Таблица 1. Результаты экспериментов

Метод	Критерий №1,%	Критерий №2,%	Число эпох	Дисперсия
Перцептрон	11,57	17,83	3873	0,03028
Перцептрон с вейвлет-модулем	0,00330	0,00744	385	0,00016

Здесь «критерий №1» – это лучшее математическое ожидание ошибки на контрольной выборке по результатам обучения 20 нейронных сетей. Соответственно «критерий №2» – это лучшее математическое ожидание супремума ошибки на контрольной выборке по результатам обучения 20 нейронных сетей.

По результатам экспериментов можно говорить о примечательных результатах – которые, как это видно по дисперсии, весьма устойчивы. Можно также отметить резкое ускорение сходимости и качественное возрастание обобщающих способностей.

В таблице 2 приводятся дисперсия и математическое ожидание ошибки для эксперимента.

Таблица 2. Статистические характеристики

Метод	Математическое ожидание	Дисперсия
Перцептрон	15,50	0,03028
Перцептрон с вейвлет-модулем	0,014	0,00016

Из таблицы мы видим, что модуль вейвлет-разложения позволяет получить результат с небольшим математическим ожиданием и смещением ошибки, что говорит о хорошем качестве решения и адаптивности метода [5].

Выводы

Получена математическая модель нового типа гибридов нейронных сетей и вейвлетов, предназначенных для повышения качества нейронных сетей, применимая к задачам распознавания речи. Теоретически обоснованы преимущества использования модели, выведены рекурсивные формулы, аналогичные алгоритму распространения ошибки и предложен алгоритм обучения для данной математической модели.

В результате практических вычислительных экспериментов получены результаты, значительно превосходящие стандартные, с малым смещением и дисперсией функции ошибки. С помощью предлагаемой схемы результат был улучшен на три-четыре порядка, что позволяет говорить о повышении качества распознавания для высоковариативных сигналов, таких как речевые.

Литература

1. Tebelskis J. Speech Recognition using Neural Networks: PhD thesis … Doctor of Philosophy in Computer Science. School of Computer Science, Carnegie Mellon University. Pittsburgh, Pennsylvania, 1995.– 179 p.
2. Lakhmi C., Jain L.C., Martin N.M. Fusion of Neural Networks, Fuzzy Systems and Genetic Algorithms: Industrial Applications. CRC Press, CRC Press LLC, 1998. – 297 p.
3. Handbook of neural network signal processing // Edited by Yu Hen Hu, Jenq-Neng Hwang. Boca Raton; London; New York, Washington D.C.: CRC press, 2001. – 384 p.
4. Principe J.C. Artificial Neural Networks. The Electrical Engineering Handbook // Ed. Richard C. Dorf. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000. – 2719 p.
5. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. Пер. с англ. М.: ООО «ИД Вильямс», 2006. – 1104 с.
6. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – 464 с.
7. Haar A. Zur Theorie der Orthogonalen Funktionen-Systeme // Math. Ann. No. 69, 1910. – P. 331-371.

УДК 621.396.4

ВЛИЯНИЕ КВАНТОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА НА ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

Тихобаев В.Г., Рясный Ю.В. Панарин В.И.

Рассмотрена методика определения числа разрядов двоичного кода при квантовании коэффициентов передаточной функции цифрового фильтра, обеспечивающего заданные требования к точности амплитудно-частотной характеристики. Приведена методика вычисления абсолютной погрешности импульсной характеристики, появляющейся вследствие ограничения числа разрядов.

Введение

При реализации цифровых фильтров значения коэффициентов передаточной функции квантуются и представляются в двоичном коде с ограниченным числом разрядов. Если значения коэффициентов не кратны 2^{-k}, то за счет операции округления эти коэффициенты будут отличаться от точных значений.

Из-за округления коэффициентов искажаются как частотные, так и временные характеристики фильтра. Значение искажений существенно зависит от свойств передаточной функции и структуры цифрового фильтра.

В работах [1-2] рассмотрено влияние разрядности коэффициентов на характеристики фильтра, но не исследованы вопросы определения разрядности по заданной погрешности АЧХ фильтра, а так же проанализировано влияние ошибки квантования коэффициентов передаточной функции фильтра на погрешность отсчетов импульсной характеристики.

Метод определения числа разрядов коэффициентов

Известно, что передаточная функция цифрового рекурсивного фильтра с точными значениями коэффициентов имеет вид [1]

$$H(Z)=\frac{\sum_{k=0}^{N}a_k z^{-k}}{1-\sum_{k=1}^{M}b_k z^{-k}}=\frac{A_\infty(z)}{B_\infty(z)}, \qquad (1)$$

где a_k, b_k – коэффициенты фильтра. Из-за ошибок квантования коэффициенты, значения которых не кратны $2^{-к}$, представляются приближенными значениями вида

$$\overline{a}_k=a_k+\alpha_k, \qquad (2)$$

$$\overline{b}_k=b_k+\beta_k, \qquad (3)$$

где α_k и β_k – абсолютные значения ошибки квантования.

Обозначим через $y(nT)$ и $y'(nT)$ выходные последовательности фильтра с точными и приближенными значениями коэффициентов при действии на входе одной и той же последовательности $x(nT)$.

Используя разностное уравнение, запишем абсолютную ошибку выходной последовательности из-за квантования коэффициентов в виде [1].

$$\begin{aligned} e(nT) &= y'(nT)-y(nT)= \\ &=\left[\sum_{k=0}^{N}\overline{a}_k x(n-k)+\sum_{k=1}^{M}\overline{b}_k y'(n-k)\right]- \\ &-\left[\sum_{k=0}^{N}a_k x(n-k)+\sum_{k=1}^{M}b_k y(n-k)\right]. \end{aligned} \qquad (4)$$

Подставляя в уравнение (4) значения приближенных коэффициентов (2) и (3), получим

$$\begin{aligned} e(nT)&=\sum_{k=0}^{N}\alpha_k x(n-k)+ \\ &\sum_{k=1}^{M}b_k e(n-k)+\sum_{k=1}^{M}\beta_k y(n-k)+\sum_{k=1}^{M}\beta_k e(n-k). \end{aligned} \qquad (5)$$

Пренебрегая в (5) слагаемыми второго порядка малости, имеем

$$\begin{aligned} e(nT)&=\sum_{k=0}^{N}\alpha_k x(n-k)+ \\ &\sum_{k=1}^{M}b_k e(n-k)+\sum_{k=1}^{M}\beta_k y(n-k). \end{aligned} \qquad (6)$$

Применим Z-преобразование к обеим частям равенства (6) и, введя обозначения

$$\alpha(z)=\sum_{k=0}^{N}\alpha_k z^{-k}, \qquad (7)$$

$$\beta(z)=\sum_{k=1}^{M}\beta_k z^{-k}, \qquad (8)$$

$$E(z)=Y'(z)-Y(z)=\sum_{k=0}^{L}e(k)z^{-k}, \qquad (9)$$

после группировки слагаемых получим

$$\begin{aligned} E(Z)B_\infty(Z) &= (Y'(z)-Y(z))B_\infty(Z)= \\ &=\alpha(Z)x(Z)+\beta(Z)Y(Z). \end{aligned} \qquad (10)$$

Разделив левую и правую части равенства (10) на $X(Z)$, имеем

$$\left(H'(Z)-H(Z)\right)B_\infty(Z)=\alpha(Z)+\beta(Z)H(Z), \qquad (11)$$

где $H'(Z)=\dfrac{Y'(Z)}{X(Z)}$ – передаточная функция фильтра с квантованными коэффициентами.

Заменяя в (11) переменную Z на $Z=e^{i\omega T}$, получим выражение для относительной погрешности частотной характеристики фильтра

$$\frac{H'(e^{j\omega T})-H(e^{j\omega T})}{H(e^{j\omega T})}=\frac{\alpha(e^{j\omega T})}{A_\infty(e^{j\omega T})}+\frac{\beta(e^{j\omega T})}{\beta_\infty(e^{j\omega T})}. \qquad (12)$$

Полагаем, что ошибки квантования α_k и β_k статистически независимы друг от друга и максимальные значения их при округлении равны $\Delta = 2^{-(b+1)}$, где b – число разрядов двоичного кода при записи коэффициентов.

Определим относительную величину погрешности ΔАЧХ АЧХ фильтра как квадратичную сумму ошибок квантования

$$\Delta\text{АЧХ} = \left| \frac{H'(e^{j\omega T}) - H(e^{j\omega T})}{H(e^{j\omega T})} \right| = \\ = \Delta * \sqrt{\frac{N+1}{\left|A_\infty(e^{j\omega T})\right|^2} + \frac{M}{\left|\beta_\infty(e^{j\omega T})\right|^2}} \quad , (13)$$

где N и M – количество квантуемых с ошибкой округления коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции H(Z).

Из формулы (13) определяем количество разрядов при квантовании коэффициентов фильтра, обеспечивающее допустимую величину погрешности ΔАЧХ.

$$b = \text{int}\left(\log_2 \sqrt{\frac{N+1}{\left|A_\infty e^{j\omega T}\right|^2} + \frac{M}{\left|B_\infty e^{j\omega T}\right|^2}} - \log_2(\Delta_{АЧХ}) \right) - 1. (14)$$

Анализ выражения (13) показывает, что максимум погрешности АЧХ фильтра достигается на частотах, соответствующих частотам нулей и полюсов передаточной функции $H\left(e^{jwT}\right)$ поэтому именно на этих частотах следует определить величину разрядности b при квантовании коэффициентов и выбрать наибольшее из найденных значений.

Анализ погрешности импульсной характеристики

При расчете выходной последовательности $y'(nT)$ с помощью формулы дискретной свертки необходимо учитывать влияние ошибки квантования коэффициентов $H(Z)$ на погрешность импульсной характеристики.

Отчеты импульсной характеристики цепи определяются либо по разностному уравнению, либо путем применения обратного Z-преобразования к передаточной функции $H(Z)$.

Пусть имеется цепь второго порядка с передаточной функцией вида

$$H(z) = \frac{0{,}3 - 0{,}5z^{-1} - 0{,}24z^{-2}}{1 + 0{,}2z^{-1} - 0{,}15z^{-2}} \; . \qquad (15)$$

Представим передаточную функцию (15) в виде произведения ее нерекурсивной и рекурсивной частей

$$H(Z) = H_a(Z)H_b(Z) = \\ = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}) \; \frac{1}{1 - b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2}} \; . \quad (16)$$

Отсчеты импульсной характеристики нерекурсивной части совпадают с ее коэффициентами

$$h_a(nT)=\{a_0;\, a_1;\, a_2\} \; , \qquad (17)$$

а рекурсивной части могут быть вычислены с помощью рекурентного соотношения

$$h_b((n+1)T) = h_b(nT)b_1 + h_b((n-1)T)b_2 \; . \; (18)$$

Соответствующий массив отсчетов имеет вид

$$h_b(nT) = \left\{1; b_1; b_1^2 + b_2; b_1^3 + b_1 b_2; b_1^4 + 2b_1^2 b_2 + b_2^2; \ldots\right\}. (19)$$

Как известно [3-4], произведению двух Z-преобразований функций соответствует дискретная свертка массивов их отсчетов, поэтому импульсную характеристику всего фильтра $h(nT)$ вычисляем по формуле дискретной свертки двух функций $h_a(nT)$ и $h_b(nT)$

$$h(nT) = \sum_{n=0}^{m} h_a(nT)h_b(m-n)T = a_0 h_b(mT) + \\ + \; a_1 h_b((m-1)T) + a_2 h_b((m-2)T) \, . \qquad (20)$$

Если (13) коэффициенты $H(Z)$ определены с ошибкой округления $\Delta = 2^{-(b+1)}$, то, подставляя в (19) вместо b_1 и b_2 их приближенные значения $b_1+\Delta$ и $b_2+\Delta$, после группировки слагаемых получим

$$h'_b(nT) = \{1; b_1 + \Delta; b_1^2 + b_2 + \Delta(2b_1 + 1) + \Delta^2; \\ b_1^3 + 2b_1 b_2 + \Delta(3b_1^2 + 2b_1 + 2b_2) + \Delta^2(3b_1 + 2) + \Delta^3. \qquad (21)$$

Пренебрегая в (21) слагаемыми второго и более высокого порядка малости (то есть слагаемыми с сомножителями Δ^2 , Δ^3 и так далее), величину отклонения отсчетов приближенной импульсной характеристики $h'_b(nT)$ от их точных значений запишем в виде массива

$$\delta h_b(nT) = h'_b(nT) - h_b(nT) = \{0; \Delta C_1; \Delta C_2; \Delta C_3; \ldots\} \; (22)$$

где коэффициенты C_i могут быть вычислены как элементы матрицы строки [C], получаемые в результате умножения матрицы строки $[B_1]$

$$[B_1] = [1 \;\; 2b_1 \;\; 3b_1^2 \;\; 4b_1^3 \;\; 5b_1^4 \ldots] \qquad (23)$$

на квадратную матрицу $[B_2]$

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2b_2 & 2b_2 & 3b_2^2 & 3b_2^2 & . \\ 0 & 1 & 1 & 3b_2 & 3b_2 & 6b_2^2 & . \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 4b_2 & 4b_2 & . \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 5b_2 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & . \\ . & . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}, \qquad (24)$$

$$[B_1] * [B_2] = [C]. \qquad (25)$$

Заменяя в уравнении (19) точные значения коэффициентов a_0, a_1, a_2 и отсчеты импульсной характеристики $h_b(mT)$, $h_b((m-1)T)$, $h_b((m-2)T)$ на их приближенные значения, полученные в результате квантования коэффициентов $H(z)$, можем записать

$$\begin{aligned}
&h'(mT) = (a_0 + \Delta)(h_b(mT) + \delta h_b(mT)) + \\
&+ (a_1 + \Delta)(h_b((m-1)T) + \delta h_b((m-1)T)) + \\
&+ (a_2 + \Delta)(h_b((m-2)T) + \delta h_b((m-2)T)) \approx \\
&\approx h(mT) + a_0\delta h_b(mT) + \Delta h_b(mT) + a_1\delta h_b((m-1)T) + \\
&+ \Delta h_b((m-1)T) + a_2\delta h_b((m-2)T) + \\
&+ \Delta h_b((m-2)T).
\end{aligned} \qquad (26)$$

Основываясь на статистической независимости ошибок квантования коэффициентов передаточной функции H(z), и учитывая уравнение (22), определим абсолютную погрешность отсчетов импульсной характеристики звена как квадратичную сумму шести слагаемых, входящих в (26)

$$\delta\bar{h}(nT) = \Delta\sqrt{\frac{(a_0C_n)^2 + (a_1C_{n-1})^2 + (a_2C_{n-2})^2 +}{+h_b^{\,2}(nT) + h_b^{\,2}((n-1)T) + h_b^{\,2}((n-2)T}}\,. \qquad (27)$$

Примеры определения разрядностей коэффициентов и погрешности импульсной характеристики

Задана цепь с передаточной функцией

$$H(Z) = \frac{0{,}3 - 0{,}5z^{-1} - 0{,}24z^{-2}}{1 + 0{,}2z^{-1} - 0{,}15z^{-2}}\,. \qquad (*)$$

Требуется определить разрядность кода квантованных коэффициентов, если относительная квадратичная погрешность АЧХ цепи не должна превышать 0,005. Вычисляем нули и полюсы этой функции z_{10}=2.055, z_{20}=-0.389, z_{1x}=0.3 z_{2x}=-0.5.

На комплексной плоскости «p» этим значениям нулей и полюсов соответствуют частоты ω=0 и $\omega=\omega_4/2$.

По формуле (14) определяем требуемое число разрядов на частотах ω = 0 и $\omega = \omega_4/2$.

$$b = \mathrm{int}\left(\log_2\sqrt{\frac{2}{|0{,}3-0{,}5-0{,}24|^2} + \frac{2}{|1+0{,}2-0{,}15|^2}} - \log_2(0{,}005)\right) - 1 = 9\,,$$

и на частоте $\omega = \omega_4/2$

$$b = \mathrm{int}\left(\log_2\sqrt{\frac{2}{|0{,}3+0{,}5-0{,}24|^2} + \frac{2}{|-1-0{,}2-0{,}15|^2}} - \log_2(0{,}005)\right) - 1 = 9\,.$$

Это означает, что при записи коэффициентов в форме 9-разрядного двоичного кода с округлением АЧХ реализованной функции будет отличаться от АЧХ заданной не более чем на 0,5%.

Определим значения погрешностей отсчетов импульсной характеристики передаточной функции (*), если число разрядов двоичного кода квантованных коэффициентов равно 9 (b = 9).

Импульсная характеристика рекурсивной части цепи, вычисленная по формуле (18), равна

$$h_b(nT) = \{1; -0.2; 0.19; -0.068; 0.0421; 0.01862; ..\}.$$

Коэффициенты C_i, определяемые по (25),(23) и (24), запишем в виде массива

$$C_i = \{0; 1; 0.6; 0.2; 0.208; -0.0645; ....\}.$$

Абсолютные значения погрешностей первых отсчетов импульсной характеристики рассчитаны по (27)

$$\delta h(0) = 2^{-10}\sqrt{0+0+0+0.3^2+0} = 2{,}93\cdot 10^{-4}$$

$$\delta h(T) = 2^{-10}\sqrt{0.3^2+0+0+(-0.06)^2+0} = 2{,}99\cdot 10^{-4}$$

$$\delta h(2T) = 2^{-10}\sqrt{0.18^2+0.5^2+0+0.057^2+0.24^2} = 5{,}72\cdot 10^{-4} \text{ и т.д.}$$

При расчетах учтено, что квантование коэффициента a_1 = 0,5 проводится без ошибки округления и поэтому слагаемое $h_b^2((n-1)T)$, входящее в (27) при вычислении погрешностей не учитывается.

Полученный массив погрешностей отсчетов импульсной характеристики можно рассматривать как импульсную характеристику «паразитного фильтра», включенного параллельно идеальному с точной импульсной характеристикой [1].

Дискретная свертка входного сигнала $x(nT)$ с найденным массивом значений $\delta h(nT)$ позволяет вычислить ошибку сигнала на выходе $e(nT)$, появляющуюся вследствие квантования коэффициентов передаточной функции $H(z)$.

Заключение

В результате проведенных исследований, впервые получены соотношения, связывающие ошибку квантования коэффициентов фильтра с заданной погрешностью АЧХ фильтра и передаточной функции фильтра, что позволило существенно облегчить задачу нахождения достоверных значений разрядности коэффициентов по известной передаточной функции и заданной погрешности АЧХ фильтра.

Кроме того, впервые описан метод, позволяющий определить абсолютную погрешность отсчетов импульсной характеристики по ошибке квантования коэффициентов, что позволило определить ошибки отсчетов выходного сигнала при заданной величине погрешности АЧХ фильтра.

Литература

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. Пер. с англ. под ред. Ю.И. Александрова. М.: Мир, 1978. – 848 с.
2. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. Цифровая обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1990. – 256 с.
3. Рясный Ю.В., Тихобаев В.Г., Панарин В.И. Математические основы цифровой обработки сигналов. Ч.1. Дискретные сигналы и дискретные цепи. Новосибирск.: СибГУТИ, 2007. – 178 с.
4. Бакалов В.П., Журавлева О.Б., Крук Б.И. Основы анализа цепей. М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 590 с.

УДК 621.391

О ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АНСАМБЛЕЙ ОРТОГОНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ С ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ РАЗМЕРНОСТЬЮ В СИСТЕМЕ CDMA

Жук А.П., Черняк З.В., Сазонов В.В.

В статье предложен подход к повышению эффективности использования выделенных частотных ресурсов в системе CDMA за счет применения ансамблей ортогональных сигналов с изменяющейся размерностью при обеспечении заданной помехоустойчивости в условиях необходимости изменения скорости передачи данных. Рассматриваемый подход основывается на плавном изменении размерности ансамбля ортогональных сигналов, описываемого собственными векторами действительных симметрических матриц.

В настоящее время большинством стран осуществляется переход систем мобильной связи на технологии третьего поколения (3G). Международным институтом электросвязи подтверждено, что в мобильных системах связи 3G будет широко использован радиоинтерфейс на базе технологии CDMA. Тем самым на высшем техническом уровне признается лидерство самой эффективной технологии CDMA по сравнению с технологиями TDMA систем мобильной связи GSM, DAMPS. Кроме того, правопреемник Ассоциации 3G – Инфокоммуникационный союз признал целесообразным создание в России сетей 3G на базе стандарта CDMA-2000 [1].

Поскольку технология CDMA использует сложные шумоподобные сигналы, то к ней предъявляются повышенные требования к помехозащищенности, частотной эффективности и скорости передачи данных [2].

Целью статьи является разработка подхода к повышению эффективности использования выделенных частотных ресурсов в системе CDMA за счет применения ансамблей ортогональных сигналов с изменяющейся размерностью при обеспечении заданной помехоустойчивости и изменении скорости передачи данных.

В настоящее время известны следующие подходы к достижению поставленной цели.

1. В существующем стандарте CDMA-2000 задача повышения скорости передачи информации решается путем применения масок квазиортогонального кода для расширения ансамбля сигналов [3].

2. В сетях третьего поколения для увеличения скорости передачи данных некоторыми авторами предлагается использовать ортогональные коды (например, коды Голда) с дискретно изменяющимися размерностями $N = 64, 128, 256$ и т.д. [3], обеспечивая этим кратное повышение самой скорости.

К недостаткам первого подхода следует отнести тот факт, что квазиортогональные последовательности не всегда обеспечивают ортогональность в точке [4]:

$$\left|R_{ij}\right| \le \theta_{\min}(N) \text{ для любого } i \text{ и } j \ne i, \quad (1)$$

где R_{ij} – значения функции взаимной корреляции между i-ой и j-ой последовательностями ансамбля сигналов длины N; $\theta_{\min}(N)$ – наихудшее значение функции взаимной корреляции расширенного ансамбля последовательностей длины N. В [4] представлены значения $\theta_{\min}(N)$ для различных величин N, которые приведены в таблице 1.