

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЕЙ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ЭКРАНИРОВАННОГО ПЛОСКОГО ВОЛНОВОДА С ДВУХСЛОЙНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ ПОЛУПРОВОДНИК-ДИЭЛЕКТРИК

Арефьев А.С.

В линейном приближении получены дисперсионные уравнения для определения постоянных распространения продольно-магнитных и продольно-электрических волн экранированного плоского волновода с двухслойным заполнением полупроводник-диэлектрик. Проведено исследование дисперсионных характеристик и распределений полей волн.

### Введение. Классификация собственных волн линии передачи

На рис. 1 изображено поперечное сечение плоского волновода с двухслойным заполнением полупроводник-диэлектрик (ПВДЗ ПД). Области 1 и 2, расположенные между двумя идеально проводящими плоскостями, представляют собой слои полупроводника и диэлектрика, соответственно. На основе данной волноведущей структуры могут быть построены различные СВЧ устройства, в частности, вентили [1-2], СВЧ модуляторы [3-4].

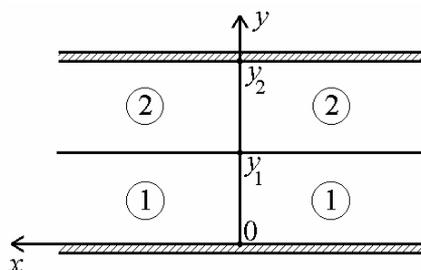


Рис. 1. Поперечное сечение ПВДЗ ПД

При формулировке краевой задачи в качестве исходных уравнений выберем уравнения Максвелла:

$$\text{rot } \vec{H}^{(m)} = \varepsilon_a^{(m)} \frac{\partial \vec{E}^{(m)}}{\partial t} + \vec{j}^{(m)}, \quad (m = 1; 2), \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E}^{(m)} = -\mu_a^{(m)} \frac{\partial \vec{H}^{(m)}}{\partial t}, \quad (m = 1; 2), \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{E}^{(m)} = \rho^{(m)} / \varepsilon_a^{(m)}, \quad (m = 1; 2), \quad (3)$$

$$\text{div } \vec{H}^{(m)} = 0, \quad (m = 1; 2). \quad (4)$$

Здесь  $\vec{E}^{(m)}$  и  $\vec{H}^{(m)}$  – напряженности электрического и магнитного полей волны, распро-

страняющейся в линии передачи,  $\varepsilon_a^{(m)}$  и  $\mu_a^{(m)}$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды,  $\rho^{(m)}$  и  $\vec{j}^{(m)}$  – объемные плотности заряда и тока в среде, индекс  $m$  указывает номер области.

Будем считать, что полупроводник имеет электронную электропроводность; в нем присутствует только донорная примесь, концентрация которой  $N_d$  значительно превышает собственную концентрацию дырок  $p_i$ . В данном случае можно пренебречь наличием дырок в полупроводнике. При этом в области 1 плотность заряда  $\rho^{(1)}$  складывается из плотности заряда подвижных электронов проводимости  $\rho_n^{(1)}$  и плотности заряда неподвижных донорных ионов  $\rho_d^{(1)}$ :  $\rho^{(1)} = \rho_n^{(1)} + \rho_d^{(1)}$ , а плотность тока в полупроводнике  $\vec{j}^{(1)}$  равна плотности тока электронов проводимости

$$\vec{j}^{(1)} = -\mu_n \rho_n^{(1)} \vec{E}^{(1)} - D_n \text{grad } \rho_n^{(1)}, \quad (5)$$

где  $\mu_n$  и  $D_n$  – подвижность и коэффициент диффузии электронов проводимости, соответственно. Величины  $\mu_n$  и  $D_n$  связаны соотношением Эйнштейна  $D_n = k_B T \mu_n / e$ , где  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура полупроводника,  $e$  – абсолютное значение заряда электрона. Первое слагаемое в (5) задает плотность тока дрейфа, второе – плотность тока диффузии электронов проводимости. В диэлектрике плотности заряда и тока равны нулю

$$\rho^{(2)} = 0, \quad \vec{j}^{(2)} = 0.$$

Применим операцию дивергенции к уравнению Максвелла (1), записанному для полупроводника, принимая во внимание равенства (3), (5). В результате имеем:

$$D_n \nabla^2 \rho_n^{(1)} + \frac{\mu_n}{\varepsilon_a^{(1)}} \rho_n^{(1)} (\rho_n^{(1)} + \rho_d^{(1)}) + \mu_n \vec{E}^{(1)} \text{grad } \rho_n^{(1)} - \frac{\partial \rho_n^{(1)}}{\partial t} = 0. \quad (6)$$

Будем считать, что донорная примесь равномерно распределена в полупроводнике. При этом плотность заряда донорных ионов  $\rho_d^{(1)}$  не зависит от координат

$$\text{grad } \rho_{\delta}^{(1)} = 0. \quad (7)$$

Применение операции ротора к уравнениям Максвелла (1), (2) с учетом равенств (3)-(4) дает

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H}^{(m)} - \varepsilon_a^{(m)} \mu_a^{(m)} \frac{\partial^2 \vec{H}^{(m)}}{\partial t^2} = \\ = \mu_n \text{grad } \rho_n^{(m)} \times \vec{E}^{(m)} - \mu_a^{(m)} \mu_n \rho_n^{(m)} \frac{\partial \vec{H}^{(m)}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$(m = 1; 2).$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E}^{(m)} - \varepsilon_a^{(m)} \mu_a^{(m)} \frac{\partial^2 \vec{E}^{(m)}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_a^{(m)}} \text{grad } \rho_n^{(m)} - \\ - \mu_a^{(m)} \mu_n \left( \vec{E}^{(m)} \frac{\partial \rho_n^{(m)}}{\partial t} + \rho_n^{(m)} \frac{\partial \vec{E}^{(m)}}{\partial t} \right) - \\ - \mu_a^{(m)} D_n \text{grad } \frac{\partial \rho_n^{(m)}}{\partial t}, \quad (m = 1; 2). \end{aligned} \quad (9)$$

Представим плотность заряда электронов проводимости в полупроводнике  $\rho_n^{(1)}$  в виде суммы постоянной  $\rho_{n0}^{(1)}$  и переменной  $\rho_{n,v}^{(1)}$  составляющих

$$\rho_n^{(1)} = \rho_{n0}^{(1)} + \rho_{n,v}^{(1)}. \quad (10)$$

Отсутствие дырок в полупроводнике означает, что в нем не происходит генерация электронно-дырочных пар. Как следствие, единственным механизмом возникновения электронов проводимости остается ионизация донорных атомов. В данном случае постоянная составляющая  $\rho_{n0}^{(1)}$  величины  $\rho_n^{(1)}$  равна по модулю плотности заряда донорных ионов

$$\rho_{n0}^{(1)} = -\rho_{\delta}^{(1)}. \quad (11)$$

Наличие переменной составляющей  $\rho_{n,v}^{(1)}$  обусловлено воздействием на электронную плазму полупроводника со стороны поля волны, распространяющейся в направляющей структуре. В дальнейшем мы будем предполагать, что напряженности электрического и магнитного полей волны  $\vec{E}^{(m)}$  и  $\vec{H}^{(m)}$ , ( $m = 1; 2$ ) малы по абсолютному значению. При этом переменная и постоянная составляющие плотности заряда электронов проводимости в полупроводнике удовлетворяют условию  $|\rho_{n,v}^{(1)}| \ll |\rho_{n0}^{(1)}|$ .

Будем считать, что величины  $\vec{E}^{(m)}$ ,  $\vec{H}^{(m)}$ , и не зависят от поперечной координаты  $x$ . Подставляя (10) в (1)-(4) и пренебрегая в (1) слагаемым второго порядка малости  $(-\mu_n \rho_{n,v}^{(1)} \vec{E}^{(1)})$ , можно заметить, что система из восьми скалярных дифференциальных уравнений, получаемая из урав-

нений Максвелла (1)-(4), распадается на две независимые системы.

Первая из них включает в себя в качестве неизвестных функций величины  $\rho_{n,v}^{(1)}$ ,  $H_x^{(m)}$ ,  $E_y^{(m)}$ ,  $E_z^{(m)}$ , ( $m = 1; 2$ ). Она соответствует продольно-магнитным волнам или *LM*-волнам линии передачи. Для волн данного типа характерно отсутствие перпендикулярной к границе раздела полупроводник-диэлектрик составляющей напряженности магнитного поля  $H_y^{(m)}$ , ( $m = 1; 2$ ). Вторая система дифференциальных уравнений содержит компоненты  $E_x^{(m)}$ ,  $H_y^{(m)}$ ,  $H_z^{(m)}$ , ( $m = 1; 2$ ) напряженностей и соответствует продольно-электрическим волнам или *LE*-волнам ПВДЗ ПД. Определением продольно-электрических волн может служить условие  $E_y^{(m)} \equiv 0$ , ( $m = 1; 2$ ). Очевидно, что в данном случае *LM*-волны можно также классифицировать как электрические или *E*-волны ( $H_z^{(m)} \equiv 0$ ,  $E_z^{(m)} \neq 0$ ), ( $m = 1; 2$ ); *LE*-волны одновременно являются магнитными волнами или *H*-волнами ( $E_z^{(m)} \equiv 0$ ,  $H_z^{(m)} \neq 0$ ), ( $m = 1; 2$ ).

Отсутствие у *LE*-волн переменной составляющей плотности заряда электронов проводимости  $\rho_{n,v}^{(1)}$  означает, что эти волны не возмущают электронную плазму полупроводника. Данный факт объясняется тем, что в случае *LE*-волны единственная отличная от нуля компонента плотности тока в полупроводнике  $j_x^{(1)}$  не зависит от координаты  $x$ , вдоль оси которой движутся электроны проводимости. Тем самым, в полупроводнике не образуются сгустки и разрежения подвижных носителей заряда. Иными словами, под действием электрического поля *LE*-волны все электроны проводимости в области 1 смещаются синхронно.

### Вывод дисперсионных уравнений

Рассмотрим продольно-магнитные волны. В соответствии с условиями (11) и (7), постоянная составляющая плотности заряда электронов проводимости в полупроводнике  $\rho_{n0}^{(1)}$  не зависит от координат

$$\text{grad } \rho_{n0}^{(1)} = 0. \quad (12)$$

Подставим (10) в уравнение (6). Пренебрегая слагаемыми второго порядка малости  $\mu_n (\rho_{n,v}^{(1)})^2 / \varepsilon_a^{(1)}$ ,  $\mu_n \vec{E}^{(1)} \text{grad } \rho_{n,v}^{(1)}$  и учитывая соотношения (11)-(12), имеем

$$D_n \left( \frac{\partial^2 \rho_{n,v}^{(1)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \rho_{n,v}^{(1)}}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu_n}{\varepsilon_a^{(1)}} \rho_{n0}^{(1)} \rho_{n,v}^{(1)} - \frac{\partial \rho_{n,v}^{(1)}}{\partial t} = 0. \quad (13)$$

После аналогичных преобразований векторное равенство (8), записанное в проекции на ось  $x$ , дает уравнение

$$\frac{\partial^2 H_x^{(m)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x^{(m)}}{\partial z^2} - \varepsilon_a^{(m)} \mu_a^{(m)} \frac{\partial^2 H_x^{(m)}}{\partial t^2} = -\mu_a^{(m)} \mu_n \rho_{n0}^{(m)} \frac{\partial H_x^{(m)}}{\partial t}, \quad (m=1; 2). \quad (14)$$

Принимая во внимание линейность дифференциальных уравнений (13)-(14), будем предполагать, что искомое поле представляет собой гармоническую волну, распространяющуюся в направлении оси  $z$ . Воспользовавшись методом комплексных амплитуд, представим неизвестные функции  $\rho_{n,v}^{(1)}$ ,  $\tilde{E}^{(m)}$ ,  $\tilde{H}^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ) как действительные части произведений комплексных функций  $\tilde{\rho}_{n,v}^{(1)}$ ,  $\tilde{E}^{(m)}$ ,  $\tilde{H}^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ) и фазового множителя  $\exp[i(\omega t - \gamma z)]$ . Здесь  $i$  – мнимая единица,  $\omega$  – круговая частота колебаний,  $\gamma$  – неизвестная постоянная распространения волны.

Подставляя в (13) и (14) вместо величин  $\rho_{n,v}^{(1)}$  и  $H_x^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ) соответствующие комплексные функции, получаем следующие дифференциальные уравнения

$$\frac{d^2 \tilde{\rho}_n^{(1)}}{dy^2} + \beta^2 \tilde{\rho}_n^{(1)} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{d^2 \tilde{H}_x^{(m)}}{dy^2} + (\delta^{(m)})^2 \tilde{H}_x^{(m)} = 0, \quad (m=1; 2), \quad (16)$$

где введены обозначения:

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{D_n} \left( \frac{\mu_n}{\varepsilon_a^{(1)}} \rho_{n0}^{(1)} - i\omega \right) - \gamma^2}, \quad (17)$$

$$\delta^{(m)} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_a^{(m)} \mu_a^{(m)} - \gamma^2 + i\omega \mu_a^{(m)} \mu_n \rho_{n0}^{(m)}}, \quad (m=1; 2). \quad (18)$$

Решения уравнений (15) и (16) имеют вид:

$$\tilde{\rho}_n^{(1)}(y) = A_p \cos(\beta y) + B_p \sin(\beta y), \quad (19)$$

$$\tilde{H}_x^{(m)}(y) = A_H^{(m)} \cos(\delta^{(m)} y) + B_H^{(m)} \sin(\delta^{(m)} y), \quad (m=1; 2), \quad (20)$$

где  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $A_H^{(m)}$ ,  $B_H^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ) – неопределенные постоянные. Из уравнения Максвелла (1) могут быть получены следующие равенства

$$\tilde{E}_y^{(m)} = \frac{1}{\mu_n \rho_{n0}^{(m)} - i\omega \varepsilon_a^{(m)}} \left( i\gamma \tilde{H}_x^{(m)} - D_n \frac{d\tilde{\rho}_n^{(m)}}{dy} \right),$$

$$\tilde{E}_z^{(m)} = \frac{1}{\mu_n \rho_{n0}^{(m)} - i\omega \varepsilon_a^{(m)}} \left( \frac{d\tilde{H}_x^{(m)}}{dy} + i\gamma D_n \tilde{\rho}_n^{(m)} \right), \quad (m=1; 2),$$

позволяющие выразить компоненты напряженности электрического поля  $LM$ -волны.

Будем предполагать, что переход металл-полупроводник в плоскости  $y=0$  не обладает выпрямляющими свойствами, представляя собой омический контакт. На нем выполняется граничное условие

$$\tilde{E}_y^{(1)}(0) = 0, \quad (21)$$

соответствующее отсутствию поверхностного заряда на границе раздела металл-полупроводник [5]. Кроме того, на поверхности идеальных проводников обращаются в ноль тангенциальные составляющие напряженности электрического поля волны

$$\tilde{E}_z^{(1)}(0) = 0, \quad \tilde{E}_z^{(2)}(y_2) = 0. \quad (22)$$

Граничные условия (21)-(22) позволяют сократить (с шести до трех) количество неопределенных постоянных в равенствах (19), (20) и в выражениях для компонент  $\tilde{E}_y^{(m)}$ ,  $\tilde{E}_z^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ).

Условия непрерывности тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей волны и перпендикулярной составляющей электрической индукции на границе раздела полупроводник-диэлектрик в плоскости  $y=y_1$ :

$$\tilde{H}_x^{(1)}(y_1) - \tilde{H}_x^{(2)}(y_1) = 0, \quad (23)$$

$$\varepsilon_a^{(1)} \tilde{E}_y^{(1)}(y_1) - \varepsilon_a^{(2)} \tilde{E}_y^{(2)}(y_1) = 0, \quad (24)$$

$$\tilde{E}_z^{(1)}(y_1) - \tilde{E}_z^{(2)}(y_1) = 0 \quad (25)$$

приводят к однородной системе линейных алгебраических уравнений относительно неопределенных постоянных, присутствующих в представлениях неизвестных функций (19)-(20). Условие совместности данной системы дает дисперсионное уравнение для определения постоянных распространения  $LM$ -волн ПВДЗ ПД

$$\frac{\varepsilon_a^{(1)}}{\varepsilon_a^{(2)}} \delta^{(2)} (\zeta - i) \left[ \frac{\beta}{\gamma} \cos(\delta^{(1)} y_1) \sin(\beta y_1) + \frac{\gamma}{\delta^{(1)}} \times \right. \\ \left. \times \sin(\delta^{(1)} y_1) \cos(\beta y_1) \right] \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] + \\ + \left\{ \gamma (\zeta + i) [\cos(\delta^{(1)} y_1) \cos(\beta y_1) - 1] - \right. \\ \left. - \left( \frac{\gamma^3}{\beta \delta^{(1)}} \zeta + i \frac{\beta \delta^{(1)}}{\gamma} \right) \sin(\delta^{(1)} y_1) \sin(\beta y_1) \right\} \times \\ \times \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] = 0, \quad (26)$$

где введено обозначение  $\zeta = \mu_n \rho_{n0}^{(1)} / (\omega \varepsilon_a^{(1)})$ . При этом координатные зависимости искомых величин имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_n^{(1)}(y) &= \frac{\gamma C_H}{D_n W(y_1, y_1)} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \times \\ &\times \left\{ i \delta^{(1)} \cos[\beta(y_1 - y)] + \zeta \left[ \frac{\gamma^2}{\beta} \sin(\delta^{(1)} y_1) \times \right. \right. \\ &\times \sin(\beta y) - \delta^{(1)} \cos(\delta^{(1)} y_1) \cos(\beta y) \left. \left. \right] \right\}, \\ \tilde{H}_x^{(1)}(y) &= \frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \times \\ &\times \left\{ W(y, y_1) - i \zeta \gamma^2 \sin[\delta^{(1)}(y_1 - y)] \right\}, \\ \tilde{H}_x^{(2)}(y) &= C_H \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y)], \\ \tilde{E}_y^{(1)}(y) &= \frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \frac{i \gamma}{\mu_n \rho_{n0}^{(1)} - i \omega \varepsilon_a^{(1)}} \times \\ &\times \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \left\{ -\beta \delta^{(1)} \sin[\beta(y_1 - y)] + \right. \\ &+ i \zeta W(y_1, y) + W(y, y_1) - \\ &\left. - i \gamma^2 \zeta \sin[\delta^{(1)}(y_1 - y)] \right\}, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_y^{(2)}(y) &= -C_H \frac{\gamma}{\omega \varepsilon_a^{(2)}} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y)], \\ \tilde{E}_z^{(1)}(y) &= \frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \frac{\cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)]}{\mu_n \rho_{n0}^{(1)} - i \omega \varepsilon_a^{(1)}} \times \\ &\times \left\{ i \zeta \gamma^2 \delta^{(1)} \cos[\delta^{(1)}(y_1 - y)] - \right. \\ &- \gamma^2 \delta^{(1)} \cos[\beta(y_1 - y)] + \\ &+ i \zeta \gamma^2 \left[ \frac{\gamma^2}{\beta} \sin(\delta^{(1)} y_1) \sin(\beta y) - \delta^{(1)} \times \right. \\ &\times \cos(\delta^{(1)} y_1) \cos(\beta y) \left. \right] + \delta^{(1)} \left[ \gamma^2 \cos(\beta y_1) \times \right. \\ &\times \cos(\delta^{(1)} y) - \beta \delta^{(1)} \sin(\beta y_1) \sin(\delta^{(1)} y) \left. \right\}, \\ \tilde{E}_z^{(2)}(y) &= C_H \frac{i \delta^{(2)}}{\omega \varepsilon_a^{(2)}} \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y)]. \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} C_H &= A_H^{(2)} / \cos(\delta^{(2)} y_2), \\ W(s_1, s_2) &= \beta \delta^{(1)} \cos(\delta^{(1)} s_1) \sin(\beta s_2) + \\ &+ \gamma^2 \sin(\delta^{(1)} s_1) \cos(\beta s_2). \end{aligned}$$

В случае продольно-электрических волн можно ограничиться решением одного дифференциального уравнения. Подставляя (10) в уравнение (9), записанное в проекции на ось  $x$ , и отбрасывая слагаемые второго порядка малости, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E_x^{(m)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x^{(m)}}{\partial z^2} - \varepsilon_a^{(m)} \mu_a^{(m)} \frac{\partial^2 E_x^{(m)}}{\partial t^2} &= \\ = -\mu_a^{(m)} \mu_n \rho_{n0}^{(m)} \frac{\partial E_x^{(m)}}{\partial t}, \quad (m=1,2). \end{aligned} \quad (28)$$

Уравнение (28), записанное относительно комплексной функции  $\tilde{E}_x^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ), имеет следующий вид

$$\frac{d^2 \tilde{E}_x^{(m)}}{dy^2} + (\delta^{(m)})^2 \tilde{E}_x^{(m)} = 0, \quad (m=1; 2). \quad (29)$$

Решение уравнения (29)

$$\tilde{E}_x^{(m)}(y) = A_E^{(m)} \cos(\delta^{(m)} y) + B_E^{(m)} \sin(\delta^{(m)} y), \quad (m=1; 2)$$

содержит неопределенные постоянные  $A_E^{(m)}$ ,  $B_E^{(m)}$ , ( $m=1; 2$ ). Используя граничные условия на металле

$$\tilde{E}_x^{(1)}(0) = 0, \quad \tilde{E}_x^{(2)}(y_2) = 0, \quad (30)$$

получаем

$$\begin{aligned} \tilde{E}_x^{(1)}(y) &= B_E^{(1)} \sin(\delta^{(1)} y), \\ \tilde{E}_x^{(2)}(y) &= C_E \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y)], \end{aligned} \quad (31)$$

где  $C_E = -B_E^{(2)} / \cos(\delta^{(2)} y_2)$ . Соотношения

$$\begin{aligned} \tilde{H}_y^{(m)} &= \frac{\gamma}{\omega \mu_a^{(m)}} \tilde{E}_x^{(m)}, \quad \tilde{H}_z^{(m)} = \frac{-i}{\omega \mu_a^{(m)}} \frac{d \tilde{E}_x^{(m)}}{dy}, \\ (m=1; 2), \end{aligned}$$

следующие из уравнения Максвелла (2), позволяют найти компоненты напряженности магнитного поля  $LE$ -волны. Дисперсионное уравнение для определения постоянных распространения  $LE$ -волн ПВДЗ ПД

$$\begin{aligned} \frac{\cos(\delta^{(1)} y_1) \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)]}{\omega \mu_a^{(1)} \delta^{(2)}} + \\ + \frac{\sin(\delta^{(1)} y_1) \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)]}{\delta^{(1)} \omega \mu_a^{(2)}} = 0 \end{aligned} \quad (32)$$

получается из условий непрерывности компонент  $E_x$ ,  $H_z$  напряженностей на границе раздела полупроводник-диэлектрик

$$\tilde{E}_x^{(1)}(y_1) - \tilde{E}_x^{(2)}(y_1) = 0, \quad (33)$$

$$\tilde{H}_z^{(1)}(y_1) - \tilde{H}_z^{(2)}(y_1) = 0. \quad (34)$$

При этом координатные зависимости компонент напряженностей  $LE$ -волн принимают следующий вид

$$\tilde{E}_x^{(1)}(y) = C_E \xi \sin(\delta^{(1)} y),$$

$$\tilde{E}_x^{(2)}(y) = C_E \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y)],$$

$$\tilde{H}_y^{(1)}(y) = C_E \frac{\gamma}{\omega \mu_a^{(1)}} \xi \sin(\delta^{(1)} y),$$

$$\tilde{H}_y^{(2)}(y) = C_E \frac{\gamma}{\omega \mu_a^{(2)}} \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y)],$$

$$\tilde{H}_z^{(1)}(y) = -C_E \frac{i \delta^{(1)}}{\omega \mu_a^{(1)}} \xi \cos(\delta^{(1)} y),$$

$$\tilde{H}_z^{(2)}(y) = C_E \frac{i \delta^{(2)}}{\omega \mu_a^{(2)}} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y)],$$

где  $\xi = \sin[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] / \sin(\delta^{(1)}y_1)$ .

**Анализ численных результатов**

При выполнении расчетов числовые значения параметров краевой задачи были выбраны следующим образом: расстояние между экранирующими металлическими пластинами  $y_2 = 2 \cdot 10^{-4}$  м; толщина слоя полупроводника  $y_1 = 0,5 \cdot y_2$ ; температура полупроводника  $T = 300$  К; концентрация донорной примеси в полупроводнике  $N_d = 10^{21}$  м<sup>-3</sup>; ( $\rho_{n0}^{(1)} = -eN_d$ ); подвижность электронов проводимости в полупроводнике  $\mu_n = 0,85$  м<sup>2</sup>/(В·С); относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости полупроводника  $\epsilon^{(1)} = 13,1$ ,  $\mu^{(1)} = 1$  (материал полупроводника – арсенид галлия); проницаемости диэлектрика  $\epsilon^{(2)} = 9,05$ ,  $\mu^{(2)} = 1$  (материал диэлектрика – ГБ-7).

На рис. 2-3 изображены дисперсионные характеристики *LM*- и *LE*-волн ПВДЗ ПД. Здесь  $k = \omega / c$  – волновое число свободного пространства,  $c$  – скорость света в вакууме. Как следует из графиков, при  $k > 0$  все собственные волны линии передачи являются комплексными, действительные и мнимые части их постоянных распространения отличны от нуля. Параметры  $Re(\gamma)$  и  $Im(\gamma)$  любой волны различаются по знаку. Этот факт свидетельствует о том, что амплитуды компонент напряженностей убывают в направлении распространения волн. Условия для усиления в данной направляющей структуре отсутствуют.

Назовем волну квазираспространяющейся, если в ее постоянной распространения  $\gamma$  действительная часть преобладает над мнимой

$$Re(\gamma) > |Im(\gamma)|. \tag{35}$$

Под квазизатухающей будем понимать волну, постоянная распространения которой удовлетворяет условию

$$Re(\gamma) < |Im(\gamma)|. \tag{36}$$

Частоту  $\omega_{кр}$ , на которой действительная и мнимая части параметра  $\gamma$  равны по модулю, назовем критической частотой волны.

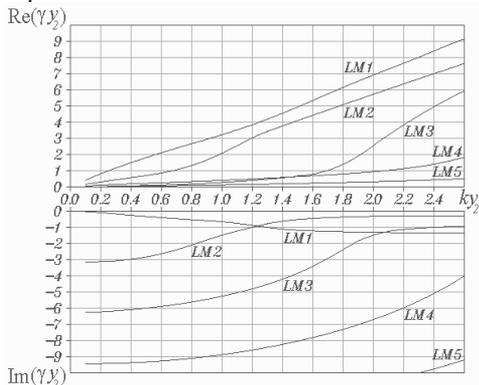


Рис. 2. Дисперсионные характеристики *LM*-волн ПВДЗ ПД

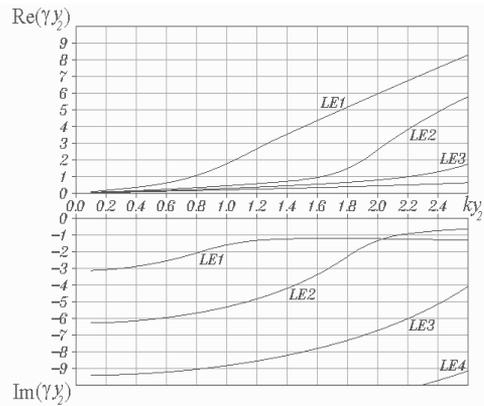


Рис. 3. Дисперсионные характеристики *LE*-волн ПВДЗ ПД

Очевидно, что определения (35)-(36) квазираспространяющихся и квазизатухающих волн можно также записать в виде

$$-\frac{\pi}{4} < \arg(\gamma) < 0 \text{ и} \tag{37}$$

$$-\frac{\pi}{2} < \arg(\gamma) < -\frac{\pi}{4}. \tag{38}$$

Индексацию *LM*- и *LE*-волн ПВДЗ ПД будем производить в порядке увеличения их критических частот. Нормированные значения критических волновых чисел  $k_{кр} = \omega_{кр} / c$  некоторых волн приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Тип волны	<i>LM</i> <sub>1</sub>	<i>LM</i> <sub>2</sub>	<i>LM</i> <sub>3</sub>	<i>LE</i> <sub>1</sub>	<i>LE</i> <sub>2</sub>
$k_{кр}y_2$	0	0,92	1,89	0,97	1,88

На основании рис. 2-3 можно сделать следующие выводы. Волна *LM*<sub>1</sub> является квазираспространяющейся на любой частоте  $\omega > 0$ . Остальные *LM*- и *LE*-волны ПВДЗ ПД в частотных диапазонах ( $0 < \omega < \omega_{кр}$ ) и ( $\omega > \omega_{кр}$ ) следует квалифицировать, соответственно, как квазизатухающие и квазираспространяющиеся.

Действительные части постоянных распространения всех волн возрастают с увеличением частоты. Мнимые части постоянных распространения всех волн, за исключением волны *LM*<sub>1</sub>, возрастают с увеличением числа  $k$  от нуля. На некоторых частотах, превышающих критические, параметры  $Im(\gamma)$  достигают максимальных (минимальных по модулю) значений, вновь убывая при дальнейшем увеличении  $k$ . Например, максимальные значения мнимых частей постоянных распространения волн *LE*<sub>1</sub> и *LM*<sub>2</sub> достигаются, соответственно, при  $ky_2 = 1,66$  и  $ky_2 = 2,49$ .

Определим предельные значения постоянных распространения волн при неограниченном

уменьшении частоты. Умножая уравнение (32) на  $\omega$  и полагая  $\omega = 0$ , получаем:

$$\frac{\text{ch}(\gamma y_1) \text{sh}[\gamma(y_2 - y_1)]}{\mu_a^{(1)} \gamma} + \frac{\text{sh}(\gamma y_1) \text{ch}[\gamma(y_2 - y_1)]}{\gamma \mu_a^{(2)}} = 0.$$

В случае равенства магнитных проницаемостей полупроводника и диэлектрика

$$\mu_a^{(1)} = \mu_a^{(2)} = \mu_a \quad (39)$$

это уравнение принимает вид  $\text{sh}(\gamma y_2) / (\mu_a \gamma) = 0$ .

Отсюда

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} (\gamma y_2) = \pm i \pi n, \quad (n = 1; 2 \dots). \quad (40)$$

Знаки «-» и «+» в равенстве (40) соответствуют предельным значениям постоянных распространения  $LE$ -волн, распространяющихся, соответственно, в направлении оси  $z$  и в противоположном направлении. Корни уравнения (32) будут также определяться равенством (40) в случае, если условие тождественности магнитных проницаемостей полупроводника и диэлектрика (39) заменить требованием идентичности размеров частичных областей 1 и 2 на рис. 1  $y_1 = y_2 - y_1$  или  $y_2 = 2y_1$ . Рис. 3 позволяет убедиться в справедливости соотношения (40).

Что касается  $LM$ -волн, то для них предельное соотношение, аналогичное (40), не выполняется, хотя на основании рис. 2 и может возникнуть такая иллюзия. Уравнение (26) позволяет лишь доказать аналитически, что при  $\omega \rightarrow 0$  постоянная распространения  $\gamma$  волны  $LM_1$  неограниченно уменьшается по модулю.

На рис. 4-10 изображены распределения амплитуд и фаз нормированных компонент напряженностей электрических и магнитных полей семи волн ПВДЗ ПД. В случае  $LM$ -волн безразмерные функции  $\check{H}$ ,  $\check{E}$  и  $\check{\rho}_n$  введены следующим образом:

$$\check{H} = \tilde{H} / C_H, \quad \check{E} = \tilde{E} \sqrt{\epsilon_0 / \mu_0} / C_H, \quad \check{\rho}_n = \tilde{\rho}_n c y_2 / C_H.$$

Нормировочные соотношения для  $LE$ -волн имеют вид:

$$\check{E} = \tilde{E} / C_E, \quad \check{H} = \tilde{H} \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} / C_E.$$

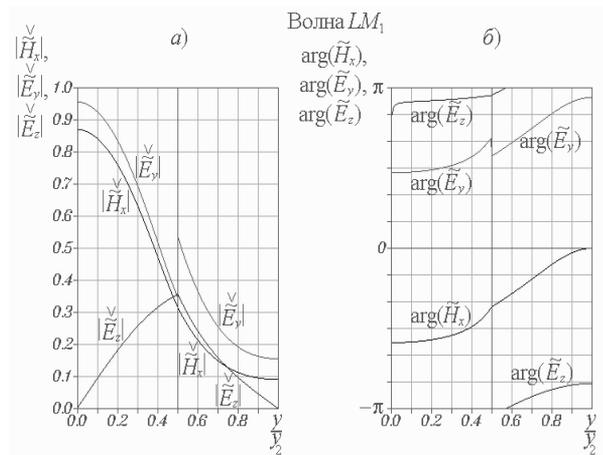


Рис. 4. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LM_1$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\check{H}_x| = 11$ ;  $|\check{E}_y| = 2,5$ ;  $|\check{E}_z| = 2,5$

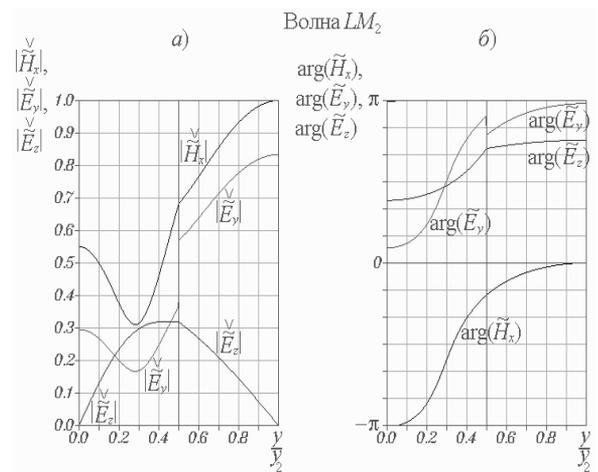


Рис. 5. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LM_2$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\check{H}_x| = 1$ ;  $|\check{E}_y| = 0,38$ ;  $|\check{E}_z| = 0,38$

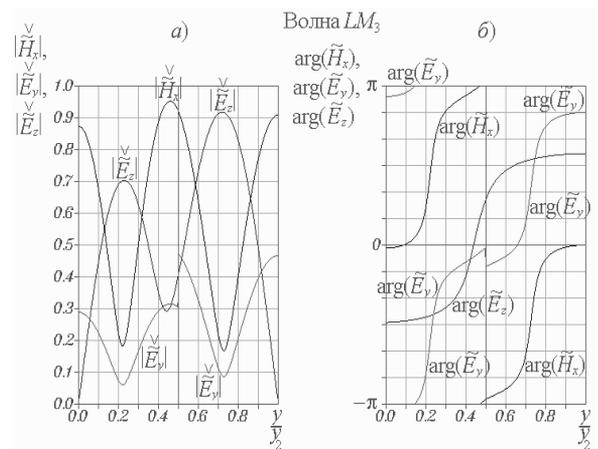


Рис. 6. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LM_3$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\check{H}_x| = 1,1$ ;  $|\check{E}_y| = 0,35$ ;  $|\check{E}_z| = 0,35$

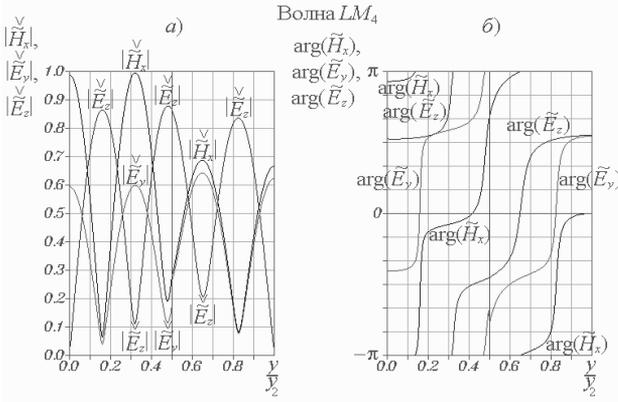


Рис. 7. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LM_4$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\tilde{H}_x| = 1,5$ ;  $|\tilde{E}_y| = 0,6$ ;  $|\tilde{E}_z| = 0,6$

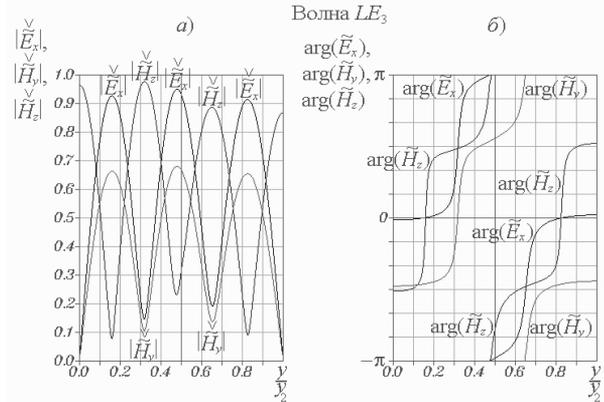


Рис. 10. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LE_3$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\tilde{E}_x| = 1,1$ ;  $|\tilde{H}_y| = 5,2$ ;  $|\tilde{H}_z| = 5,2$

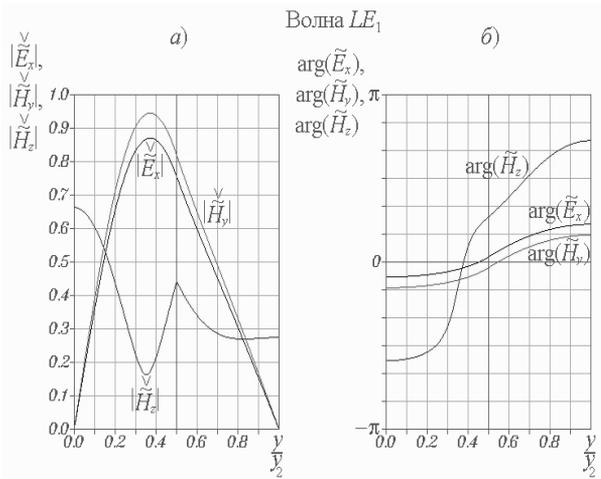


Рис. 8. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LE_1$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\tilde{E}_x| = 2,5$ ;  $|\tilde{H}_y| = 7$ ;  $|\tilde{H}_z| = 7$

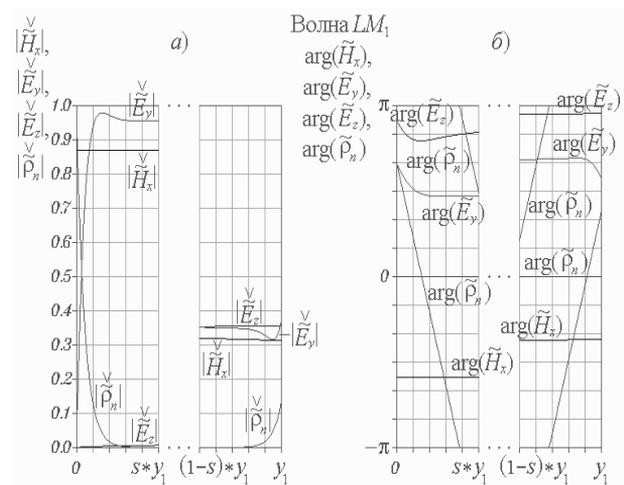


Рис. 11. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LM_1$  вблизи границ слоя полупроводника:  $ky_2 = 2$ ;  $s = 0,01$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\tilde{H}_x| = 11$ ;  $|\tilde{E}_y| = 2,5$ ;  $|\tilde{E}_z| = 2,5$ ;  $|\tilde{\rho}_n| = 8 \cdot 10^4$ .

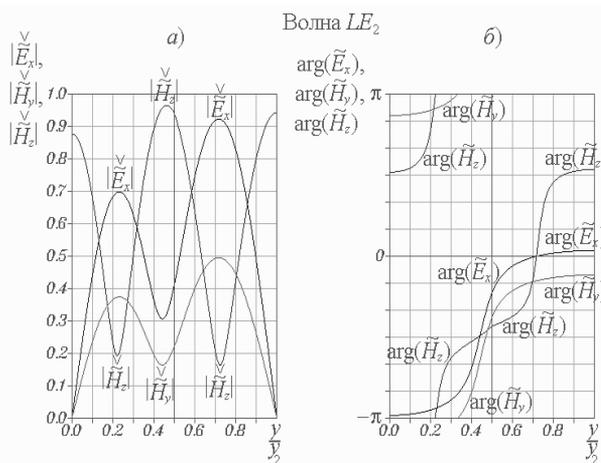


Рис. 9. Распределения амплитуд (а) и фаз (б) компонент напряженностей поля волны  $LE_2$ :  $ky_2 = 2$ ; верхней точке оси ординат на рис. а соответствуют значения:  $|\tilde{E}_x| = 1,1$ ;  $|\tilde{H}_y| = 3$ ;  $|\tilde{H}_z| = 3$

Компоненты напряженностей должны удовлетворять граничным условиям (22), (30) на поверхности идеальных проводников, условиям (23)-(25), (33)-(34) на границе раздела полупроводник-диэлектрик, включая условие непрерывности перпендикулярной составляющей магнитной индукции

$$\mu_a^{(1)} \tilde{H}_y^{(1)}(y_1) - \mu_a^{(2)} \tilde{H}_y^{(2)}(y_1) = 0,$$

а также граничному условию на омическом контакте (21). Выполнение всех перечисленных условий, за исключением (21) и (24), с очевидностью следует из рис. 4-10. Чтобы снять все сомнения относительно компоненты  $E_y$ , следует построить аналогичные распределения компонент напряженностей вблизи границ полупро-

водникового слоя (см. рис. 11). Приведенные на рис. 11а графики, позволяют убедиться в том, что компонента  $E_y$  волны  $LM_1$  удовлетворяет условию (21). Кроме того, из рис. 4б и 11б следует непрерывность фазы компоненты  $E_y$  на границе раздела полупроводник-диэлектрик

$$\arg[\tilde{E}_y^{(1)}(y_1)] = \arg[\tilde{E}_y^{(2)}(y_1)],$$

благодаря чему обеспечивается выполнение граничного условия (24).

Можно заметить, что, в большинстве случаев, фазы компонент напряженностей полей  $LM$ - и  $LE$ -волн возрастают в направлении оси  $y$ . Однако есть и исключения из данного правила. Прежде всего, это компоненты  $E_y$   $LM$ -волн, аргументы которых немонотонны в слое полупроводника вблизи границы его раздела с диэлектриком. Наиболее наглядно подобную немонотонность иллюстрирует рис. 11б. Кроме того, например, при числовых значениях параметров краевой задачи, соответствующих рис. 7, функция  $\arg[\tilde{E}_z^{(1)}(y)]$  волны  $LM_4$  достигает минимума в точке  $y/y_2 = 0,026$ .

Обращает на себя внимание тот факт, что в окрестностях точек, в которых амплитуды компонент напряженностей достигают минимальных значений, фазы соответствующих компонент быстро изменяются с увеличением координаты  $y$ . Например, фазы компонент  $H_x$  и  $E_y$  напряженностей поля волны  $LM_3$  (рис. 6) проявляют значительную координатную зависимость в точках  $y/y_2 = 0,22$  и  $y/y_2 = 0,73$ , соответствующих минимальным значениям амплитуд этих компонент. Максимальное значение функции  $d/dy\{\arg[\tilde{E}_z(y)]\}$  и минимальное значение функции  $|\tilde{E}_z(y)|$  достигаются в точке  $y/y_2 = 0,44$ . Данную закономерность легко обосновать. Если бы область 1 на рис. 1, вместо полупроводника, была заполнена идеальным диэлектриком, то в некоторых продольных сечениях линии передачи  $y = y_0$  амплитуды компонент напряженностей тех или иных волн не просто достигали бы минимальных значений, а обращались бы в ноль. По обе стороны от указанных сечений (в точках  $y = y_0 - \Delta y$  и  $y = y_0 + \Delta y$ ) соответствующие компоненты напряженностей совершали бы колебания в противофазе. Иными словами, фазы данных компонент испытывали бы разрывы в точках  $y = y_0$ . Причем левый и правый односторонние пределы фаз в этих точках различались бы на  $180^\circ$ . В нашем случае направляющая структура частично заполнена средой с потерями. Поэтому, вместо нулей

амплитуд компонент напряженностей, мы имеем их минимумы; вместо точек разрыва фаз, имеем точки, в которых фазы существенно зависят от координаты  $y$ .

Напряженность магнитного поля любой  $LM$ -волны имеет единственную компоненту  $H_x$ . Тем самым, магнитные поля  $LM$ -волн ПВДЗ ПД линейно поляризованы. Аналогичным свойством обладают электрические поля  $LE$ -волн, векторы  $\vec{E}$  которых ориентированы параллельно оси  $x$ . Очевидно, что электрическое поле  $LM$ -волны будет линейно поляризовано в тех точках, в которых фазы компонент  $E_y$  и  $E_z$  его напряженности будут удовлетворять условию

$$\arg[\tilde{E}_y(y)] - \arg[\tilde{E}_z(y)] = \pm \pi n, \quad (n = 0; 1 \dots)$$

Иначе поляризация электрического поля волны будет эллиптической. В последнем случае вектор  $\vec{E}$  будет вращаться по часовой стрелке, если смотреть в направлении оси  $x$ , при условии:

$$0 < \{\arg[\tilde{E}_y(y)] - \arg[\tilde{E}_z(y)]\} < \pi$$

и против часовой стрелки при условии:

$$-\pi < \{\arg[\tilde{E}_y(y)] - \arg[\tilde{E}_z(y)]\} < 0.$$

Как следует из рис. 4б и 11б, при выбранных числовых значениях параметров краевой задачи электрическое поле волны  $LM_1$  эллиптически поляризовано в любой точке. В соответствии с рис. 5, электрическое поле волны  $LM_2$  линейно поляризовано в точке  $y/y_2 = 0,29$ , в которой

$$\arg[\tilde{E}_y(y)] = \arg[\tilde{E}_z(y)].$$

В этой точке угол наклона напряженности  $\vec{E}$  относительно оси  $z$  имеет два возможных значения:  $\arctg|\tilde{E}_y(y)/\tilde{E}_z(y)| = 29,64^\circ$  и

$$\arctg|\tilde{E}_y(y)/\tilde{E}_z(y)| - \pi = -150,36^\circ.$$

На интервалах ( $y < 0,29$ ) и ( $y > 0,29$ ) за период колебаний конец вектора  $\vec{E}$  описывает эллипс в плоскости ( $y, z$ ), вращаясь, соответственно, против часовой стрелки и по часовой стрелке, если смотреть в направлении оси  $x$ . Электрическое поле волны  $LM_3$  (см. рис. 6б) линейно поляризовано в трех точках:  $y/y_2 = 0,24$ ,  $y/y_2 = 0,42$ ,  $y/y_2 = 0,746$ . В этих плоскостях положительные углы наклона вектора  $\vec{E}$  относительно оси  $z$  составляют, соответственно,  $5,848^\circ$ ,  $44,65^\circ$ ,  $6,25^\circ$ . Сведения о поляризации магнитных полей  $LE$ -волн ПВДЗ ПД со-

держатся в таблице 2. При этом числовые значения параметров линии передачи и частота колебаний соответствуют рис. 8-10.

Таблица 2.

Тип волны	Точки линейной поляризации магнитного поля $y/y_2$	Положительный угол наклона напряженности $\vec{H}$ относительно оси $z$
$LE_1$	0,36	$80,10^\circ$
$LE_2$	0,22	$62,71^\circ$
	0,48	$11,27^\circ$
	0,70	$67,23^\circ$
$LE_3$	0,12	$58,98^\circ$

На основании рис. 8-10 можно сделать вывод о том, что сдвиг фаз между компонентами  $E_x$  и  $H_y$  напряженностей поля любой  $LE$ -волны не зависит от координаты  $y$  и удовлетворяет условию  $0 < \{\arg[\tilde{E}_x(y)] - \arg[\tilde{H}_y(y)]\} < \frac{\pi}{2}$ . Действительно, исходя из второго уравнения Максвелла, можно получить следующее соотношение, связывающее комплексные амплитуды этих компонент ( $m = 1; 2$ ). Тем самым, в обеих частичных областях (рис. 1) аргументы комплексных чисел  $\tilde{H}_y$  и  $\tilde{E}_x$  удовлетворяют условию

$$\arg[\tilde{H}_y(y)] - \arg[\tilde{E}_x(y)] = \arg(\gamma). \quad (41)$$

В соответствии с определением (37), формула (41) дает условие

$$0 < \{\arg[\tilde{E}_x(y)] - \arg[\tilde{H}_y(y)]\} < \frac{\pi}{4},$$

выполняющееся для квазираспространяющихся продольно-электрических волн. При  $ky_2 = 2$  таковыми являются волны  $LE_1$  и  $LE_2$  (см. рис. 8-9). Используя определения (38), для квази-затухающих  $LE$ -волн получаем

$$\frac{\pi}{4} < \{\arg[\tilde{E}_x(y)] - \arg[\tilde{H}_y(y)]\} < \frac{\pi}{2}.$$

Последние неравенства справедливы для волн  $LE_3$  (см. рис. 10).

Первое уравнение Максвелла, записанное для слоя диэлектрика, дает  $-\gamma\tilde{H}_x^{(2)} = \omega\epsilon_a^{(2)}\tilde{E}_y^{(2)}$ . Тем самым, в частичной области 2 (см. рис. 1) сдвиг фаз между компонентами  $E_y$  и  $H_x$  напряженностей  $LM$ -волн не зависит от координаты  $y$  и определяется соотношением

$$\arg[\tilde{E}_y^{(2)}(y)] - \arg[\tilde{H}_x^{(2)}(y)] = \pi + \arg(\gamma).$$

Отсюда, аргументы комплексных функций  $\tilde{E}_y^{(2)}$  и  $\tilde{H}_x^{(2)}$  квазираспространяющихся и квази-затухающих  $LM$ -волн должны удовлетворять условиям

$$\frac{3\pi}{4} < \{\arg[\tilde{E}_y^{(2)}(y)] - \arg[\tilde{H}_x^{(2)}(y)]\} < \pi \quad (42)$$

$$\text{и } \frac{\pi}{2} < \{\arg[\tilde{E}_y^{(2)}(y)] - \arg[\tilde{H}_x^{(2)}(y)]\} < \frac{3\pi}{4}, \quad (43)$$

соответственно. При  $ky_2 = 2$  неравенствам (42) удовлетворяют волны  $LM_1$ ,  $LM_2$ ,  $LM_3$  (см. рис. 4б, 5б, 6б), неравенствам (43) удовлетворяет волна  $LM_4$  (рис. 7б). В частичной области 1 (рис. 1) сдвиг фаз между компонентами  $E_y$  и  $H_x$  напряженностей  $LM$ -волн зависит от координаты  $y$ . Это обусловлено тем, что в слое полупроводника протекает ток.

При выбранных числовых значениях параметров линии передачи и нормированном волновом числе  $ky_2 = 2$  мнимая часть параметра  $\beta$ , определяемого равенством (17), удовлетворяет условию  $\text{Im}(\beta y_2) \ll -1$ , поскольку

$$\begin{aligned} (\beta y_2)^2 + (\gamma y_2)^2 &= \frac{ky_2^2}{D_n}(\zeta - i) = \\ &= -(2,13727 + 5,45716 i) \cdot 10^6 = \\ &= 5,86076 \cdot 10^6 \exp(-0,61882 \pi i). \end{aligned}$$

В данном случае, уже при небольших значениях координаты  $y$  справедливы следующие приближенные представления:

$$\begin{aligned} \cos(\beta y) &\approx \frac{1}{2} \exp[i \text{Re}(\beta y)] \times \\ &\times \exp[-\text{Im}(\beta y)], \quad (y > 0), \\ \sin(\beta y) &\approx -\frac{i}{2} \exp[i \text{Re}(\beta y)] \times \\ &\times \exp[-\text{Im}(\beta y)], \quad (y > 0). \end{aligned} \quad (44)$$

Аналогичным образом можно записать:

$$\begin{aligned} \cos[\beta(y_1 - y)] &\approx \frac{1}{2} \exp\{i \text{Re}[\beta(y_1 - y)]\} \times \\ &\times \exp\{-\text{Im}[\beta(y_1 - y)]\}, \quad (y < y_1). \end{aligned} \quad (45)$$

Подстановка выражений (44)-(45) в (27) дает

$$\begin{aligned} \tilde{p}_n(y) &\approx \frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \frac{\gamma}{2D_n} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \times \\ &\times (i\delta^{(1)} \exp\{i \text{Re}[\beta(y_1 - y)]\} \times \\ &\times \exp\{-\text{Im}[\beta(y_1 - y)]\} - \\ &- \zeta \left[ i \frac{\gamma^2}{\beta} \sin(\delta^{(1)} y_1) + \delta^{(1)} \cos(\delta^{(1)} y_1) \right] \times \\ &\times \exp[i \text{Re}(\beta y)] \exp[-\text{Im}(\beta y)]. \end{aligned} \quad (46)$$

Слагаемое в правой части (46), содержащее множитель  $\exp[-\text{Im}(\beta y)]$ , быстро возрастает с увеличением координаты  $y$ ; слагаемое, содержащее множитель  $\exp\{-\text{Im}[\beta(y_1 - y)]\}$ , так же быстро убывает. В результате, при удалении точки наблюдения вглубь слоя полупроводника, комплексная амплитуда  $\tilde{\rho}_n$  быстро убывает по абсолютному значению, что иллюстрирует рис. 11а. Вблизи этих границ функция  $\tilde{\rho}_n(y)$  описывается приближенными выражениями

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_n(y) \approx & \frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \frac{i\gamma\delta^{(1)}}{2D_n} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \times \\ & \times \exp\{i \text{Re}[\beta(y_1 - y)]\} \times \\ & \times \exp\{-\text{Im}[\beta(y_1 - y)]\}, \quad (0 < y \ll y_1); \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_n(y) \approx & -\frac{C_H}{W(y_1, y_1)} \frac{\gamma\zeta}{2D_n} \cos[\delta^{(2)}(y_2 - y_1)] \times \\ & \times \left[ i \frac{\gamma^2}{\beta} \sin(\delta^{(1)}y_1) + \delta^{(1)} \cos(\delta^{(1)}y_1) \right] \times \\ & \times \exp[i \text{Re}(\beta y)] \exp[-\text{Im}(\beta y)], \\ & (0 \ll y < y_1), \end{aligned}$$

которые следуют из (46). Тем самым любая  $LM$ -волна возмущает электронную плазму полупроводника только в очень тонких приповерхностных слоях.

В таблицах 3-4 приведены нормированные значения координат  $y_{\rho,1}$  и  $y_{\rho,2}$  точек, в которых амплитуда переменной составляющей плотности заряда электронов проводимости  $|\tilde{\rho}_n(y)|$  на порядок меньше, чем на границах раздела полупроводник-металл и полупроводник-диэлектрик:

$$\left| \frac{\tilde{\rho}_n(0)}{\tilde{\rho}_n(y_{\rho,1})} \right| = \left| \frac{\tilde{\rho}_n(y_1)}{\tilde{\rho}_n(y_{\rho,2})} \right| = 10.$$

Значения величин  $y_{\rho,1}$  и  $y_{\rho,2}$  вычислены с использованием формулы (27) для  $\tilde{\rho}_n(y)$ . Кроме того, в таблицах 3 и 4 приведены приближенные значения  $y_{\rho,1,\sim}$  и  $y_{\rho,2,\sim}$  величин  $y_{\rho,1}$  и  $y_{\rho,2}$ , определяемые равенствами

$$y_{\rho,1,\sim} = \ln(0,1) / \text{Im}(\beta), \quad y_{\rho,2,\sim} = y_1 - y_{\rho,1,\sim},$$

полученными из (47)-(48). Как можно убедиться, значения величин  $y_{\rho,1}$ ,  $y_{\rho,1,\sim}$  и  $y_{\rho,2}$ ,  $y_{\rho,2,\sim}$  совпадают с точностью до 10-12 значащих цифр, соответственно.

Таблица 3.

Нормированное волновое число $ky_2 = 2$		
Тип волны	$LM_1$	$LM_2$
$\frac{y_{\rho,1}}{y_2}$	0,00115143099194	0,00115143132163
$\frac{y_{\rho,1,\sim}}{y_2}$	0,00115143099215	0,00115143132188
$\frac{y_{\rho,2}}{y_2}$	0,49884856900806	0,49884856867837
$\frac{y_{\rho,2,\sim}}{y_2}$	0,4988485690078	0,49884856867812

Как следует из рис. 11б, на границе раздела металл-полупроводник совпадают фазы переменной составляющей плотности заряда электронов проводимости в полупроводнике  $\rho_{n,v}^{(1)}$  и перпендикулярной составляющей напряженности электрического поля  $E_y^{(1)}$  волны  $LM_1$

$$\arg[\tilde{\rho}_n^{(1)}(0)] = \arg[\tilde{E}_y^{(1)}(0)]. \quad (49)$$

Таблица 4.

Тип волны – $LM_1$		
$ky_2$	0,1	1
$\frac{y_{\rho,1}}{y_2}$	0,00157183437282	0,00137565645622
$\frac{y_{\rho,1,\sim}}{y_2}$	0,00157183437312	0,00137565645594
$\frac{y_{\rho,2}}{y_2}$	0,49842816562718	0,49862434354378
$\frac{y_{\rho,2,\sim}}{y_2}$	0,49842816562688	0,49862434354406

Результаты расчетов показывают, что данная закономерность справедлива и для других  $LM$ -волн линии передачи. Для обоснования указанного свойства запишем третье уравнение Максвелла для функций  $\tilde{E}_y^{(1)}(y)$ ,  $\tilde{E}_z^{(1)}(y)$  и  $\tilde{\rho}_n^{(1)}(y)$ :

$$\frac{d\tilde{E}_y^{(1)}}{dy} - i\gamma\tilde{E}_z^{(1)} = \frac{\tilde{\rho}_n^{(1)}}{\varepsilon_a^{(1)}}. \quad (50)$$

Представим входящие сюда комплексные величины следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_y^{(1)} &= |\tilde{E}_y^{(1)}| \exp[i \arg(\tilde{E}_y^{(1)})], \\ \tilde{E}_z^{(1)} &= |\tilde{E}_z^{(1)}| \exp[i \arg(\tilde{E}_z^{(1)})], \\ \tilde{\rho}_n^{(1)} &= |\tilde{\rho}_n^{(1)}| \exp[i \arg(\tilde{\rho}_n^{(1)})]. \end{aligned}$$

В результате уравнение (50) принимает вид:

$$\left\{ \left( \frac{d}{dy} |\tilde{E}_y^{(1)}| \right) + i |\tilde{E}_y^{(1)}| \frac{d}{dy} [\arg(\tilde{E}_y^{(1)})] \right\} \exp[i \arg(\tilde{E}_y^{(1)})] - \\ - i \gamma |\tilde{E}_z^{(1)}| \exp[i \arg(\tilde{E}_z^{(1)})] = \frac{1}{\varepsilon_a^{(1)}} |\tilde{\rho}_n^{(1)}| \exp[i \arg(\tilde{\rho}_n^{(1)})].$$

Полагая  $y=0$  и используя условия (21)-(22) на границе раздела металл-полупроводник, получаем

$$\left( \frac{d}{dy} |\tilde{E}_y^{(1)}(y)| \right) \Big|_{y=0} \exp\{i \arg[\tilde{E}_y^{(1)}(0)]\} = \\ = \frac{1}{\varepsilon_a^{(1)}} |\tilde{\rho}_n^{(1)}(0)| \exp\{i \arg[\tilde{\rho}_n^{(1)}(0)]\}$$

Приравнивая аргументы комплексных чисел, стоящих в левой и правой частях равенства, приходим к доказуемому фазовому соотношению (49).

## Литература

1. Кац Л.И., Попов В.В., Ревзин Р.М. К расчету невзаимных устройств для субмиллиметрового диапазона // Радиотехника и электроника. Т.22, №6, 1977. – С. 1107-1113.
2. Захаров В.А. О медленных волнах плоскопараллельного волновода, заполненного двухслойной структурой диэлектрик – поперечно намагниченная полупроводниковая плазма // Радиотехника и электроника. Т.26, №4, 1981. – С. 673-682.
3. Гусаков В.В., Кац Л.И. Модуляция миллиметрового излучения в МДП структуре // Журнал технической физики. Т.49, №6, 1979. – С. 1306-1309.
4. Гусаков В.В., Кац Л.И. МДП-модулятор СВЧ-диапазона на основе пленок InSb // Радиотехника и электроника. Т.28, №8, 1983. – С. 1671-1673.
5. Барыбин А.А. Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. М.: Наука, 1986. – 288 с.

УДК 621.395.8

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ СЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ОТНОСИТЕЛЬНО ИСКАЖАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

*Горячкин О.В., Эрина Е.И.*

Статья посвящена задаче восстановления ковариационной матрицы случайных информационных последовательностей, прошедших через линейную систему с неизвестными характеристиками. Такая постановка значительно усложняет задачу, и ее невозможно решить средствами корреляционного анализа. В статье предлагается «слепой» метод решения, в основу которого положено использование полиномиальных представлений конечных случайных последовательностей – так называемых полиномиальных статистик. Эффективность работы предлагаемого алгоритма подтверждается результатами математического моделирования.

### Введение

В настоящее время наблюдается широкое распространение методов корреляционного анализа для решения различных практических задач. Необходимость выявления наличия и характера статистической зависимости наблюдаемых величин возникает в подавляющем большинстве областей исследования: это радио- и гидролокация, навигация и связь, химия, астрофизика, экология, и даже соци-

ология и психология. По результатам корреляционного анализа можно делать выводы о взаимозависимости случайных величин, проверять гипотезы относительно параметров их распределения, получать оценки коэффициентов парной, частной и множественной корреляции.

В статье рассматривается проблема восстановления ковариационной матрицы случайного дискретизированного сигнала, прошедшего искажающую среду с неизвестными параметрами. Решение этой задачи методами корреляционного анализа невозможно из-за априорной неопределенности как относительно статистических параметров самого сигнала, так и искажающей среды. Предлагаемый подход опирается на использование полиномиальных статистик – полиномиальных представлений случайных последовательностей [1]. Изначально интерес к этим математическим объектам был вызван их свойствами, полезными с точки зрения решения весьма актуальной сегодня проблемы «слепой» обработки сигналов, в частности «слепой» идентификации каналов связи [2].