

выбора объектов для применения управляющих воздействий является дисперсия данного параметра по различным объектам.

Пусть имеется множество сопоставимых параметров оценки качества работы систем коммутации по различным объектам сети:  $\{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ , причем каждому из них соответствует дисперсия  $\{D(x_1); D(x_2); \dots; D(x_n)\}$ .

Отношения предпочтения параметров с точки зрения возможности управления распределяются следующим образом:  $x_i \succ x_{i+k}$ , если  $D(x_i) > D(x_{i+k})$ , в соответствии с известными величинами дисперсий назначаются нормированные веса каждого из параметров:  $W = D_i / \sum_{j=1}^n D_j$ .

По результатам управляющих воздействий веса могут быть откорректированы с использованием метода наименьших общих модулей (метод наименьших общих квадратов применим только при нормальном законе распределения). Таким образом через несколько итераций определяются параметры для управления качеством работы коммутационного оборудования сети.

### Литература

1. Кучерявый А.Е., Цуприков А.Л. Сети связи следующего поколения. М.: Изд. ФГУП ЦНИИС, 2006. – 280 с.
2. Нормативные документы Министерства связи РФ. Показатели качества работы городс-

кой телефонной сети [электронный документ] – Режим доступа: <http://www.minsvyzi.ru> – 12.05.2007.

3. Васильев В.Ф. Основы создания и эксплуатации телекоммуникационной инфраструктуры крупного города и перспективы ее развития. Качество обслуживания. Ч. 3. М: Информсвязьиздат, 1992. – 71 с.
4. Сулягин К.А., Сулягина Л.Н. Квалиметрическая оценка качества обслуживания клиентов операторами связи // Труды LX-1 сессии НТО РЭС им. А.С. Попова, посвященной Дню Радио. Т. 1. М.: 2005. – С. 165-166.
5. Азгальдов Г.Г. Теория и практика оценки качества товаров. М: Экономика, 1982. – 256 с.
6. Росляков А.В., Ваняшин С.В. Математические модели центров обслуживания вызовов. М: ИРИАС, 2006. – 336 с.
7. Сулягин К.А. Математические модели работы по обслуживанию клиента в сервис-центре оператора связи // Тезисы докл. XIII РНТК ПГАТИ., Самара, 2006. – С. 52-53.
8. Сулягин К.А. Аналитические методы оценки размеров очереди при обслуживании клиентов в сервис-центре оператора связи // Материалы VII МНТК «Проблемы техники и технологий телекоммуникаций». Самара, 2006. – С. 65-67.
9. Сулягин К.А. Критерий оценки эффективности управления распределением эксплуатационных ресурсов сети связи // Тезисы докл. XI РНТК ПГАТИ. Самара, 2004. – С. 53-54.

УДК 621.396.98

## ОПТИМИЗАЦИЯ ЧИСЛА БАЗОВЫХ СТАНЦИЙ В УСЛОВИЯХ СИЛЬНО ПЕРЕСЕЧЕННОЙ МЕСТНОСТИ

*Логвинов А.В.*

В работе предлагается методика оптимизации числа базовых станций и высоты подъема их антенн для сотовой связи. Методика основана на математическом аппарате дифференциальной геометрии и тензорного исчисления.

### Введение

Обеспечение уверенной мобильной радиосвязи можно решить двумя способами:

1. Поставить базовые станции большой мощности везде, где требуется обеспечить мобильную радиосвязь. Такое решение требует больших экономических затрат, повышенное использование частотного ресурса.

2. Оптимизировать число базовых станций по их количеству, мощности, использованию частотного ресурса.

Для обеспечения уверенной мобильной радиосвязи с наименьшими экономическими затратами вопрос оптимизации числа базовых станций весьма актуален. В условиях сильно пересеченной местности задача оптимизации значительно усложняется, так как на область уверенного приема существенное влияние оказывает рельеф местности. На практике вопрос оптимизации числа базовых станций в условиях сильно пересеченной местности встречается, например, в горах, где ландшафт имеет ярко выраженную кривизну

поверхности или в современных мегаполисах с домами повышенной этажности.

С математической точки зрения в общем случае мы имеем как минимум две поверхности, одной из которых является поверхность рельефа местности, а второй – воображаемая поверхность, образованная фронтом радиоволн, излучаемых антенной базовой станции. Эти две поверхности в некоторых областях, называемых областью уверенного приема, примыкают друг к другу (см. рис. 1). Очевидно, что при разумном размещении дополнительных базовых станций мы расширим область уверенного приема. На рис. 2 показаны эти же зоны уверенного приема, но в горизонтальной плоскости, причем радиус окружности соответствует зоне уверенного приема.

Исходя из этого, можно сделать следующее заключение. Если эти две поверхности имеют одинаковую кривизну на протяжении всего необходимого участка, то зона уверенного приема мобильной связи будет равна по протяженности всему участку, подлежащему установке мобильной связи, при условии, что метрика обеих поверхностей совпадает. При математическом исследовании кривизны поверхности определяется, что это условие часто не выполняется. Поэтому при выборе оптимального количества базовых станций с учетом кривизны поверхности необходимо учитывать метрику пространства.

### Представление земной поверхности в виде математических уравнений

Сформулируем поставленную задачу с математической точки зрения. Предположим, что мы имеем сильно пересеченную местность, которую можно описать функцией:

$$w = f(x, y). \quad (1)$$

Этой функции можно поставить во взаимно-однозначное соответствие поверхность (ее график), погруженную в обычное евклидово пространство  $R^3$  с декартовыми координатами  $x, y, w$ . Соответственно в цилиндрических координатах  $r, \varphi, w$  поверхность будет описываться функцией  $w = f(r, \varphi)$  (см. рис. 3). Такой способ задания поверхности называют явным.

На поверхности можно вводить криволинейную сетку поверхностных координат. Например,  $l_x, l_y$  – поверхностные криволинейные координаты, которые получаются в результате сечения поверхности семейством вертикальных плоскостей  $WOX$  и  $WOY$  (см. рис. 3). Соответственно в цилиндрических координатах можно ввести

криволинейные координаты  $l_r, l_\varphi$ , где  $l_r$  – криволинейный радиус, получаемый с помощью сечения поверхности плоскостью  $WOR$ , а  $l_\varphi = r \varphi$  – дуга окружности. Задаваемые таким образом на поверхности криволинейные координаты являются в общем случае косоугольными (углы между координатными линиями на поверхности не всегда прямые, как в случае ортогональных координат).

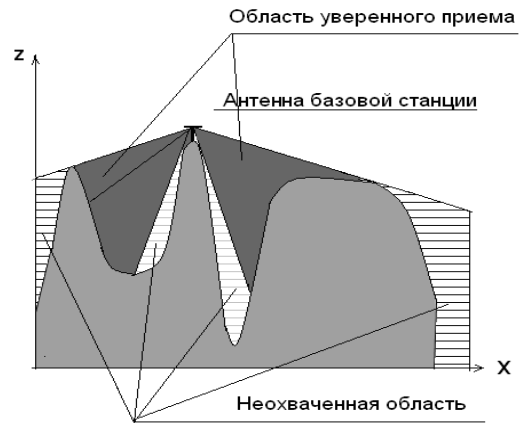


Рис. 1. Рельеф местности и области уверенного приема

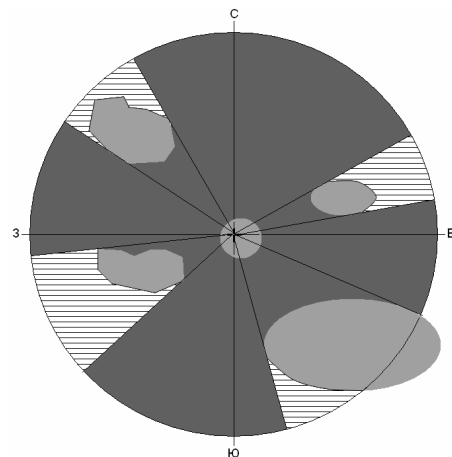


Рис. 2. Зоны уверенного приема (темно-серый цвет) и зоны, находящиеся в тени (недоступные зоны для связи – заштрихованные области)

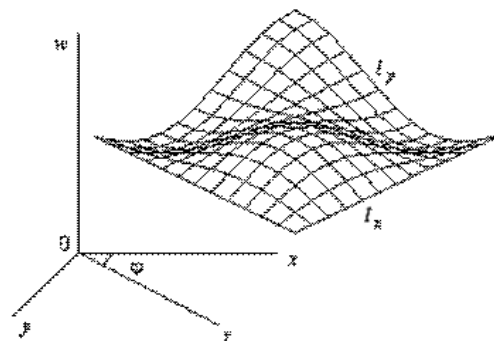


Рис. 3. График поверхности в декартовых координатах

Введем угол наклона касательной  $\theta_x$  к кривой, получаемой сечением поверхности  $w = f(x, y)$  вертикальной плоскостью  $WOX$ , в текущей точке  $x$  (см. рис. 4). Аналогично вводятся углы  $\theta_y$  и  $\theta_r$  для цилиндрической системы координат.

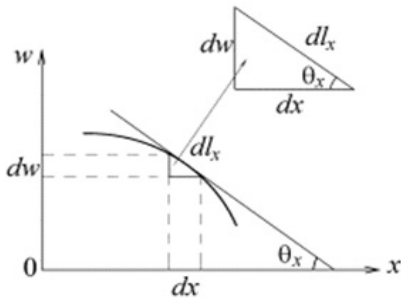


Рис. 4. Сечение  $WOX$  поверхности  $w = f(x, y)$

Напишем основные выражения, связывающие дифференциалы в декартовой системе координат  $dx, dy$  и в криволинейной системе координат  $dl_x, dl_y$ . Имеем в сечениях  $WOX$  (см. рис. 4):

$$dl_x^2 = dw^2 + dx^2, \quad dl_x = \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} dx, \quad (2)$$

$$dx = dl_x \cos \theta_x, \quad dw = dl_x \sin \theta_x; \quad \frac{dw}{dx} = tg \theta_x,$$

для сечений  $WOY$ :

$$dy = dl_y \cos \theta_y, \quad dw = dl_y \sin \theta_y, \quad (3)$$

$$\frac{dw}{dy} = tg \theta_y.$$

Соответствующие формулы верны и в цилиндрических координатах для сечения  $WOR$ . Можно также сказать, что формулы (3) задают неявно связь между декартовыми переменными и криволинейными длинами на поверхности, в общем случае  $x(l_x, l_y), y(l_x, l_y), z(l_x, l_y, \theta_x, \theta_y)$ .

Согласно дифференциальной геометрии [2-3], можно определить метрический тензор, который в базисе  $\{e_i^{(x)}\}, (i = 1, 2 \dots n)$  имеет вид:

$$g_{ij}^{(x)} = \langle e_i^{(x)} \cdot e_j^{(x)} \rangle = \langle \bar{r}_{y^i} \cdot \bar{r}_{y^j} \rangle = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \varphi^3(y)}{\partial y^i} \cdot \frac{\partial \varphi^3(y)}{\partial y^j}, \quad (4)$$

его компоненты образуют матрицу, совпадающую с матрицей первой квадратичной формы поверхности:

$$\xi_{ij} = \begin{pmatrix} \langle \bar{r}_1' \cdot \bar{r}_2' \rangle & \langle \bar{r}_1' \cdot \bar{r}_2' \rangle \\ \langle \bar{r}_2' \cdot \bar{r}_1' \rangle & \langle \bar{r}_2' \cdot \bar{r}_2' \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

то есть  $g_{ij} = a_{ij}$ , и в тензорных обозначениях первая квадратичная форма примет следующий вид:

$$I = dl^2 = dr^2 = d_{ij} dy^i dy^j, \quad g_{ij} = g_{ji}. \quad (6)$$

Первая квадратичная форма описывает поверхность в первом приближении, когда малый участок поверхности заменяется на участок касательной плоскости. Первая квадратичная форма определяет углы между линиями и длины дуг на поверхности, а также площади любых участков поверхности, то есть эта форма определяет метрику пространства.

Вернемся к кривизне поверхности – на этот раз с точки зрения геометрии Римана, которая использует тензорный анализ. Из литературы [3] известно, что главные кривизны находятся по формулам:

$$k_x = \frac{w''_{xx}}{(1 + w_x'^2) \sqrt{1 + w_x'^2 + w_y'^2}}, \quad (7)$$

$$k_y = \frac{w''_{yy}}{(1 + w_y'^2) \sqrt{1 + w_x'^2 + w_y'^2}}.$$

### Методика решения задачи нахождения оптимального числа базовых станций

После краткого обзора вопросов дифференциальной геометрии рассмотрим проблему оптимизации числа базовых станций мобильной связи для сильно пересеченной местности. Под критерием уверенной связи между базовой и мобильными станциями будем считать зону прямой видимости, то есть однолучевость.

Пусть нам необходимо создать систему, обеспечивающую уверенную мобильную связь между двумя произвольными точками участка земной поверхности, имеющей произвольный рельеф (например, как показано на рис. 5).

Для этого необходимо по результатам геодезической съемки или по оцифрованным картам рельефа данного участка найти математические уравнения  $W_{xx}$  и  $W_{yy}$  криволинейной поверхности, которые бы максимально приближенно описывали реальную поверхность. Эта задача весьма сложна, но разрешима. Далее по (7) можно найти кривизну пространства в любой точке с координатами  $x, y$  в которых может находиться мобильная станция. По первой квадратичной форме (5)-(6) определяем углы касательных поверхностей в данных точках  $x, y$ , пересечения которых укажут на высоту и

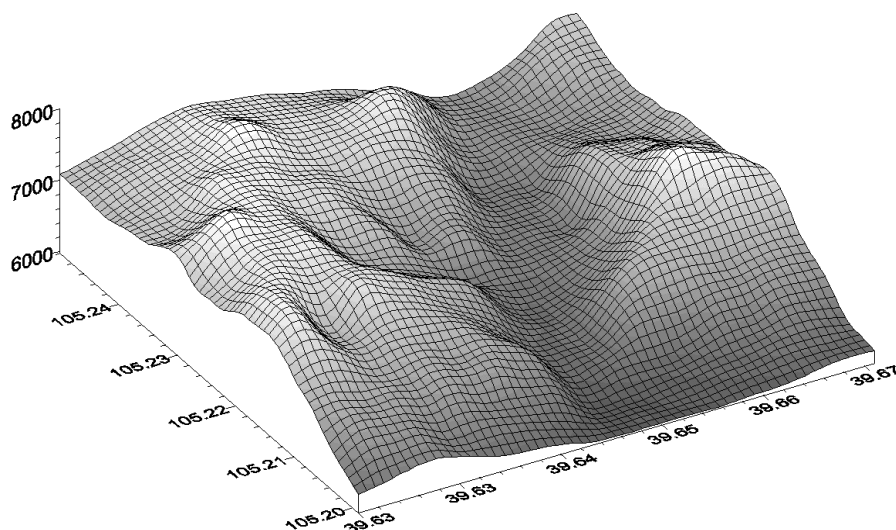


Рис. 5. Пересеченный участок земной поверхности

координаты базовых станций. Просмотрев, таким образом, весь необходимый участок, можно оптимально решить задачу, как числа базовых станций, так и высоты подъема их антенн.

Рассмотрим вариант городской застройки мегаполиса. Как правило, здания в современных мегаполисах имеют повышенную этажность (15 и более этажей). Аппроксимация городской застройки в данном случае представляет собой ступенчатую функцию (см. рис. 6).

В этом случае задача усложняется, тем, что производные функции принимают значения либо ноль, либо бесконечность. А это обстоятельство не допускает вычисление кривизны пространства – см. формулу (13). В местах, где производная равна нулю, кривизна пространства будет равна также нулю, а где производная равна бесконечности – кривизна будет не определена. Это значит, что точка про-

странства с бесконечной кривизной просто выпадет из данного пространства, поэтому в местах с бесконечной производной вертикальную прямую можно аппроксимировать наклонной, имеющей большую, но не бесконечную производную (см. рис. 7).

Сделав такое допущение, возможно, применить вышеописанную методику оптимизации числа базовых станций, а также определение высоты подъема их антенн.

#### Алгоритм решения задачи

На рис. 8 представлен алгоритм определения координат базовых станций и высоты подъема их антенн. На этом рисунке приняты следующие обозначения:  $h_0$  – минимальная высота для данной местности,  $h_{\max}$  – максимально допустимая высота подъема антенны. Данный алгоритм позволяет проанализировать всю область заданного

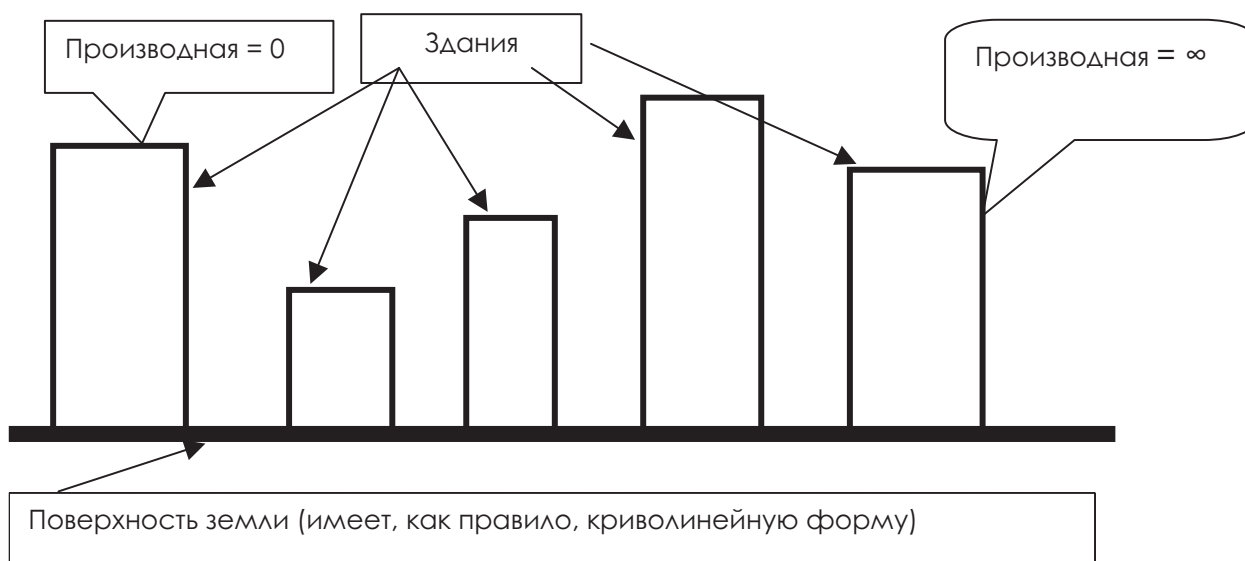


Рис. 6. Ступенчатая функция

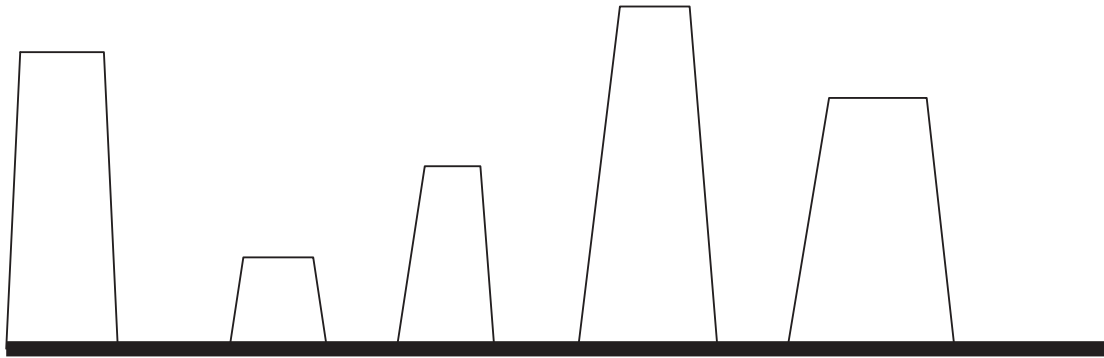


Рис. 7. Ступенчатая функция, не имеющая бесконечных производных

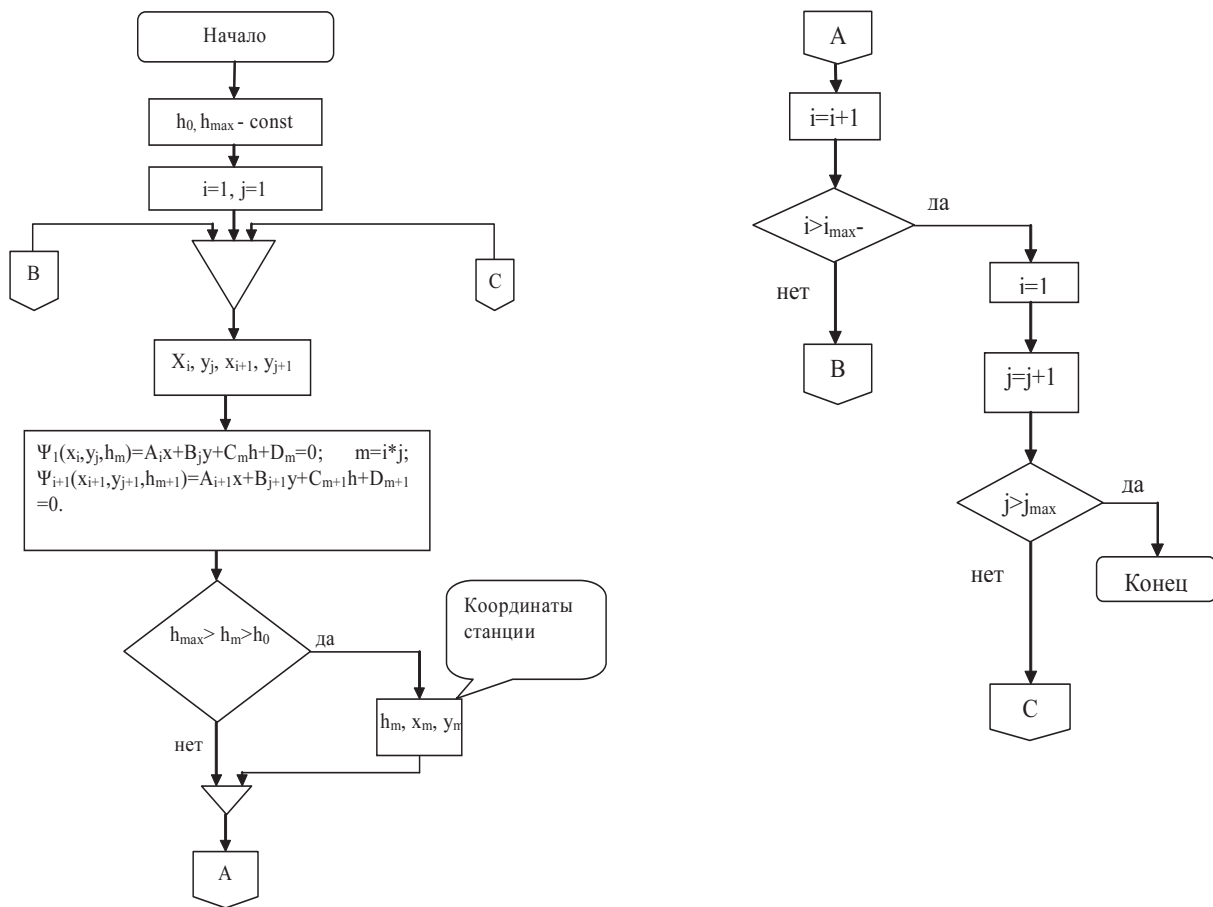


Рис. 8. Алгоритм определения координат базовых станций и высоты подъема их антенн

пространства с целью выявления оптимальной высоты поднятия антенн базовых станций и определения их координат  $(h_m, x_m, y_m)$ .

**Вывод**

Таким образом, определение координат базовых станций и высоты подъема антенн сводится к простому перебору всех точек заданной местности, определению в них углов касательных к поверхности и координат их пересечения. Данная методика не учитывает наличие отраженных волн, что несколько увеличивает число базовых станций. Однако направление и сила отраженной

волны является случайной величиной, поэтому влияние отраженной волны на расположение базовых станций носит статистический характер.

**Литература**

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1985. – С. 22-29.
2. Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М.: Наука, 1987. – С. 31-37.
3. Ненул А.С. Тензорная геометрия. Теория и приложение. М.: Мир, 2003. – 335 с.