

СИНТЕЗ МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ КОНЕЧНОЙ МАРКОВСКОЙ ЦЕПИ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ПРОЦЕСС ИНФОРМАЦИОННОГО ОБМЕНА В СОЕДИНЕНИИ «ТОЧКА-ТОЧКА» МЕТОДОМ ФИКТИВНЫХ СОСТОЯНИЙ

Тоискин В.Е.¹, Москвин А.А.²

¹ Филиал ФГК ВОВУ ВО «Военная академия Ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого Министерства обороны Российской Федерации в г. Серпухове», Серпухов, РФ

² АО «Корпорация космических систем специального назначения «Комета», Москва, РФ

E-mail: vetoiskin@mail.ru, moskvin375@rambler.ru

Особенностью процесса обмена информацией в сетях передачи данных в сложной помеховой обстановке является его случайность. Традиционно такой процесс моделируется на основе аппарата теории конечных марковских цепей. При этом классический подход к определению характеристик процесса доведения сообщений не позволяет учитывать реальное время. Данный недостаток устраняется с использованием метода фиктивных состояний. В настоящей работе на базе системного анализа выявлены закономерности построения матрицы переходных вероятностей поглощающей конечной марковской цепи с использованием метода фиктивных состояний при моделировании процесса доведения пакетов сообщений в сетях передачи данных с соединением типа «точка-точка». Закономерности построения позволили сформулировать правила автоматизированного синтеза данной матрицы. Рассмотрено использование предложенных правил для нахождения вероятностно-временных характеристик информационного обмена между узлами сети.

Ключевые слова: сеть передачи данных, поглощающая конечная марковская цепь, соединение типа «точка-точка», фиктивное состояние, матрица переходных вероятностей, уравнение Колмогорова – Чепмена

Введение

Большинство сетей передачи данных (СПД) в настоящее время основано на пакетной коммутации. Для реализации заложенных в такие СПД алгоритмов функционирования сообщения, передаваемые между потребителями, фрагментируются на протокольные единицы данных, которые в общем случае называются пакетами (П). При этом в процессе доставки П возможны их искажения или потери, что приводит к снижению достоверности. Для обеспечения гарантированного информационного обмена осуществляется применение различных механизмов адаптации к условиям обстановки (помехоустойчивое кодирование, изменение интенсивности выдачи пакетов в СПД и др.), и используется обратная связь в виде отправки квитанций (Кв) на принятые пакеты [1; 2]. Таким образом, процесс доставки каждого П сообщения является случайным. Количество повторов П, Кв и временные интервалы между ними определяются конкретным протоколом информационного обмена (ИО), однако в целом изменение состояния всего процесса доведения осуществляется в дискретные моменты времени, определяемые моментами прихода П или Кв, а также выдачи их повторов. Особенностью доставки пакетированного сообщения является отсутствие у него последствия – переход из состояния в состояние зависит только от того, в каком состоянии процесс находится в данный

момент времени, и не зависит от того, как он в это состояние пришел. В связи с указанным распространенным научно-методическим аппаратом, применяемым для исследования вероятностно-временных характеристик доставки сообщений в СПД, является теория конечных марковских цепей (КМЦ).

В общем случае процесс ИО между узлом-отправителем (УО) и узлом-получателем (УП) представляется в виде соединения «точка-точка» (СТТ) (рисунок 1) [1; 2]. В таком соединении имеется прямой канал в направлении УО-УП и обратный в направлении УП-УО. Указанные каналы имеют свои характеристики по пропускной способности и уровню помех, однако в частном случае можно считать, что эти характеристики совпадают.

В процессе доставки пакетов сообщения в СТТ имеется множество состояний, которое можно разделить на два класса: переходные и поглощающие. К поглощающим состояниям относится состояние доведения сообщения и состояние недведения после возможного количества повторных передач пакетов. Это обуславливает то, что

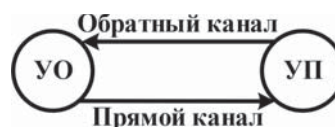


Рисунок 1. Структурная схема СПД с соединением типа «точка-точка»

при исследовании процесса ИО используются поглощающие КМЦ.

Процесс ИО в СПД оценивается по вероятностно-временным характеристикам (ВВХ) – вероятность доведения сообщения за время, не превышающее допустимое [3–7]. Определение ВВХ с использованием теории КМЦ осуществляется на основе уравнения Колмогорова – Чепмена (УКЧ):

$$\mathbf{P}_{\langle d \rangle}^{(l)} = \mathbf{P}_{\langle d \rangle}^{(l-1)} \mathbf{P}_{[d,d]}, \quad (1)$$

где $\mathbf{P}_{\langle d \rangle}^{(l-1)}$, $\mathbf{P}_{\langle d \rangle}^{(l)}$ – векторы вероятностей состояний ПКМЦ соответственно на $(l - 1)$ -м и l -м шагах, d – число состояний процесса доставки П, $\mathbf{P}_{[d,d]}$ – матрица переходных вероятностей (МПВ). Элементами МПВ являются вероятности доведения (недоведения) до УП пакета (p_{Π} , q_{Π}) и Кв ($p_{\text{Кв}}$, $q_{\text{Кв}}$) на него за один повтор:

$$p_{\Pi} = (1 - p_0)^{L_{\Pi}}, \quad q_{\Pi} = 1 - p_{\Pi}, \quad (2)$$

$$p_{\text{Кв}} = (1 - p_0)^{L_{\text{Кв}}}, \quad q_{\text{Кв}} = 1 - p_{\text{Кв}}, \quad (3)$$

где p_0 – вероятность битовой ошибки при доведении П по каналу передачи данных, L_{Π} – длина П в битах, $L_{\text{Кв}}$ – длина Кв в битах.

Особенностью классической теории КМЦ [8] является то, что определение характеристик исследуемого процесса происходит с фиксированными по времени шагами. Такой подход позволяет оценить вероятность перехода случайного процесса в искомое состояние за некоторое число шагов. Однако процесс ИО в СТТ обладает особенностью, заключающейся в наличии разных по времени интервалов доведения П и Кв, а также времени ожидания повторной передачи пакета при его недоведении. Таким образом, применение одинаковых по длительности шагов не позволяет адекватно оценивать временную составляющую.

Для получения адекватных временных характеристик доставки сообщений в работе [3] предложено два метода – метод среднего шага переходов и метод фиктивных состояний. Метод среднего шага основан на введении в рассмотрение понятия матрицы шагов переходов, ненулевые элементы которой показывают время перехода из одного состояния в другое. На основе данной матрицы определяется частный и общий средние шаги переходов, которые позволяют определять ВВХ в масштабе времени, приближенному к реальному. Недостатком данного метода является наличие значительной погрешности при определении временных характеристик исследуемого случайного процесса. Второй предложенный метод позволяет сократить такую погрешность за счет введения дополнительных состояний через кратный интервал времени и дальнейшего

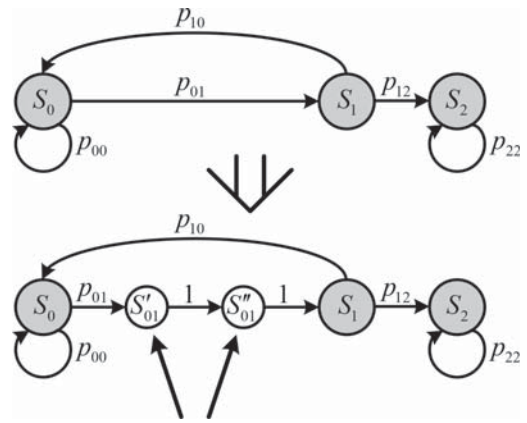


Рисунок 2. Вариант трансформации ГСП при использовании метода ФС

использования классического подхода. Такие состояния называются фиктивными (ФС).

Состояние КМЦ S_i называется *фиктивным*, если оно является невозвратным и не поглощающим и имеется только один переход из состояния S_i и только в состояние S_j , вероятность которого $p_{ij} = 1$.

Количество добавляемых ФС определяется на основе некоторого нормированного шага, алгоритм определения которого следующий. Среди всех шагов переходов, кроме перехода «сам в себя», выделяется наименьший, и все остальные шаги нормируются по нему. Во все переходы с «длинными» шагами вводятся дополнительно ФС, причем их число равно норме «длинного» шага по отношению к «короткому» без единицы [3; 7]. Вариант трансформации графа состояний и переходов (ГСП) для отношения $t_{\Pi}/t_{\text{Кв}} = 3$ в СПД с СТТ представлен на рисунке 2 при следующих состояниях ГСП КМЦ: S_0 – УО выдал очередной повтор П, но он УП не принят; S_1 – УП принял повтор П и выдал Кв; S_2 – УО квитанцию получил.

МПВ для такого случая преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{P}_{[3,3]} = \begin{vmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 \\ p_{10} & 0 & p_{12} \\ 0 & 0 & p_{22} \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\mathbf{P}_{[5,5]} = \begin{vmatrix} p_{00} & p_{01} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ p_{10} & 0 & 0 & 0 & p_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{22} \end{vmatrix}.$$

Если t_{Π} не кратно $t_{\text{Кв}}$, то определяется временной промежуток, равный наибольшему общему делителю (НОД) [9] $t_{\text{НОД}}$ для t_{Π} и $t_{\text{Кв}}$. Например, если $t_{\Pi} = 0,12$ с и $t_{\text{Кв}} = 0,08$ с, то $t_{\text{НОД}} =$

по которому будут нормироваться все остальные шаги переходов, равен 0,04 с. При этом в рассматриваемом примере при передаче П будут образовываться два ФС, а при передаче Кв – одно.

Переход в первое ФС некоторого перехода из состояния S_i в состояние S_j осуществляется с имеющейся переходной вероятностью, а переходы из одного фиктивного состояния в другое, а также из последнего ФС в искомое состояние S_j происходят с вероятностью 1. Таким образом, во всей КМЦ шаг перехода выравнивается по самому короткому шагу. Последнее позволяет использовать классический подход к нахождению ВВХ КМЦ [3–8; 11–14].

Постановка задачи исследования

Как правило, исследование ВВХ процесса ИО в СПД проводится с использованием специально разрабатываемых программ для ЭВМ, для чего решается задача синтеза МПВ. В свою очередь, структура МПВ и значения её элементов зависят от конкретных исходных данных. В таком случае актуальной является задача разработки правил автоматизированного синтеза МПВ. В работах В.А. Цимбала, С.Н. Шиманова, М.Ю. Попова, М.А. Лягина [3–8; 11–14] разработаны правила формирования МПВ для СПД с СТТ и для различных протоколов ИО. При этом в указанных работах не учитывалось влияние размеров циркулирующих в СПД пакетов и Кв на число ФС в ПКМЦ, а также изменяемое количество повторов Кв на принятый П.

В настоящем исследовании решается задача разработки правил синтеза методом ФС МПВ КМЦ для процесса ИО в СПД с СТТ, позволяющих устранить указанный недостаток.

Анализ закономерностей синтеза МПВ КМЦ

Из анализа ГСП и матрицы переходных вероятностей цепи, описывающих процесс доставки пакета сообщения в СПД с СТТ с использованием метода ФС, следует, что существует ряд закономерностей, позволяющих найти (синтезировать) все элементы МПВ. В качестве примера для иллюстрации этих закономерностей рассмотрим вариант СПД с СТТ для протокола ИО, в котором предусмотрена выдача двух повторов П (максимально) и двух повторов Кв. При этом пусть $L_{\text{п}} = 432$ бит, $L_{\text{кв}} = 288$ бит, скорости передачи прямого $V_{\text{пр}}$ и обратного $V_{\text{обр}}$ каналов ПД равны 1200 бит/с. Поскольку

$$t_{\text{п}} = L_{\text{п}}/V_{\text{пр}}; \quad t_{\text{кв}} = L_{\text{кв}}/V_{\text{обр}}, \quad (4)$$

для приведенных исходных данных (ИД) $t_{\text{п}} = 0,36$ с и $t_{\text{кв}} = 0,24$ с, а $t_{\text{нод}} = 0,12$ с. Состояния процесса информационного обмена для рассматриваемого случая следующие: S_0 – УО выдал 1-й повтор пакета; S'_{01} – первое ФС перехода $S_0 \rightarrow S_1$; S''_{01} – второе ФС перехода $S_0 \rightarrow S_1$; S'_{03} – первое ФС перехода $S_0 \rightarrow S_3$; S''_{03} – второе ФС перехода $S_0 \rightarrow S_3$; S_1 – УП получил 1-й повтор пакета и выдал квитанцию; S'_{12} – первое ФС перехода $S_1 \rightarrow S_2$; S'_{19} – первое ФС перехода $S_1 \rightarrow S_9$; S_2 – УП получил 1-й повтор пакета и выдал повтор квитанции; S'_{24} – первое ФС перехода $S_2 \rightarrow S_4$; S'_{29} – первое ФС перехода $S_2 \rightarrow S_9$; S_3 – пакет не доведен при 1-м повторе; S'_{34} – первое ФС перехода $S_3 \rightarrow S_4$; S''_{34} – второе ФС перехода $S_3 \rightarrow S_4$; S'_{34} – третье ФС перехода $S_3 \rightarrow S_4$; S_4 – УО выдал 2-й повтор пакета; S'_{45} – первое ФС перехода $S_4 \rightarrow S_5$; S''_{45} – второе ФС перехода $S_4 \rightarrow S_5$; S'_{47} – первое ФС перехода $S_4 \rightarrow S_7$; S''_{47} – второе ФС перехода $S_4 \rightarrow S_7$; S_5 – УП получил 2-й повтор пакета и выдал квитанцию; S'_{56} – первое ФС перехода $S_5 \rightarrow S_6$; S'_{59} – первое ФС перехода $S_5 \rightarrow S_9$; S_6 – УП получил 2-й повтор пакета и выдал повтор квитанции; S'_{68} – первое ФС перехода $S_6 \rightarrow S_8$; S'_{69} – первое ФС перехода $S_6 \rightarrow S_9$; S_7 – пакет не доведен при 2-м повторе; S'_{78} – первое ФС перехода $S_7 \rightarrow S_8$; S''_{78} – второе ФС перехода $S_7 \rightarrow S_8$; S'''_{78} – третье ФС перехода $S_7 \rightarrow S_8$; S_8 – пакет не доведен до УП за заданное число повторов; S_9 – УП довел квитанцию до УО, пакет сообщения доведен.

ГСП рассматриваемой ПКМЦ приведен на рисунке 3. На данном графе переходы процесса, время которых равно $t_{\text{п}}$, образуют два ФС, а переходы с временем $t_{\text{кв}}$ – одно ФС. Переходы процесса из состояний, соответствующих недоставлению П при повторе (S_3 и S_7) в состояния повторной выдачи пакета сообщения или недоставления пакета (S_4 и S_9), равны $nt_{\text{кв}}$ и образуют три ФС.

Формирование областей ГСП и МПВ, характеризующих передачу пакетов сообщения УО и передачу Кв на пакет УП, происходит циклически с числом периодов, равным количеству повторов П (m) в протоколе ИО. Число состояний ПКМЦ в таком цикле определяется, исходя из количества повторов П (m), Кв (n), длительности шагов переходов рассматриваемого процесса при передаче П и Кв ($t_{\text{п_нод}}$, $t_{\text{кв_нод}}$), выраженных в количестве $t_{\text{нод}}$ (в рассматриваемом случае $t_{\text{п_нод}} = 3$, $t_{\text{кв_нод}} = 2$) следующим образом:

1) поскольку П при повторе может быть доставлен или не доставлен до УП вследствие наличия помех в канале ПД, число ФС ПКМЦ, ха-

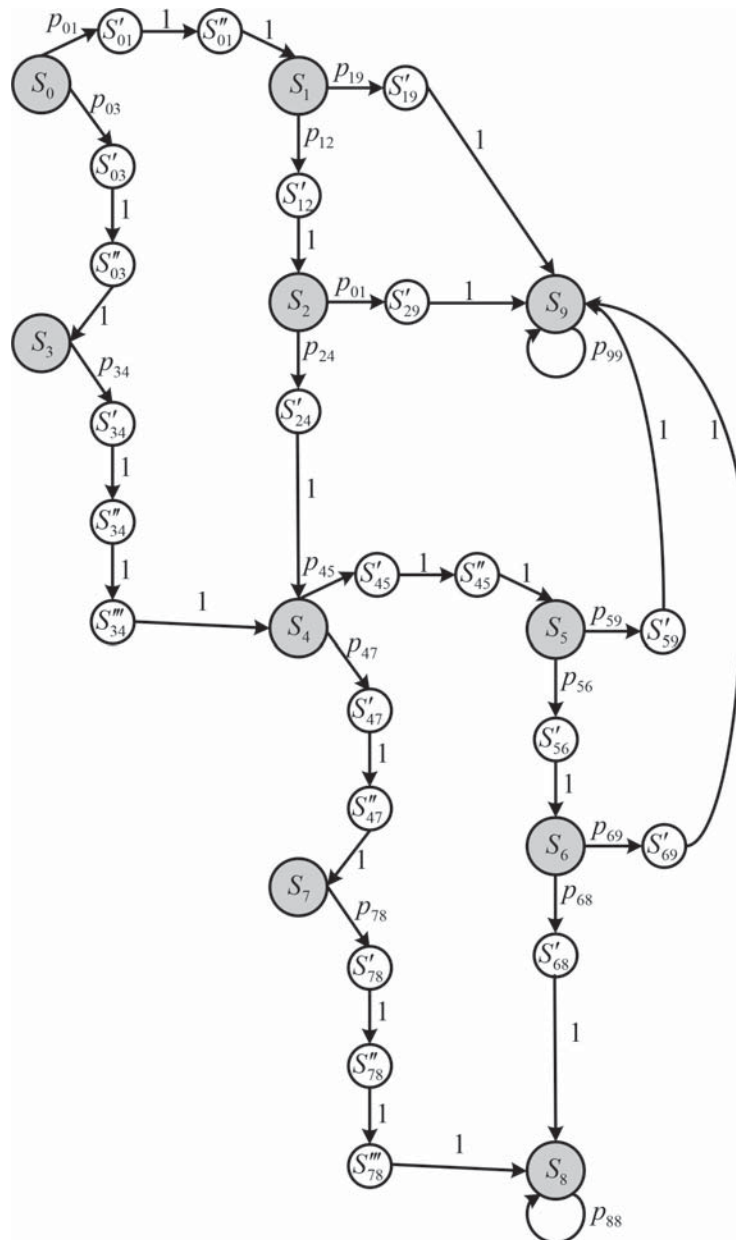


Рисунок 3. Граф состояний и переходов ПКМЦ, описывающей процесс доставки сообщения в СПД с СТТ при двух повторах пакета сообщения и одном повторе квитанции методом ФС

рактически переход процесса из состояния S_0 (S_4) в состояние S_1 (S_5) и S_3 (S_7), равно $2t_{п_нод} - 1$;

2) доставка Кв о приеме П, повторяемая УП n раз, также может быть выполнена или не выполнена вследствие воздействия помехи. Число ФС ПКМЦ, образуемых на этой фазе процесса, равно $n(2t_{кв_нод} - 1)$;

3) переход процесса из состояния недоведения до УП повтора П сообщения S_3 (S_7) в состояние повторной выдачи пакета S_4 или в состояние недоведения П за заданное число повторов S_8 проходит через $nt_{кв_нод}$ ФС.

Учитывая это, размерность МПВ определяется выражением:

$$d = m(2t_{п_нод} + 3nt_{кв_нод} - n - 1) + 2, \quad (5)$$

где d – число строк (столбцов) МПВ, равное количеству состояний процесса ИО. Строки и столбцы МПВ нумеруются по порядку от 1 до d . Отсюда следует, что ненулевые индексы строк МПВ для переходов в поглощающие состояния будут равны d ($p_{d,d} = 1$) для состояния доведения П (S_9) и $d - 1$ ($p_{d-1,d-1} = 1$) для состояния его недоведения за определенное количество повторов (S_8).

Обоснование правил синтеза МПВ КМЦ методом ФС для любого количества повторов П и Кв в СПД с СТТ

Для описания правил формирования МПВ введем параметры i и j , через которые выразим

текущие состояния количества повторов Π m и Кв n соответственно. Длительность шагов переходов при передаче Π $t_{\Pi_НОД}$ и Кв $t_{Кв_НОД}$ выразим параметрами k и h .

Анализ ГСП (рисунок 3) показывает, что переход процесса из состояний выдачи повтора Π (S_0 и S_4) в ФС S'_{01} и S'_{45} происходит с вероятностью:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+1, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+2 \end{matrix}\right) = P_{\Pi},$$

а переход в состояния S'_{03} и S'_{47} происходит с вероятностью:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1), \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+t_{\Pi_НОД}+n(2t_{Кв_НОД}-1)+1 \end{matrix}\right) = q_{\Pi}$$

при $0 \leq i \leq m-1$. Приведенные значения индексов элементов МПВ обусловлены количеством состояний ПКМЦ в циклах, характеризующих передачу пакетов сообщения УО и передачу Кв на Π получателем сообщения. Как было показано выше, это количество равно $2t_{\Pi_НОД} + 3nt_{Кв_НОД} - n - 1$. Из структуры ГСП ПКМЦ следует, что в случае недоведения повтора Π индекс столбца переходной вероятности (элемента МПВ) увеличивается на $t_{\Pi_НОД} + n(2t_{Кв_НОД} - 1)$, что обусловлено характером ИО.

В случае доведения повтора Π до УП (p_{Π}) выполняется переход процесса через ФС, полученные путем нормирования пакета временными отрезками $t_{НОД}$. Это происходит с вероятностью:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+k, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+2+k \end{matrix}\right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m-1$ и $1 \leq k \leq t_{\Pi_НОД} - 1$. При этом показатель i показывает номер повтора Π сообщения, а k перебирает все ФС переходов из S_0 в S_1 и из S_4 в S_5 от 1 до $t_{\Pi_НОД} - 1$.

Выдача повтора Кв характеризуется переходами, имеющими определенную вероятность, в состоянии:

– доведения пакета сообщения (S_9) с вероятностью $p_{Кв}$;

– следующей выдачи повтора Кв (S_2 , S_6) или Π (S_4) с вероятностью $q_{Кв}$;

– недоведения пакета сообщения за определенное количество повторов S_8 с вероятностью $q_{Кв}$.

При этом процесс доведения Π проходит несколько ФС, количество которых зависит от $t_{\Pi_НОД}$ и $t_{Кв_НОД}$. При успешной выдаче повтора Кв с вероятностью $p_{Кв}$ переходные вероятности МПВ при $0 \leq i \leq m-1$, $0 \leq j \leq n-1$ и $1 \leq h \leq t_{Кв_НОД} - 2$ будут иметь вид:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+1, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+2 \end{matrix}\right) = P_{Кв}$$

для переходов $S_1 \rightarrow S'_{19}$, $S_2 \rightarrow S'_{29}$, $S_5 \rightarrow S'_{59}$ и $S_6 \rightarrow S'_{69}$;

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+h+t_{\Pi_НОД}+1, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+h+t_{\Pi_НОД}+2 \end{matrix}\right) = 1$$

для переходов в следующие ФС, при $t_{Кв_НОД} > 2$;

$$P\left(i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+t_{Кв_НОД}, d\right) = 1$$

для переходов $S'_{19} \rightarrow S_9$, $S'_{29} \rightarrow S_9$, $S'_{59} \rightarrow S_9$ и $S'_{69} \rightarrow S_6$, при $t_{Кв_НОД} > 1$;

$$P\left(i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+t_{Кв_НОД}, d\right) = P_{Кв},$$

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+n(3t_{Кв_НОД}-1)-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+1 \end{matrix}\right) = 0$$

для переходов $S'_{19} \rightarrow S_9$, $S'_{29} \rightarrow S_9$, $S'_{59} \rightarrow S_9$ и $S'_{69} \rightarrow S_6$, при $t_{Кв_НОД} = 1$.

При недоведении повтора Кв ($q_{Кв}$) до УО и переходе рассматриваемого процесса в состоянии следующей выдачи повторов Кв или Π , а также в состоянии недоведения Π сообщения за определенное количество повторов S_8 переходные вероятности МПВ при $0 \leq i \leq m-1$, $0 \leq j \leq n-1$ и $1 \leq h \leq t_{Кв_НОД} - 1$ будут иметь следующий вид:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+1, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+1 \end{matrix}\right) = q_{Кв}$$

для переходов $S_1 \rightarrow S'_{12}$, $S_2 \rightarrow S'_{24}$, $S_5 \rightarrow S'_{56}$ и $S_6 \rightarrow S'_{68}$;

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+h, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+j(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+h+1 \end{matrix}\right) = 1$$

для переходов $S'_{12} \rightarrow S_2$ и $S'_{56} \rightarrow S_5$;

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}, \\ (i+1)(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+1 \end{matrix}\right) = 1$$

при $t_{Кв_НОД} > 1$ и

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}, \\ (i+1)(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+1 \end{matrix}\right) = q_{Кв}$$

при $t_{Кв_НОД} = 1$ для переходов $S'_{24} \rightarrow S_4$ и $S'_{68} \rightarrow S_8$.

В случае недоведения повтора Π переход исследуемого процесса из ФС S'_{03} в состояние S_4 и из ФС S'_{47} в состояние S_8 :

$$S'_{03} \rightarrow S''_{03} \rightarrow S_3 \rightarrow S'_{34} \rightarrow S''_{34} \rightarrow S'''_{34} \rightarrow S_4,$$

$$S'_{47} \rightarrow S''_{47} \rightarrow S_7 \rightarrow S'_{78} \rightarrow S''_{78} \rightarrow S'''_{78} \rightarrow S_8$$

происходит с вероятностями, равными 1.

Индексы этих переходных вероятностей имеют вид:

$$P\left(\begin{matrix} i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+k, \\ i(2t_{\Pi_НОД}+3nt_{Кв_НОД}-n-1)+n(2t_{Кв_НОД}-1)+t_{\Pi_НОД}+k+1 \end{matrix}\right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m-1$, $1 \leq k \leq t_{\Pi_НОД}$ для переходов $S'_{03} \rightarrow S''_{03} \rightarrow S_3 \rightarrow S'_{34}$ и $S'_{47} \rightarrow S''_{47} \rightarrow S_7 \rightarrow S'_{78}$;

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + h, \\ i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + h + 1 \end{matrix} \right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m - 1$, $1 \leq h \leq nt_{кв_НОД} - 1$ для переходов $S'_{34} \rightarrow S''_{34} \rightarrow S'''_{34} \rightarrow S_4$ и $S'_{78} \rightarrow S''_{78} \rightarrow S'''_{78} \rightarrow S_8$.

Параметры k и h при этом в каждом повторе П перебирают значения от 1 до $t_{п_НОД}$ и от 1 до $nt_{кв_НОД} - 1$ соответственно, учитывая таким образом все ФС, полученные путем нормирования времени переходов интервалом времени $t_{НОД}$.

Таким образом, получены все формулы, позволяющие автоматизировать синтез МПВ, полученной по ГСП ПКМЦ с ФС, для произвольного количества повторов П и Кв в протоколах ИО в СПД с СТТ. При этом размеры пакетов сообщений и квитанций могут быть также произвольными.

Правила синтеза МПВ методом ФС для любого количества повторов П и Кв

Алгоритм синтеза МПВ для процесса доставки пакета сообщения в СПД с СТТ с использованием метода ФС следующий:

Изменяя $0 \leq i \leq m - 1$, $0 \leq j \leq n - 1$, $1 \leq k \leq t_{п_НОД} - 1$, $1 \leq h \leq t_{кв_НОД} - 2$, вычисляем ненулевые элементы МПВ по следующим правилам.

Правило 1:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + 1, \\ i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + 2 \end{matrix} \right) = p_{п}$$

при $0 \leq i \leq m - 1$.

Правило 2:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + 1, \\ i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + t_{п_НОД} + n(2t_{кв_НОД} - 1) + 1 \end{matrix} \right) = q_{п}$$

при $0 \leq i \leq m - 1$.

Правило 3:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + 1 + k, \\ i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + 2 + k \end{matrix} \right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m - 1$ и $1 \leq k \leq t_{п_НОД} - 1$.

Правило 4:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + 1, \\ i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + 2 \end{matrix} \right) = p_{кв}$$

при $0 \leq i \leq m - 1$ и $0 \leq j \leq n - 1$.

Правило 5:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + 1, \\ i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + t_{кв_НОД} + 1 \end{matrix} \right) = q_{кв}$$

при $0 \leq i \leq m - 1$ и $0 \leq j \leq n - 1$.

Правило 6:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + h + t_{п_НОД} + 1, \\ i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + h + t_{п_НОД} + 2 \end{matrix} \right) = 1$$

для $t_{кв_НОД} > 2$ при $0 \leq i \leq m - 1$, $0 \leq j \leq n - 1$ и $1 \leq h \leq t_{кв_НОД} - 1$.

Правило 7:

$$P \left(i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + t_{кв_НОД}, d \right) = 1,$$

если $t_{кв_НОД} > 1$;

$$P \left(i(2t_{п_НОД} + n(3t_{кв_НОД} - 1) - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + t_{кв_НОД}, d \right) = p_{кв},$$

если $t_{кв_НОД} = 1$.

Правило 8:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + t_{кв_НОД} + h, \\ i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + j(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + t_{кв_НОД} + h + 1 \end{matrix} \right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m - 1$, $0 \leq j \leq n - 1$ и $1 \leq h \leq t_{кв_НОД} - 1$.

Правило 9:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД}, \\ (i+1)(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + 1 \end{matrix} \right) = 1,$$

если $t_{кв_НОД} > 1$ и

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД}, \\ (i+1)(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + 1 \end{matrix} \right) = q_{кв},$$

если $t_{кв_НОД} = 1$ при $0 \leq i \leq m - 1$ и $0 \leq j \leq n - 1$.

Правило 10:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + k, \\ i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + k + 1 \end{matrix} \right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m - 1$ и $1 \leq k \leq t_{п_НОД} - 1$.

Правило 11:

$$P \left(\begin{matrix} i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + h, \\ i(2t_{п_НОД} + 3nt_{кв_НОД} - n - 1) + n(2t_{кв_НОД} - 1) + t_{п_НОД} + h + 1 \end{matrix} \right) = 1$$

при $0 \leq i \leq m - 1$, $1 \leq h \leq t_{кв_НОД} - 1$.

Правило 12: $p(d, d) = p(d-1, d-1) = 1$.

Правило 13: Все остальные элементы МПВ равны 0.

Сформулированные выше правила 1 и 2 описывают закономерности заполнения строк 1 и 16 ненулевыми элементами ($p_{п}$, $q_{п}$). Исходя из выражений (2), сумма элементов этих строк равна 1. Правила 4 и 5 описывают закономерности заполнения строк 4, 7, 19, 22 ненулевыми элементами ($p_{кв}$, $q_{кв}$). Сумма элементов строк 4, 7, 19, 22 равна 1 (3). В строках 31 и 32 размещены ненулевые элементы, обозначающие переход процесса из поглощающих состояний в эти состояния, равные 1. Остальные элементы строк МПВ, выражающие вероятность перехода из одного ФС в другое, а также из последнего ФС в другое (не фиктивное) состояние процесса, располагаются по одному в строке и равны 1. Таким образом, сумма элементов каждой строки МПВ равна 1. Поэтому матрица, синтезируемая по изложенным правилам, содержит в каждой строке вероятности

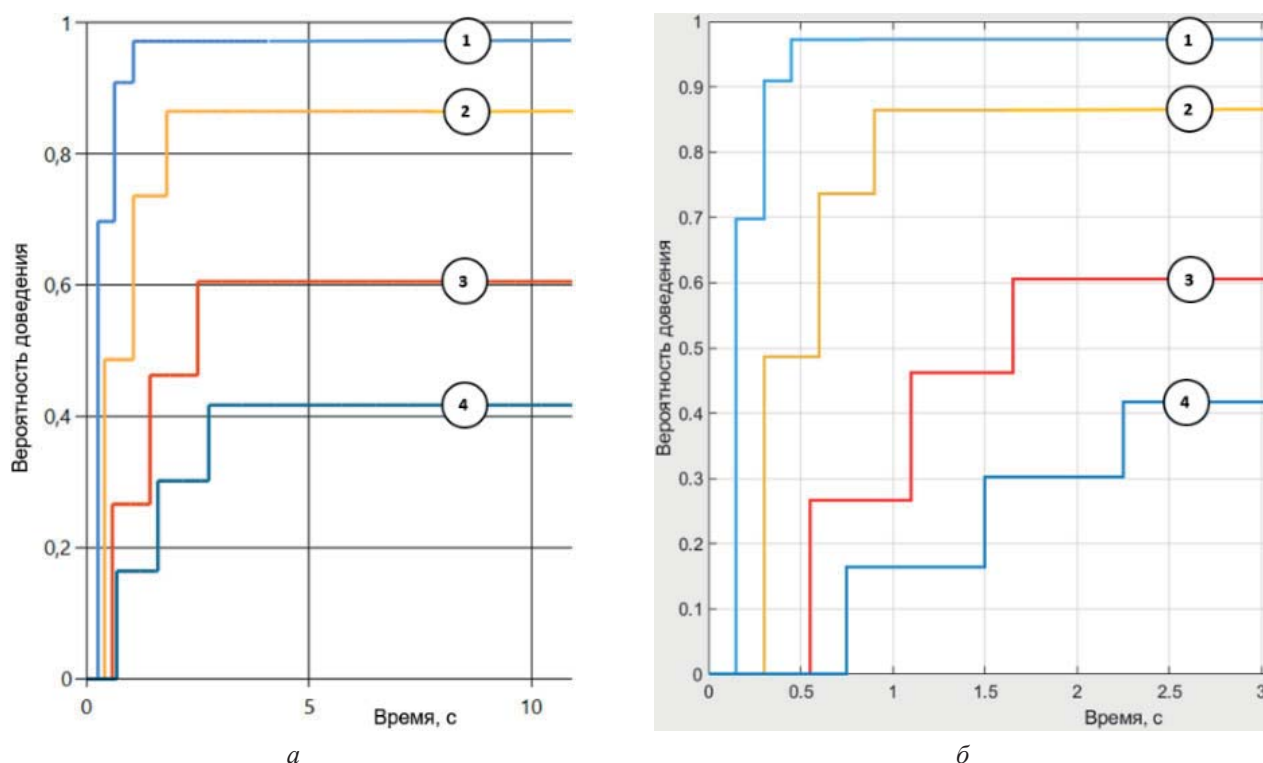


Рисунок 4. Зависимости вероятности доведения Π от времени, полученные для случаев: *a* – классического подхода; *б* – с применением метода ФС

переходов, образующие полную группу событий, что подтверждает ее адекватность.

Проведем сравнение классического подхода к оценке ВВХ с рассмотренным выше методом ФС. Для этого выполним расчет ВВХ доставки пакета сообщения в СПД с СТТ без нормирования исследуемого процесса единым шагом перехода $t_{\text{нод}}$ [3] и с использованием метода ФС при $V_{\text{пр}} = V_{\text{обр}} = 1200$ бит/с, $m = 3$, $n = 1$, $p_0 = 0,002$ для размеров Π и $K_{\text{в}}$:

– размер пакета сообщения, [бит] – вариант 1 – 120; вариант 2 – 240; вариант 3 – 440; вариант 4 – 600;

– размер квитанции, [бит] – вариант 1 – 60; вариант 2 – 120; вариант 3 – 220; вариант 4 – 300.

Полученные зависимости вероятности доведения Π от времени показаны на рисунке 4. Номера построенных кривых соответствуют номеру варианта ИД.

Разработанные правила применимы к синтезу МПВ при математическом моделировании на базе теории КМЦ процесса доведения пакета в СПД с СТТ, использующей протокол типа X.25, при произвольном размере Π и $K_{\text{в}}$, а также при различном количестве их повторов. Использование изложенного в статье подхода позволяет при нахождении ВВХ формировать МПВ без разработки таблиц состояний и построения ГСП КМЦ, что упрощает его программную реализацию на ЭВМ и, соответственно, процесс расчета.

Заключение

В результате проведенных исследований установлено следующее.

1. Актуальность научной задачи разработки правил синтеза МПВ для метода ФС обусловлена необходимостью адекватного описания с его помощью реальных случайных процессов с дискретным временем и счетным числом состояний.
2. Синтез правил формирования МПВ с использованием метода ФС базируется на выявленных в настоящем исследовании закономерностях, что позволило разработать инвариантные правила для любого количества повторов пакета и квитанции, а также при произвольном соотношении их размеров.
3. Изложенный подход к расчету ВВХ ИО позволяет автоматизированно формировать МПВ, что позволяет оперативно находить характеристики доведения сообщений в СПД с использованием ЭВМ.

Литература

1. Инфокоммуникационные сети: энциклопедия. Том 1: Инфокоммуникационные сети: классификация, структура, архитектура, жизненный цикл, технологии. Изд. 2-е, перераб. и доп. / под ред. С.П. Воробьева. СПб.: Научные технологии, 2019. 739 с.

2. Олифер В.Г., Олифер Н.А. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. СПб.: Питер, 2012. 944 с.
3. Цимбал В.А. Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход. М.: Вузовская книга, 2014. 144 с.
4. Особенности моделирования информационного обмена в СПД с протоколом X.25 на основе поглощающих конечных марковских цепей и его приложение / В.А. Цимбал [и др.] // Инфокоммуникационные технологии. 2019. Т. 17, № 3. С. 282–293.
5. Приложение теории конечных марковских цепей к анализу протоколов информационного обмена и оптимизации их параметров / В.А. Цимбал [и др.] // Междун. конф. «Радиоэлектронные устройства и системы для инфокоммуникационных технологий». 2018. Вып. LXXIII. С. 5–17.
6. Цимбал В.А. Определение вероятностно-временных характеристик доведения сообщений на основе конечных марковских цепей // Известия вузов. Сер.: Приборостроение. 1997. Т. 40, № 5. С. 11–15.
7. Цимбал В.А. Нахождение характеристик реальных процессов на основе метода фиктивных состояний // Измерительная техника. 2001. № 12. С. 12–14.
8. Кемени Дж.Дж., Снелл Дж.Л. Конечные цепи Маркова / пер. с англ. М.: Наука, 1970. 272 с.
9. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1976. 872 с.
10. Москвин А.А. Правила синтеза поглощающих конечных марковских цепей, описывающих процесс информационного обмена в рамках протоколов типа X.25 в соединении «точка-точка» при произвольном числе повторов пакетов и квитанций и произвольной задержке в петле обратной связи // Прикаспийский журнал управление и высокие технологии. 2018. № 1 (41). С. 40–55.
11. Попов М.Ю., Якимова И.А., Панченко С.А. Нахождение характеристик конечных марковских цепей на основе метода фиктивных состояний и его приложение к анализу процесса передачи данных // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2012. № 3 (7). С. 69–72.
12. Цимбал В.А., Тоискин В.Е., Лягин М.А. Математическая модель доставки многопакетных сообщений на сеансе связи в проключенном декаметровом радиоканале передачи данных направления «точка-точка» с типовыми протоколами информационного обмена // Проектирование и технологии электронных средств. 2018. № 4. С. 44–50.
13. Цимбал В.А., Тоискин В.Е., Шиманов С.Н. Нахождение характеристик конечных марковских цепей при произвольных шагах переходов // Междун. науч.-исследов. журн. 2015. № 9 (40). Ч. 2. С. 110–113.
14. Цимбал В.А., Москвин А.А., Довгополая Е.А. Нахождение вероятностно-временных характеристик доставки сообщений в сетях передачи данных с соединениями «точка-многоточка» при различном качестве каналов связи // Известия Ин-та инженерной физики. 2017. № 3. С. 60–69.

Получено 11.07.2021

Тоискин Василий Евгеньевич, к.т.н., докторант кафедры автоматизированных систем управления филиала ФГК ВОУ ВО «Военная академия Ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого Министерства обороны Российской Федерации в г. Серпухове». 142210, Российская Федерация, г. Серпухов, ул. Бригадная, 17. Тел. +7 985 161-12-62. E-mail: vetoiskin@mail.ru

Москвин Александр Анатольевич, начальник отдела АО «Корпорация космических систем специального назначения «Комета». 115088, Российская Федерация, г. Москва, ул. Велозаводская, 5. Тел. +7 905 722-92-23. E-mail: moskvin375@rambler.ru

SYNTHESIS OF THE MATRIX OF TRANSITIONAL PROBABILITIES OF THE FINAL MARKOV CHAIN DESCRIBING PROCESS OF INFORMATION EXCHANGE IN THE POINT-TO-POINT CONNECTION OF METHOD OF FICTITIOUS STATES

Toiskin V.E.¹, Moskvin A.A.²

*¹ Branch of the Military academies of the Strategic Missile Troops
named after Peter the Great, Serpukhov, Russian Federation*

² *Corporation of Space Systems of a Special Purpose «Kometa», Moscow, Russian Federation*
E-mail: vetoiskin@mail.ru, moskvin375@rambler.ru

A feature of the information exchange process in data transmission networks in a complex interference environment is its randomness. Traditionally, such processes are modeled on the basis of the apparatus of the theory of finite Markov chains. At the same time, the classical approach to determining the characteristics of the message delivery process does not allow taking into account real time. This disadvantage is eliminated using the dummy state method. In this paper, on the basis of a system analysis, we have revealed the regularities of constructing a matrix of transition probabilities of an absorbing finite Markov chain using the dummy state method when simulating the process of delivering message packets through data transmission networks with a point-to-point connection. Construction regularities made it possible to formulate the rules for the automated synthesis of this matrix. The use of the proposed rules for finding the probabilistic-temporal characteristics of information exchange between network nodes is considered.

Keywords: *data transmission network, the absorbing final Markov chain, «point-to-point» connection, a fictitious state, a matrix of transitional probabilities, Kolmogorov–Chapman’s equation*

DOI: 10.18469/ikt.2021.19.3.11

Toiskin Vasilij Evgen’evich, Branch of the Military academies of the Strategic Missile Troops of Peter the Great. 17, Brigadnaya Street, Serpuhov, 142210, Russian Federation; Grand PhD courses at Automated Control Department, PhD in Technical Sciences. Tel. +7 985 161-12-62. E-mail: vetoiskin@mail.ru

Moskvin Aleksandr Anatol’evich, Corporation of Space Systems of a Special Purpose «Kometa». 5, Velozavodskaya Street, Moscow, 115088, Russian Federation; Head of Department. Tel. +7 905 722-92-23. E-mail: moskvin375@rambler.ru

References

1. *Infocommunication Networks: An Encyclopedia. Volume 1: Infocommunication Networks: Classification, Structure, Architecture, Life Cycle, Technologies*. 2nd ed., rev. and add. Ed. by S.P. Vorob’ev. Saint Petersburg: Naukoemkie tehnologii, 2019, 739 p. (In Russ.)
2. Olifer V.G., Olifer N.A. *Computer Networks. Principles, Technologies, Protocols*. Saint Petersburg: Piter, 2012, 944 p. (In Russ.)
3. Tsimbal V.A. *Information Exchange in Data Transmission Networks. Markov Approach*. Moscow: Vuzovskaja kniga, 2014, 144 p. (In Russ.)
4. Tsimbal V.A. et al. Features of modeling information exchange in SPT with X.25 protocol based on absorbing finite Markov chains and its application. *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2019, vol. 17, no. 3, pp. 282–293. (In Russ.)
5. Tsimbal V.A. et al. Application of the theory of finite Markov chains to the analysis of information exchange protocols and optimization of their parameters. *Mezhdun. konf. «Radioelektronnye ustrojstva i sistemy dlja infokommunikatsionnyh tehnologij»*, 2018, vol. LXXIII, pp. 5–17. (In Russ.)
6. Tsimbal V.A. Determination of probabilistic-temporal characteristics of message delivery based on finite Markov chains. *Izvestija vuzov. Ser.: Priborostroenie*, 1997, vol. 40, no. 5, pp. 11–15. (In Russ.)
7. Tsimbal V.A. Finding the characteristics of real processes based on the method of fictitious states. *Izmeritel’naja tehnika*, 2001, no. 12, pp. 12–14. (In Russ.)
8. Kemeni J.J., Snell J.L. *Finite Markov Chains*. Trans. from English. Moscow: Nauka, 1970, 272 p. (In Russ.)
9. Vygodskij M.Ya. *Handbook of Higher Mathematics*. Moscow: Nauka, 1976, 872 p. (In Russ.)

10. Moskvina A.A. Synthesis rules for absorbing finite Markov chains describing the process of information exchange within the framework of X.25-type protocols in a point-to-point connection with an arbitrary number of retransmissions of packets and receipts and an arbitrary delay in the feedback loop. *Prikladnyy zhurnal upravleniye i vysokie tehnologii*, 2018, no. 1 (41), pp. 40–55. (In Russ.)
11. Popov M.Yu., Jakimova I.A., Panchenko S.A. Finding the characteristics of finite Markov chains based on the fictitious state method and its application to the analysis of the data transmission process. *Radiotekhnicheskie i telekommunikatsionnye sistemy*, 2012, no. 3 (7), pp. 69–72. (In Russ.)
12. Tsimbal V.A., Toiskin V.E., Ljagin M.A. Mathematical model of delivery of multi-packet messages during a communication session in a connected decimeter radio channel for point-to-point data transmission with standard information exchange protocols. *Proektirovaniye i tehnologii elektronnykh sredstv*, 2018, no. 4, pp. 44–50. (In Russ.)
13. Tsimbal V.A., Toiskin V.E., Shimanov S.N. Finding the characteristics of finite Markov chains for arbitrary transition steps. *Mezhdun. nauch.-issledov. zhurn*, 2015, no. 9 (40), part 2, pp. 110–113. (In Russ.)
14. Tsimbal V.A., Moskvina A.A., Dvugopolaja E.A. Finding the probabilistic-temporal characteristics of message delivery in data transmission networks with «point-to-multipoint» connections with different quality of communication channels. *Izvestiya In-ta inzhenernoj fiziki*, 2017, no. 3, pp. 60–69. (In Russ.)

Received 11.07.2021

ТЕХНОЛОГИИ РАДИОСВЯЗИ, РАДИОВЕЩАНИЯ И ТЕЛЕВИДЕНИЯ

УДК 621.396.24

ВОПРОСЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО РАЗНЕСЕНИЯ В СИСТЕМЕ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ СОВМЕЩЕННОГО РАДИОЦЕНТРА ДКМВ-ДИАПАЗОНА

Барабошин А.Ю., Лучин Д.В.

*Федеральное государственное унитарное предприятие «Ордена Трудового Красного Знамени
Российский научно-исследовательский институт радио имени М.И. Кривошеева». Самарский
филиал «Самарское отделение научно-исследовательского института радио», Самара, РФ
E-mail: bay@soniir.ru*

В статье рассматриваются вопросы применения поляризационного разнесения для обеспечения увеличения скорости передачи данных разнесенным радиоцентром декаметрового диапазона. Предложены алгоритм поляризационного пространственного кодирования и способ одновременного формирования волн с левой и правой круговыми поляризациями. Рассмотрен алгоритм получения оценок матрицы коэффициентов передачи канала. Приведены результаты математического моделирования, показывающие работоспособность предложенных алгоритмов.

Ключевые слова: ДКМВ, разнесенный радиоцентр, поляризационное разнесение, ММО, оценка канала, математическое моделирование

Введение

Общей тенденцией развития систем связи является увеличение скорости передачи данных, уменьшение габаритов и потребляемой мощности. Для ДКМВ-радиоцентров очень актуальной задачей является сокращение занимаемых площадей из-за большой стоимости земли и дорогого обслуживания. На этом фоне создание и развитие

именно совмещенных радиоцентров, предполагающих близкое расположение передающего и приемного оборудования, являются достаточно перспективными. Технология использования систем с множественным входом и множественным выходом ММО (Multiple Input Multiple Output), обеспечивающая повышение скорости передачи данных в условиях ограниченности используемой полосы частот, была первоначально разрабо-