ &\quad \times \Phi_{\Delta\phi} \left(\frac{1}{G \cos \theta} \sqrt{\kappa S Q^{-1} S^T \kappa^T} \right). \end{aligned} \quad (24)$$

Подставив выражение (24) в выражение (2) и сделав замену переменной $\tilde{\kappa} = \kappa/G \cos \theta$, получим

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= \frac{2}{\sqrt{\det Q}} \int \int \left(1 - \cos(Z \tilde{\kappa} \Omega \tilde{\kappa}^T) \right) \times \\ &\quad \times \Phi_{\Delta\phi} \left(\sqrt{\tilde{\kappa} S Q^{-1} S^T \tilde{\kappa}^T} \right) d\tilde{\kappa}, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$Z = (d_F G \cos \theta)^2 / (2\pi). \quad (26)$$

Собственными значениями ω_1 и ω_2 матрицы Ω являются

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\omega_{11} + \omega_{22} + \sqrt{(\omega_{11} + \omega_{22})^2 - 4 \det \Omega}}{2} = \\ &= \cos^{-2} \theta, \end{aligned} \quad (27a)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_{11} + \omega_{22} - \sqrt{(\omega_{11} + \omega_{22})^2 - 4 \det \Omega}}{2} = 1. \quad (27b)$$

Матрица Ω представима в виде

$$\Omega = S Y Y^T S^T, \quad (28)$$

где

$$Y = \begin{vmatrix} \sqrt{\omega_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{\omega_2} \end{vmatrix}, \quad \det Y = 1/\cos \theta, \quad (29)$$

а матрица S задается выражением (7).

Сделав в выражении (25) замену переменной

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa} &= \mathbf{q} Y^{-1} S^{-1} = \\ &= (q_x \cos(\varphi - \psi_D) \cos \theta + q_y \sin(\varphi - \psi_D) - \\ &\quad - q_x \sin(\varphi - \psi_D) \cos \theta + q_y \cos(\varphi - \psi_D)), \end{aligned} \quad (30)$$

для которой справедливо

$$d\tilde{\kappa} = J d\mathbf{q}, \quad J = \det \begin{vmatrix} \frac{d\tilde{\kappa}_x}{dq_x} & \frac{d\tilde{\kappa}_y}{dq_x} \\ \frac{d\tilde{\kappa}_x}{dq_y} & \frac{d\tilde{\kappa}_y}{dq_y} \end{vmatrix} = \cos \theta, \quad (31)$$

$$\tilde{\kappa} \Omega \tilde{\kappa}^T = \mathbf{q} \mathbf{q}^T, \quad (32)$$

получим

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= \frac{2 \cos \theta}{\sqrt{\det Q}} \times \\ &\quad \times \int \int \left(1 - \cos(Z \mathbf{q} \mathbf{q}^T) \right) \Phi_{\Delta\phi} \left(\sqrt{\mathbf{q} D \mathbf{q}^T} \right) d\mathbf{q}, \end{aligned} \quad (33)$$

где D – матрица вида

$$\begin{aligned} D &= Y^{-1} S^{-1} S Q^{-1} S^T S Y^{-1} = Y^{-1} Q^{-1} Y^{-1}, \\ \det D &= \cos^2 \theta / \det Q, \end{aligned} \quad (34)$$

которую, с учетом того, что $q_{11}^{-1} = q_{22} / \det Q$, $q_{12}^{-1} = -q_{12} / \det Q = -q_{21} / \det Q$, $q_{22}^{-1} = q_{11} / \det Q$ – элементы матрицы Q^{-1} , представим в виде

$$D = \frac{1}{\det Q} \begin{vmatrix} q_{22} \cos^2 \theta & -q_{12} \cos \theta \\ -q_{12} \cos \theta & q_{11} \end{vmatrix}. \quad (35)$$

Собственными значениями d_1 и d_2 матрицы D являются

$$d_1 = \left(d_{11} + d_{22} + \sqrt{(d_{11} + d_{22})^2 - 4 \det D} \right) / 2, \quad (36a)$$

$$d_2 = \left(d_{11} + d_{22} - \sqrt{(d_{11} + d_{22})^2 - 4 \det D} \right) / 2. \quad (36b)$$

Представим матрицу D следующим образом:

$$D = T W W^T T^{-1}, \quad (37)$$

где

$$W = \begin{vmatrix} \sqrt{d_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{d_2} \end{vmatrix}, \quad (38)$$

$$\det W = \sqrt{\det D} = \cos \theta / \sqrt{\det Q},$$

$$T = \begin{vmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{vmatrix}, \quad \det T = 1. \quad (39)$$

Сделав в выражении (33) замену переменной

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= (k \cos \vartheta, k \sin \vartheta) W^{-1} T^{-1} = \\ &= k \left(\cos \gamma \cos \vartheta / \sqrt{d_1} + \sin \gamma \sin \vartheta / \sqrt{d_2} - \right. \\ &\quad \left. - \sin \gamma \cos \vartheta / \sqrt{d_1} + \cos \gamma \sin \vartheta / \sqrt{d_2} \right) \end{aligned} \quad (40)$$

и воспользовавшись соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{q} D \mathbf{q}^T &= (k \cos \vartheta, k \sin \vartheta) W^{-1} T^{-1} T W \times \\ &\quad \times W^T T^{-1} T W^{-1} (k \cos \vartheta, k \sin \vartheta)^T = k, \end{aligned} \quad (41)$$

$$d\mathbf{q} = J d\vartheta dk,$$

$$J = \begin{vmatrix} dq_x & dq_y \\ dk & dk \\ dq_x & dq_y \\ d\vartheta & d\vartheta \end{vmatrix} = \frac{k}{\sqrt{d_1 d_2}} = \frac{k \sqrt{\det Q}}{\cos \theta}, \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{q} \mathbf{q}^T &= (k \cos \vartheta, k \sin \vartheta) W^{-1} T^{-1} T W \times \\ &\quad \times \left(-\sin \gamma \cos \vartheta / \sqrt{d_1} + \cos \gamma \sin \vartheta / \sqrt{d_2} \right), \end{aligned} \quad (43)$$

где с учетом (36) и (35)

$$\begin{aligned} A &= (1/d_1 + 1/d_2)/2 = (q_{22} + q_{11} \sec^2 \theta)/2, \\ B &= (1/d_1 - 1/d_2)/2 = \\ &= -\sqrt{(q_{22} - q_{11} \sec^2 \theta)^2 + (2q_{12} \sec \theta)^2}/2, \end{aligned} \quad (44)$$

получим

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= 2 \int_0^{2\pi} \int_0^\infty k \left(1 - \cos(Zk^2(A + B \cos 2\vartheta)) \right) \times \\ &\quad \times \Phi_{\Delta\phi}(k) d\vartheta dk = 2 \left(2\pi \int_0^\infty k \Phi_{\Delta\phi}(k) dk - I_1 + I_2 \right), \end{aligned} \quad (45)$$

где

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^\infty k \cos(k^2 ZA) \Phi_{\Delta\phi}(k) \times \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} \cos(k^2 ZB \cos(2\vartheta)) d\vartheta dk, \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^\infty k \sin(k^2 ZA) \Phi_{\Delta\phi}(k) \times \\ &\quad \times \int_0^{2\pi} \sin(k^2 ZB \cos(2\vartheta)) d\vartheta dk, \end{aligned} \quad (47)$$

Сделав в выражениях (46) и (47) замену переменной $q = k^2$ и воспользовавшись табличными интегралами [5]

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin(z \cos x) \cos nx dx &= \pi \sin \frac{n\pi}{2} J_n(z), \\ \int_0^\pi \cos(z \cos x) \cos nx dx &= \pi \cos \frac{n\pi}{2} J_n(z), \end{aligned} \quad (48)$$

получим

$$\begin{aligned} I_1 &= 2\pi \int_0^\infty \cos(qZA) J_0(qZB) \Phi_{\Delta\phi}(\sqrt{q}) dq, \\ I_2 &= 0. \end{aligned} \quad (49)$$

По определению

$$2\pi \int_0^\infty k \Phi_{\Delta\phi}(k) dk = B_{\Delta\phi}(0) = \sigma_{\Delta\phi}^2. \quad (50)$$

С учетом (49) и (50) выражение (45) примет вид

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= 2\sigma_{\Delta\phi}^2 - 2\pi \int_0^\infty \Phi_{\Delta\phi}(\sqrt{q}) \times \\ &\quad \times J_0(qZB) \cos(qZA) dq. \end{aligned} \quad (51)$$

Из сравнения (51) и полученного в работе [2] выражения (73) следует, что учет коэффициента распространения предусматривает расчет коэффициентов A и B по формуле (44) с использованием $q_{11} \sec^2 \theta$ и $q_{12} \sec \theta$ – вместо q_{11} и q_{12} соответственно в формуле (62) [2].

Конкретизируем (51) для различных типов спектральной плотности флюктуаций фазы. При гауссовской спектральной плотности флюктуаций фазы квадрат индекса сцинтиляции (51) по аналогии с выражением (83) [2] в условиях слабого рассеяния описывается выражением

$$S_{4w}^2 = 2\sigma_{\Delta\phi}^2 \left(1 - \sqrt{\frac{\sqrt{(1-F)^2 + D} + 1 - F}{2((1-F)^2 + D)}} \right), \quad (52)$$

где $k_0 = 2\pi/L_0$ – волновое число внешнего масштаба неоднородностей L_0 ,

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = \sqrt{\pi} (\lambda r_e)^2 \Delta z \kappa_0^{-1} \sigma_{\Delta N_e}^2 G \sec \theta \quad (53)$$

– дисперсия флюктуации фазы во фронте волны, прошедшей через фазовый экран,

$$F = (8\pi)^2 (G \cos \theta d_F/L_0)^4 (A^2 - B^2), \quad (54)$$

$$D = (16\pi)^2 (G \cos \theta d_F/L_0)^4 A^2.$$

Для степенной спектральной плотности фазовых флюктуаций квадратом индекса сцинтиляции (51) по аналогии с выражением (96) [2] является

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= 2\sigma_{\Delta\phi}^2 \left(1 - \frac{(p-2)/2}{2\pi} \times \right. \\ &\quad \left. \times \int_0^\pi \sum_{i=0}^1 \int_0^\infty \frac{\cos((ab + (-1)^i cb \sin \varphi)x)}{(1+x)^{p/2}} dx d\varphi \right). \end{aligned} \quad (55)$$

где

$$\sigma_{\Delta\phi}^2 = \frac{2\sqrt{\pi}\sigma_{\Delta N_e}^2(\lambda r_e)^2}{\kappa_0} \Delta z \sec\theta G \frac{\Gamma((p-2)/2)}{\Gamma((p-3)/2)}, \quad (56)$$

$$\begin{aligned} cb &= 2\pi(G \cos\theta d_F/L_0)^2 B, \\ ab &= 2\pi(G \cos\theta d_F/L_0)^2 A. \end{aligned} \quad (57)$$

В выражении (56) $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция. Формула (51) для $p = 4$ принимает следующий вид:

$$S_{4w}^2 = \frac{\sigma_{\Delta\phi}^2}{\pi} \int_0^\pi \left(\sum_{i=0}^1 E(i, \varphi) S_1(E(i, \varphi), 1) \right) d\varphi, \quad (58)$$

где

$$E(i, \varphi) = 2\pi \left(G \cos\theta \frac{d_F}{L_0} \right)^2 \left(A + (-1)^i B \cos\varphi \right), \quad (59)$$

аналогично для $p = 6$:

$$S_{4w}^2 = \frac{\sigma_{\Delta\phi}^2}{\pi} \int_0^\pi \left(\sum_{i=0}^1 E^2(i, \varphi) C_1(E(i, \varphi), 1) \right) d\varphi. \quad (60)$$

Величины $C_1(u, 1)$ и $S_1(u, 1)$ определяются табличными интегралами

$$C_1(x, 1) = -Ci(x) \cos(x) + \left(\frac{\pi}{2} - Si(x) \right) \sin(x), \quad (61)$$

$$S_1(x, 1) = Ci(x) \sin(x) + \left(\frac{\pi}{2} - Si(x) \right) \cos(x), \quad (62)$$

где $Ci(x)$ и $Si(x)$ – соответственно интегральные косинус и синус вида

$$Ci(x) = \gamma + \ln x + \int_0^x \frac{(\cos t - 1)}{t} dt, \quad (63a)$$

$$Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt, \quad (63b)$$

В выражении (63б) γ – постоянная Эйлера – Маскерони.

Для $p = 5$ выражение (51) сводится к следующему виду

$$S_{4w}^2 = \frac{2\sigma_{\Delta\phi}^2}{\pi} \int_0^\pi \left(\sum_{i=0}^1 E^2(i, \varphi) C_{1/2}(E(i, \varphi), 1) \right) d\varphi. \quad (64)$$

где $C_{1/2}(u, b)$, $S_{1/2}(u, b)$ являются табличными интегралами:

$$\begin{aligned} C_{1/2}(u, b) &= \sqrt{\frac{\pi}{2u}} (\cos(ub) + \sin(ub) - \\ &- 2C(ub)\cos(ub) - 2S(ub)\sin(ub)), \end{aligned} \quad (65)$$

$$\begin{aligned} S_{1/2}(u, b) &= \sqrt{\frac{\pi}{2u}} (\cos(ub) - \sin(ub) + \\ &+ 2C(ub)\sin(ub) - 2S(ub)\cos(ub)). \end{aligned} \quad (66)$$

В выражениях (65) и (66) $C(x)$ и $S(x)$ – интегралы Френеля

$$C(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\cos t}{\sqrt{t}} dt, \quad (67a)$$

$$S(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt, \quad (67b)$$

Анализ выражений (58), (60), (64) для S_{4w}^2 с учетом (56), а также выражения (52) с учетом (53) указывает на их прямо пропорциональную зависимость от величины $\sigma_{\Delta N_e}^2 (\lambda r_e)^2 \Delta z k_0^{-1}$. Это позволяет упростить вычисления и перейти к расчету нормированного квадрата индекса сцинтиляции

$$\bar{S}_{4w}^2 = \frac{S_{4w}^2}{(\lambda r_e)^2 \sigma_{\Delta N_e}^2} \frac{k_0}{\Delta z}. \quad (68)$$

Кроме того, в указанных выражениях имеется функциональная зависимость S_{4w} от аргумента $d_F k_0$ и величины $\sec\theta$.

Учитывая данное обстоятельство, сравнение значений S_{4w} для различных спектральных плотностей флуктуации электронной концентрации, а также спектрального индекса степенного закона целесообразно проводить в зависимости от отношения радиуса первой зоны Френеля для случая вертикального падения волн

$$\bar{d}_F = \sqrt{\lambda H_{ph}/(2\pi)} = d_F \sqrt{\cos\theta} \quad (69)$$

к внешнему масштабу неоднородностей L_0 .

Кроме того, на индекс сцинтиляции влияют величины отклонения от плоскости фазового экрана трассы распространения волны, а также вектора магнитной индукции. Найдем углы, определяющие величины указанных отклонений.

Направление распространения и вектор магнитной индукции

Введем топоцентрическую систему координат, горизонтальная плоскость которой совмещена с плоскостью фазового экрана. Начало указанной системы является точкой, в которой трасса распространения волны пересекает плоскость фазового экрана, и которую назовем точкой пересечения. Координаты точки пересечения зависят от взаимного расположения земной станции (ЗС) и космического аппарата (КА), а также высоты фазового экрана.

Для радиолинии «вверх» система координат фазового экрана (X, Y, Z) совмещена с топоцентрической (X_p, Y_p, Z_p). В последней ось X_p находится на пересечении основной плоскости и плоскости меридиана точки пересечения и направлена на север, ось Z_p – по нормали к основной плоскости в сторону удаления от центра земного эллипсоида. Ось Y_p дополняет систему до правой.

В системе координат (X, Y, Z) для радиолинии «вниз» ось X направлена на север, ось $Y = -Y_T$ на восток, ось $Z = -Z_T$ вниз.

Определим начало системы координат фазового экрана в гринвичской прямоугольной (X_{ph}, Y_{ph}, Z_{ph}) .

Известен итеративный алгоритм преобразования гринвичской системы координат в геодезическую, которая характеризуется широтой B , долготой L и высотой H [6]. В соответствии с ним последовательность вычислений применительно к координатам (X_{ph}, Y_{ph}, Z_{ph}) следующая.

1. Последовательно вычисляются величины

$$\begin{aligned} S_1, \quad N &= R_e / \sqrt{1 - \varepsilon(2 - \varepsilon)S_1}, \\ P &= \varepsilon(2 - \varepsilon)NS_1, \end{aligned} \quad (70)$$

$$Q = \sqrt{X_{ph}^2 + Y_{ph}^2 + (Z_{ph} + P)^2} = N + H_{ph}, \quad (71)$$

где R_e – средний экваториальный радиус Земли (большая полуось), ε – геометрическое сжатие земного эллипсоида, H_{ph} – высота фазового экрана.

2. Определяется

$$S_2 = (Z_{ph} + P) / Q \quad (72)$$

и находится погрешность $\Delta = |S_1 - S_2|$. Итерации продолжаются до тех пор, пока абсолютная погрешность не станет удовлетворительной. В начале каждой последующей итерации полагается $S_1 = S_2$.

3. По завершении итераций вычисляются геодезические широта B_{ph} , долгота L_{ph} , геоцентрическая широта Φ_{ph} фазового экрана по формулам

$$\begin{aligned} B_{ph} &= \operatorname{arctg}\left(S_2 / \sqrt{1 - S_2^2}\right), \\ L_{ph} &= \operatorname{arctg}\left(Y_{ph} / X_{ph}\right), \\ \Phi_{ph} &= \operatorname{arctg}\left(Z_{ph} / \sqrt{X_{ph}^2 + Y_{ph}^2}\right). \end{aligned} \quad (73)$$

Высота H_{ph} находится из выражения (72).

Координаты центра фазового экрана зависят от его высоты H_{ph} , а также от положения КА $(X_{sat}, Y_{sat}, Z_{sat})$ и земной станции (X_{GS}, Y_{GS}, Z_{GS}) в гринвичской системе координат.

Уравнение прямой в трехмерном пространстве, соответствующей трассе распространения волны и заданное координатами КА и ЗС, определяется выражением [7]

$$\frac{X - X_{GS}}{X_{sat} - X_{GS}} = \frac{Y - Y_{GS}}{Y_{sat} - Y_{GS}} = \frac{Z - Z_{GS}}{Z_{sat} - Z_{GS}}. \quad (74)$$

Точку пересечения этой прямой с плоскостью фазового экрана выразим в параметрическом виде

$$\begin{cases} X_{ph} = X_{GS} + \lambda_{ph}(X_{sat} - X_{GS}), \\ Y_{ph} = Y_{GS} + \lambda_{ph}(Y_{sat} - Y_{GS}), \\ Z_{ph} = Z_{GS} + \lambda_{ph}(Z_{sat} - Z_{GS}), \end{cases} \quad (75)$$

где λ_{ph} – параметр, который определяется из уравнения (71) для высоты H_{ph} путем подстановки в это уравнение координат, заданных выражением (75).

Решением указанного уравнения является

$$\lambda_{ph} = (\sqrt{b^2 - 4ac} - b) / (2a), \quad (76)$$

где

$$a = (X_{sat} - X_{GS})^2 + (Y_{sat} - Y_{GS})^2 + (Z_{sat} - Z_{GS})^2,$$

$$\begin{aligned} b = 2 &\left(X_{GS}(X_{sat} - X_{GS}) + Y_{GS}(Y_{sat} - Y_{GS}) + \right. \\ &\left. + (Z_{GS} + P)(Z_{sat} - Z_{GS}) \right), \end{aligned} \quad (77)$$

$$c = X_{GS}^2 + Y_{GS}^2 + (Z_{GS} + P)^2 - Q^2.$$

Координаты точки пересечения трассы распространения радиоволны с фазовым экраном (X_{ph}, Y_{ph}, Z_{ph}) для найденного значения λ_{ph} определяются по формуле (75).

Таким образом, алгоритм вычисления координат (X_{ph}, Y_{ph}, Z_{ph}) предполагает последовательное вычисление величин по формуле (70), а также $Q = N + H_{ph}$. Затем определяются параметр λ_{ph} по формуле (76) и координаты по формуле (75). Итерации продолжаются до тех пор, пока погрешность $\Delta = |S_1 - S_2|$, где S_2 вычисляется по формуле (72), не станет допустимой. В начале каждой последующей итерации полагается $S_1 = S_2$.

По завершении итераций вычисляются геодезические широта B_{ph} , долгота L_{ph} , геоцентрическая широта Φ_{ph} фазового экрана по формулам (73). Величины углов ϕ и θ с учетом того, что система координат (X, Y, Z) для радиолинии «вверх» совмещена с топоцентрической (X_T, Y_T, Z_T) , а для радиолинии вниз справедливо $X = X_T$, $Y = -Y_T$, $Z = -Z_T$, определяются следующим образом [8; 9]:

$$\varphi = \begin{cases} \operatorname{arctg}(Y_T / X_T), & \text{линия «вверх»}, \\ \pi - \operatorname{arctg}(Y_T / X_T), & \text{линия «вниз»}, \end{cases} \quad (78)$$

$$\theta = \pi/2 - \operatorname{arctg}\left(Z_T / \sqrt{X_T^2 + Y_T^2}\right),$$

где для линии «вверх»

$$\begin{aligned} (X_T, Y_T, Z_T)^T &= \\ &= A(X_{sat} - X_{ph}, Y_{sat} - Y_{ph}, Z_{sat} - Z_{ph})^T, \end{aligned} \quad (79a)$$

Для линии «вниз»

$$\begin{aligned} (X_T, Y_T, Z_T)^T &= \\ &= A(X_{GS} - X_{ph}, Y_{GS} - Y_{ph}, Z_{GS} - Z_{ph})^T. \end{aligned} \quad (79b)$$

В выражении (79)

$$A = \begin{vmatrix} -\sin B_{ph} \cos L_{ph} & -\sin B_{ph} \sin L_{ph} & \cos B_{ph} \\ -\sin L_{ph} & \cos L_{ph} & 0 \\ \cos B_{ph} \cos L_{ph} & \cos B_{ph} \sin L_{ph} & \sin B_{ph} \end{vmatrix}. \quad (80)$$

Углы магнитного склонения ψ_D и наклонения ψ_I вычисляются по формулам [10; 11]

$$\begin{aligned} \psi_D &= \operatorname{arctg}(Y'/X'), \\ \psi_I &= \arcsin\left(Z' / \sqrt{(X')^2 + (Y')^2 + (Z')^2}\right) = (81) \\ &= \operatorname{arctg}\left(Z' / \sqrt{(X')^2 + (Y')^2}\right), \end{aligned}$$

где (X', Y', Z') – составляющие вектора индукции геомагнитного поля в точке с геоцентрическими сферическими широтой Φ_{ph} , долготой L_{ph} и расстоянием

$$r = \sqrt{X_{ph}^2 + Y_{ph}^2 + Z_{ph}^2} \quad (82)$$

до центра геоида Земли, которые определяются выражениями

$$\begin{aligned} X' &= \sum_{n=1}^N \left(\frac{R_m}{r} \right)^{n+2} \times \\ &\times \sum_{m=0}^n \left(g_n^m \cos(mL_{ph}) + h_n^m \sin(mL_{ph}) \right) \times \\ &\times \frac{d\bar{P}_n^m(\cos\Psi)}{d\Psi}, \\ Y' &= \sum_{n=1}^N \left(\frac{R_m}{r} \right)^{n+2} \times \\ &\times \sum_{m=0}^n \left(g_n^m \sin(mL_{ph}) - h_n^m \cos(mL_{ph}) \right) \times \quad (83) \\ &\times \frac{\bar{P}_n^m(\cos\Psi)}{\cos\Psi}, \\ Z' &= -\sum_{n=1}^N (n+1) \left(\frac{R_m}{r} \right)^{n+2} \times \\ &\times \sum_{m=0}^n \left(g_n^m \cos(mL_{ph}) + h_n^m \sin(mL_{ph}) \right) \times \\ &\times \bar{P}_n^m(\cos\Psi). \end{aligned}$$

В выражении (83) $R_m = 6371.2$ км; Ψ – дополнение до широты Φ ($\Psi = \pi/2 - B_{ph}$); g_n^m , h_n^m – сферические гармонические коэффициенты; N – максимальная степень сферических гармоник; $\bar{P}_n^m(x)$ – присоединенные полиномы Лежандра степени m и порядка n , нормированные по правилу Шмидта:

$$\bar{P}_n^m(x) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-m)!}{(n+m)!}} P_n^m, & m > 0, \\ P_n^m, & m = 0, \end{cases} \quad (84)$$

где P_n^m – присоединенные функции Лежандра степени m и порядка n (при $m \neq 0$); P_n^0 – многочлен Лежандра порядка n (при $m = 0$).

Сферические гармонические коэффициенты (коэффициенты Гаусса) задаются моделью магнитного поля Земли на некоторую эпоху T_0 . В модели также содержатся средние пятилетние производные по времени (линейное вековое изменение) коэффициентов Гаусса \dot{g}_n^m , \dot{h}_n^m . Модель International Geomagnetic Reference Field (IGRF-13) [12] содержит указанные коэффициенты для эпох, отделенных пятилетним сроком между 1900 и 2025 гг.

Разработанный выше алгоритм позволяет найти координаты точки пересечения трассы распространения волны и фазового экрана в гринвичской системе координат, которые необходимы для расчета углов, определяющих направление распространения радиоволны (78) для радиолиний «вверх» и «вниз», а также вектора магнитной индукции (81). Данный алгоритм предусматривает последовательное вычисление величин по формулам (70)–(72), (75), (76) до тех пор, пока погрешность не станет удовлетворительной.

Полученный результат дает возможность для построения зависимостей нормированного индекса сцинтиляции \bar{S}_4 от отношения величины \bar{d}_F к внешнему масштабу неоднородностей L_0 с учетом положения КА и ЗС, а также высоты фазового экрана.

Поскольку полученные формулы для расчета индекса сцинтиляции являются точными, полезно сравнить указанные зависимости с зависимостями, основанными на использовании асимптотической формулы [1].

Асимптотическая формула Рино для квадрата индекса сцинтиляции

В работе [1] для условий слабого рассеяния в предположении, что верхний масштаб неоднородностей существенно больше радиуса первой зоны Френеля, получено следующее выражение для индекса сцинтиляции (в наших обозначениях):

$$\begin{aligned} S_{4w}^2 &= 4\pi \frac{(\lambda r_e)^2 \sigma_{\Delta N_e}^2 \Delta z \sec\theta}{k_0} \left(\frac{d_F^2}{4\pi} k_0^2 \right)^{v-1/2} \times \\ &\times \frac{\Gamma((2.5-v)/2)\Gamma(v+1/2)}{\Gamma((v+0.5)/2)\Gamma(v-1)(v-0.5)} F, \end{aligned} \quad (85)$$

где $v = (p-1)/2$, F – комбинированный коэффициент, учитывающий геометрию распространения

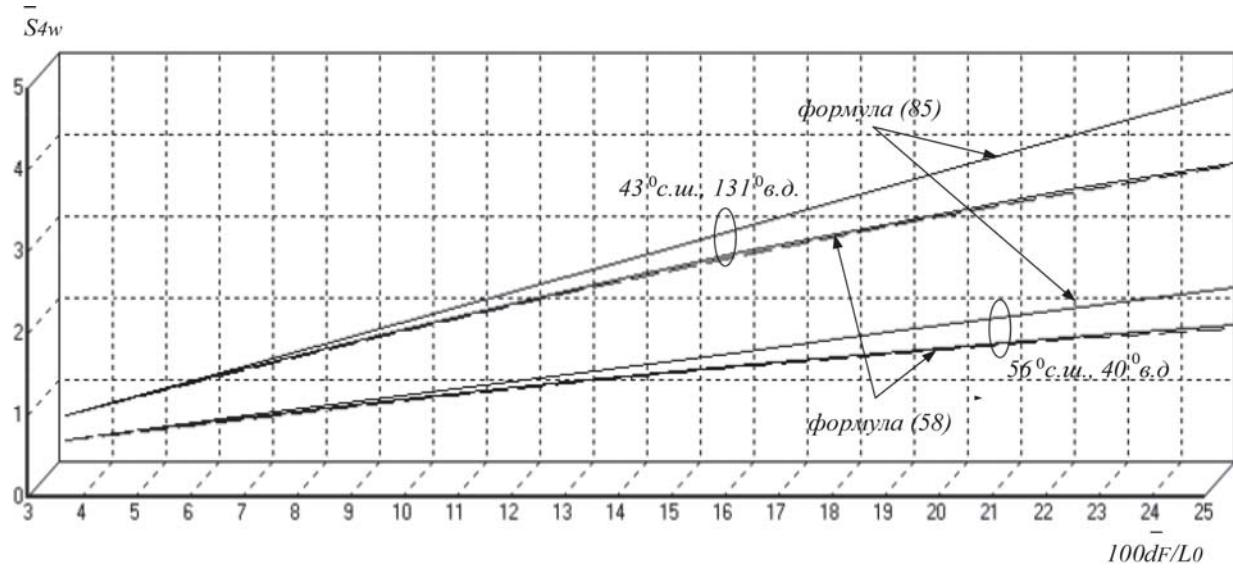


Рисунок 1. Зависимости нормированного индекса \bar{S}_{4w} от отношения \bar{d}_F/L_0 при расположении ЗС в точках с координатами 56° с.ш., 40° в.д. и 43° с.ш., 131° в.д.

$$F = \frac{2ab}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{d\phi}{(A'' \cos^2 \phi + C'' \sin^2 \phi)^{(v+1/2)}}. \quad (86)$$

В выражение (86) входят коэффициенты A'' , C'' , порядок расчета которых согласно [1; 4] следующий.

На первом шаге определяются коэффициенты A , B и C , величина которых зависит от направления распространения волны и ориентации осей неоднородности вдоль линий геомагнитного поля [4]

$$\begin{aligned} A &= C_{11} + C_{33} \operatorname{tg}^2 \theta \cos^2 \varphi' - 2C_{13} \operatorname{tg} \theta \cos \varphi', \\ B &= 2(C_{12} + C_{33} \operatorname{tg}^2 \theta \sin \varphi' \cos \varphi' - \\ &\quad - \operatorname{tg} \theta (C_{13} \sin \varphi' + C_{23} \cos \varphi')), \\ C &= C_{22} + C_{33} \operatorname{tg}^2 \theta \sin^2 \varphi' - 2C_{23} \operatorname{tg} \theta \sin \varphi', \end{aligned} \quad (87)$$

где

$$\varphi' = \varphi - \psi_D, \quad (88)$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= a^2 \cos^2 \psi_I + \sin^2 \psi_I (b^2 \sin^2 \psi_\delta + \cos^2 \psi_\delta), \\ C_{22} &= b^2 \cos^2 \psi_\delta + \sin^2 \psi_\delta, \\ C_{33} &= a^2 \sin^2 \psi_I + \\ &\quad + \cos^2 \psi_I (b^2 \sin^2 \psi_\delta + \cos^2 \psi_\delta), \end{aligned} \quad (89)$$

$$\begin{aligned} C_{12} &= C_{21} = \sin \psi_I \sin \psi_\delta \cos \psi_\delta (b^2 - 1), \\ C_{13} &= \cos \psi_I \sin \psi_I (a^2 - b^2 \sin^2 \psi_\delta - \cos^2 \psi_\delta), \\ C_{23} &= C_{32} = -(b^2 - 1) \cos \psi_I \sin \psi_\delta \cos \psi_\delta. \end{aligned}$$

Когда $b = 1$, зависимость элементов матрицы (89) от ψ_δ исчезает [4].

На втором шаге выполняется преобразование [1]

$$\begin{aligned} A' &= (A \cos^2 \varphi' + B \sin \varphi' \cos \varphi' + C \sin^2 \varphi') \cos^2 \theta, \\ B' &= ((C - A) \sin(2\varphi') + B \cos(2\varphi')) \cos \theta, \\ C' &= A \sin^2 \varphi' - B \sin \varphi' \cos \varphi' + C \cos^2 \varphi'. \end{aligned} \quad (90)$$

На третьем шаге определяется значение коэффициентов [1]

$$\begin{aligned} A'' &= (A' + C' + D')/2, \\ C'' &= (A' + C' - D')/2, \end{aligned} \quad (91)$$

где

$$D' = \sqrt{(A' - C')^2 + (B')^2}. \quad (92)$$

Аппроксимация (85) справедлива для степенной спектральной плотности флюктуаций фазы со спектральным индексом p не выше 5.

Результаты расчетов

На рисунке 1 представлены зависимости нормированного индекса сцинтиляции \bar{S}_{4w} в радиолинии «вниз» от отношения \bar{d}_F/L_0 для спектральной плотности флюктуаций, подчиненной степенному закону со спектральным индексом $p = 4$.

Эти зависимости построены как с использованием точной формулы (58), так и асимптотической (85) при расположении ЗС в точках с координатами 56° с.ш., 40° в.д. и 43° с.ш., 131° в.д. Координаты КА в гринвичской системе координат $X_{sat} = 9803.1125762$, $Y_{sat} = 16561.797047$, $Z_{sat} = 40394.660565$ соответствуют апогею при его движении по высокоэллиптической орбите «Молния» на основном витке [8].

Фазовый экран расположен в слое F ионосферы и имеет высоту 300 км. Соотношение анизо-

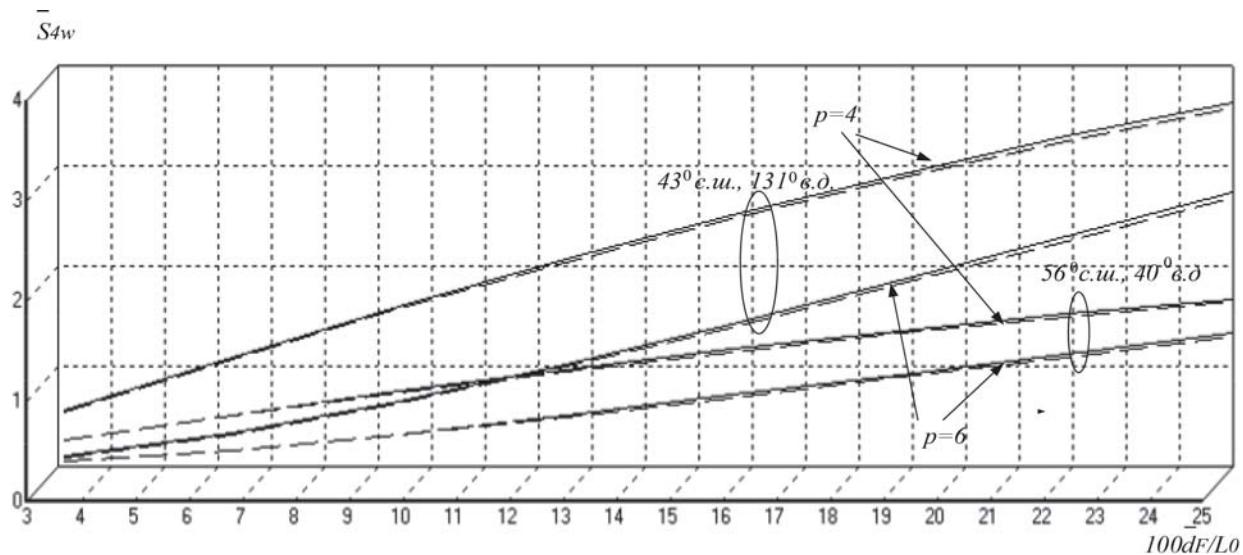


Рисунок 2. Зависимости нормированного индекса \bar{S}_{4w} от отношения \bar{d}_F/L_0 для степенной спектральной плотности флюктуаций фазы со спектральными индексами $p = 4$ и $p = 6$ в точках с координатами 56° с.ш., 40° в.д. и 43° с.ш., 131° в.д.

тропии для нерегулярностей принято как 50:1 ($a = 50$, $b = 1$). Штрих-пунктирной линией на рисунке 1 отмечены зависимости, построенные по формуле (101) [2] для случая, когда коэффициент распространения не учитывается.

Анализ графиков, представленных на рисунке 1, показывает, что игнорирование коэффициента распространения приводит к незначительно му занижению величины индекса сцинтиляции. В свою очередь, использование асимптотической формулы (87) в области умеренных значений отношения \bar{d}_F/L_0 дает завышенные значения индекса сцинтиляции.

На рисунке 2 представлены зависимости нормированного индекса сцинтиляции \bar{S}_{4w} от отношения \bar{d}_F/L_0 для степенной спектральной плотности флюктуаций фазы со спектральными индексами $p = 4$ и $p = 6$ при расположении ЗС в точках с координатами 56° с.ш., 40° в.д. и 43° с.ш., 131° в.д. Для $p = 6$ указанная зависимость построена с использованием формулы (60). Штрих-пунктирной линией на рисунке 2 для $p = 6$ отмечена зависимость, построенная по формуле (103) [2] для случая, когда коэффициент распространения не учитывается.

Анализ графиков, представленных на рисунке 2, показывает, что игнорирование коэффициента распространения при $p = 6$ также влечет некоторое занижение величины индекса сцинтиляции.

Сравнение графиков на рисунке 2 для различных значений спектрального индекса показывает, что с его увеличением индекс сцинтиляции в области умеренных значений отношения \bar{d}_F/L_0 вплоть до 0,25 уменьшается.

Заключение

Таким образом, получены следующие результаты.

1. Разработан алгоритм расчета координат точки пересечения трассы распространения волны и фазового экрана в гринвичской системе, необходимых для расчета углов, определяющих направление распространения радиоволны (78) как для радиолинии «вверх», так и радиолинии «вниз», а также вектора магнитной индукции (81). Данный алгоритм предусматривает последовательное вычисление величин по формулам (70)–(72), (75), (76) до тех пор, пока погрешность не станет удовлетворительной.

2. Получено выражение (51) для квадрата индекса сцинтиляции, позволяющее учитывать коэффициент распространения путем использования для расчетов коэффициентов A и B (42) величин $q_{11}\sec^2\theta$ и $q_{12}\sec\theta$ – вместо q_{11} и q_{12} . Элементы матрицы Q , величина которых зависит от степени анизотропии нерегулярностей и углов, определяющих направление трассы распространения и вектора магнитной индукции, вычисляются с использованием выражений (6)–(10).

В совокупности полученные выражения позволяют построить зависимости нормированного индекса сцинтиляции \bar{S}_4 от отношения величины \bar{d}_F к внешнему масштабу неоднородностей L_0 с учетом положения КА и ЗС, а также высоты фазового экрана

Использование указанных формул в отличие от асимптотической (85) исключает завышение значения индекса сцинтиляции в области умеренных значений отношения \bar{d}_F/L_0 .

Для степенной спектральной плотности флуктуаций фазы определено, что с увеличением спектрального индекса p индекс сцинтилляции в области умеренных значений отношения \bar{d}_F/L_0 уменьшается.

Литература

1. Rino C.L. A power law screen model for ionospheric scintillation. 1. Weak scatter // Radio Science. 1979. Vol. 14. № 6. P. 1135–1145.
2. Шевченко В.А. Метод вычисления индекса сцинтилляции при наличии анизотропных неоднородностей в возмущенной ионосфере // Инфокоммуникационные технологии. 2015. Т. 13. № 2. С. 118–130.
3. Fremouw E.J., Secan J.A. Modeling and scientific application of scintillation result // Radio Science. 1984. Vol. 19. № 3. P. 687–694.
4. Rino C.L., Fremouw E.J. The angle dependence of singly scattered wavefields // Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics. 1977. Vol. 39. № 8. P. 859–868.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. СПб: БХВ-Петербург, 2011. 1232 с.
6. Серапинас Б.Б. Геодезические основы карт. М.: Изд-во МГУ, 2001. 132 с.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. 832 с.
8. Говоров Л.В., Шакин В.А. Баллистическое обеспечение систем спутниковой связи. М.: Воениздат, 1984. 128 с.
9. Машбиц Л.М. Зоны обслуживания систем спутниковой связи. М.: Радио и связь, 1982. 168 с.
10. International geomagnetic reference field: the 12th generation / E. Thebault [et al.] // Earth, Planets and Space. 2015. № 67:79. 19 p.
11. Malin S.R.C, Barraclough D.R. An algorithm for synthesizing the geomagnetic field // Computers & Geosciences. 1981. Vol. 7. № 4. P. 401–405.
12. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/IGRF13coeffs.xls> (дата обращения: 05.06.2020)

Получено 16.06.2020

Шевченко Вячеслав Анатольевич, к.т.н., начальник отдела – заместитель начальника управления Департамента информационных систем Министерства обороны РФ. 119160, Российская Федерация, г. Москва, ул. Знаменка, 19. Тел. +7 916 138-87-96. E-mail: shevv67@mail.ru

A METHOD FOR DETERMINING A SCINTILLATION INDEX IN THE PRESENCE OF ANISOTROPIC IRREGULARITIES IN THE PERTURBED IONOSPHERE

Shevchenko V.A.

*Department of information systems of the Ministry of Defense
of the Russian Federation, Moscow, Russian Federation
E-mail: shevv67@mail.ru*

A method for determining a scintillation index in the presence of anisotropic irregularities in the perturbed ionosphere has been developed. The method is based on reduction of quadratic form of arguments found in autocorrelation functions of electron density and phase fluctuations to scalar value and on relying on this information whilst performing Radon and Fourier transforms. Expressions used for scintillation index calculation, which help evaluating the impact of scintillations with high spectral index value including the whole range of possible values of first Fresnel zone radius to outer-scale dimension of the irregularities ratio have been derived using this method. The expressions obtained are defined for both Gaussian and power-like spectral density fluctuations with spectral index value ranging from 4 to 6 and are presented in a form convenient for calculations.

Keywords: *scintillation, anisotropy, irregularities, ionosphere, autocorrelation function, spectral density*

DOI: 10.18469/ikt.2020.18.4.01

Shevchenko Vyatchaslav Anatolievich, Department of information systems of the Ministry of Defense of the Russian Federation, 19, Znamenka Street, Moscow, 119160, Russian Federation;

PhD in Technical Science, Head of Division – Deputy Head of Department of information systems of the Ministry of Defense of the Russian Federation. Tel. +7 916 138-87-96. E-mail: shevv67@mail.ru

References

1. Rino C.L. A power law screen model for ionospheric scintillation. 1. Weak scatter. *Radio Science*, 1979, vol. 14, no. 6, pp. 1135–1145.
2. Shevchenko V.A. A method for calculating the scintillation index in the presence of anisotropic inhomogeneities in a perturbed ionosphere. *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2015, vol. 13, no. 2, pp. 118–130. (In Russian.)
3. Fremouw E.J., Secan J.A. Modeling and scientific application of scintillation result. *Radio Science*, 1984, vol. 19, no. 3, pp. 687–694.
4. Rino C.L., Fremouw E.J. The angle dependence of singly scattered wavefields. *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 1977, vol. 39, no. 8, pp. 859–868.
5. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. *Tables of integrals, sums, series and products*. 7 izd. St. Petersburg: BKH-V-Peterburg, 2011, 1232 p. (In Russian.)
6. Serapinas B.B. *Geodetic basics of maps. Tutorial*. Moscow: Izd-vo Mosk. un-ta, 2001, 132 p. (In Russian.)
7. Korn G., Korn T. *Handbook of mathematics for scientists and engineers*. Moscow: Izdatel'stvo «Nauka», 1974, 832 p. (In Russian.)
8. Govorov L.V., Shakin V.A. *Ballistic support of satellite communication systems*. Moscow: Voennoye izdatel'stvo, 1984, 128 p. (In Russian.)
9. Mashbits L.M. *Service areas of satellite communication systems*. Moscow: Radio i svyaz', 1982, 168 p. (In Russian.)
10. Thebault E. et al. International Geomagnetic Reference Field: The 12th Generation. *Earth, Planets and Space*, 2015, vol. 67:79, pp. 1–19.
11. Malin S.R.C., Barraclough D.R. An algorithm for synthesizing the geomagnetic field. *Computers & Geosciences*, 1981, vol. 7, no. 4, pp. 401–405.
12. URL: <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/coeffs/IGRF13coeffs.xls> (accessed: 05.06.2020).

Received 16.06.2020

УДК 538.945

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ МАКСВЕЛЛА-ГАРНЕТТА И БРУГГЕМАНА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ГЕТЕРОГЕННОСТИ КИРАЛЬНОГО МЕТАМАТЕРИАЛА НА ОСНОВЕ ГАММАДИОНОВ

Аралкин М.В.¹, Дементьев А.Н.², Осипов О.В.³

¹ Военная академия РВСН им. Петра Великого, Балашиха, РФ

² МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, РФ

³ Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ

E-mail: o.osipov@psuti.ru

Рассмотрены обобщенные математические модели киральных метаматериалов СВЧ на основе различных форм записи материальных уравнений. В статье сделан вывод о необходимости описания кирального метаматериала как гетерогенной среды с учетом зависимости эффективной диэлектрической проницаемости от проницаемостей контейнера и киральных включений. Построены математические модели кирального метаматериала на основе формул Максвелла-Гарнетта и Бруггемана, учитывающие свойства гетерогенности. В качестве исследуемого кирального метаматериала была выбрана метаструктура на основе тонкопроволочных криволинейных гаммадионов с различным числом заходом. Для данной структуры были определены резонансные частоты киральных включений в виде многозаходных тонкопроволочных криволинейных гаммадионов. В качестве примера было проведено решение задачи об отражении (прохождении) плоской электромагнитной волны с линейной поляризацией от планарного слоя кирального метаматериала на основе равномерной матрицы из многозаходных тонкопроволочных криволинейных гаммадионов. Определено влияние количества заходов гаммадиона на отражающие и