

распределения мгновенных значений центрированного случайного процесса $X(t)$.

3. Результаты моделирования на ЭВМ трех широкополосных гауссовых случайных процессов подтвердили, что при числе использованных при расчетах корреляционных функций клиппированных последовательностей $k=8$ погрешность расчета $W(\tau)$ остается пренебрежимо малой и сопоставимой со статистической погрешностью измерений в широкой области значений τ , включая экспоненциальные «хвосты» плотности распределения интервалов $W(\tau)$.

Литература

1. Тихонов В.И., Хименко В.И. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987. – 235 с.
2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. М.: Советское Радио, 1974. – 728 с.
3. Брайнина И.С. Адаптивная цифровая обработка сигналов связи с использованием прикладной теории выбросов случайных процессов. М.: Радио и связь, 2002. – 436 с.

ТЕХНОЛОГИИ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ И СЕТЕЙ

УДК 519.872.8

АНАЛИЗ И РАСЧЕТ НЕПУАССОНОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ТРАФИКА В СЕТЯХ ЭВМ

Бахарева Н.Ф., Карташевский И.В., Тарасов В.Н.

В статье рассмотрены непуассоновские модели трафика, описываемые «тяжелохвостными» распределениями интервалов времени между событиями в потоках. Показано, что такие модели ухудшают показатели производительности сетевых структур в сравнении с пуассоновскими потоками. Следовательно, пуассоновские модели телетрафика недооценивают задержки и другие важные показатели качества функционирования сетей телекоммуникаций.

Введение

С развитием высокоскоростных сетей связи, все большее влияние на качество обслуживания оказывает т.н. свойство самоподобия потоков. С практической точки зрения это можно объяснить высокой изменчивостью интенсивности трафика и, как следствие, высокой пачечностью поступления пакетов в узел сети при высокой скорости передачи данных, что приводит, из-за ограниченности буфера, к потерям пакетов. Расчеты времен задержки, объемов буфера по классическим методикам приводят к слишком оптимистическим результатам [1-3]. Для того, чтобы обеспечить заданное качество обслуживания, необходимо более детально анализировать самоподобные потоки с целью их прогнозирования и определения их характеристик для возможного динамического управления трафиком в современных сетях связи. Кроме того, новые возможности сервиса обслуживания (Grade of service – GoS), к примеру, подавление пауз в голосовом трафике (VAD – Voice Activity Detection) усложняют динамику трафика и требуют пересмотра традиционной теории те-

летрафика и массового обслуживания, которые не учитывают свойств непуассоновских потоков.

За последнее десятилетие появилось достаточное количество работ в области исследования самоподобных процессов, большинство из которых посвящены их теоретическому анализу через автокорреляцию с вычислением коэффициента Херста (Hurst). Однако среди них совсем мало работ для практического расчета показателей производительности сетевых структур при наличии такого трафика из-за отсутствия математического и программного инструментария для этого. Разумно организованная сеть должна обеспечивать низкий процент блокировок и высокую загрузку каналов связи. Сюда необходимо также добавить ограничения сверху на величину задержки или на ее вариацию (джиттер). Все это требует разработки и теоретического обоснования методов анализа и прогнозирования трафика с тяжелохвостными распределениями для последующего динамического управления им.

Распределения с тяжелыми хвостами

Современные средства исследования локальных (LAN) и глобальных (WAN) сетей позволяют получать данные наблюдений по трафику за достаточно длинный отрезок времени и проследить долговременную зависимость, т.е. процесс самоподобия, если он имеет место. Далее будем рассматривать самоподобные процессы как потоки событий с распределениями интервалов времени с тяжелыми хвостами. Считается, что случайная величина имеет распределение с тяжелым (весомым) хвостом (PTX или Heavy Tailed), если:

$$1 - F(x) \approx x^{-\alpha} \text{ при } x \rightarrow \infty, \quad (1)$$

то есть функция распределения затухает по степенному закону в отличие от экспоненциального убывания хвоста распределения.

Тогда распределение с тяжелым хвостом имеет следующее свойство:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\lambda x} (1 - F(x)) = 0, \quad \forall \lambda > 0. \quad (2)$$

Среди функций распределений с тяжелым хвостом будем рассматривать подкласс так называемых субэкспоненциальных распределений с коэффициентом вариации $cv > 1$, куда можно отнести распределения Вейбулла, гамма, логнормальное и гиперэкспоненциальное. Эти распределения удовлетворяют условиям (1)-(2). На рис. 1-2 приведены графики функций плотности перечисленных выше распределений в сравнении с экспоненциальным законом распределения.

На рис.2 те же графики приведены в логарифмическом масштабе. На рис. 1-2, для приведенных распределений Вейбулла, гамма, логнормального и гиперэкспоненциального, соответственно, средние значения и дисперсии есть $m_\tau = D_\tau = 0,25$; что дает коэффициент вариации распределения $cv = 2,0$.

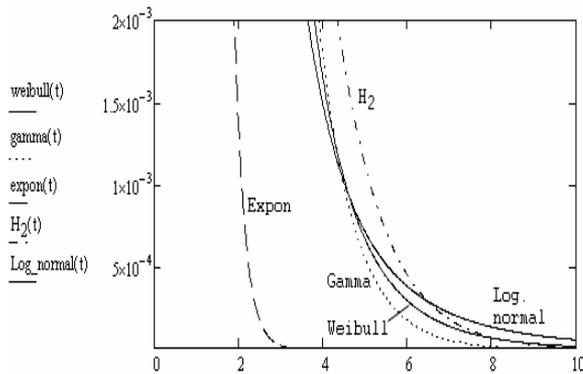


Рис. 1. Графики функций плотности в обычном масштабе

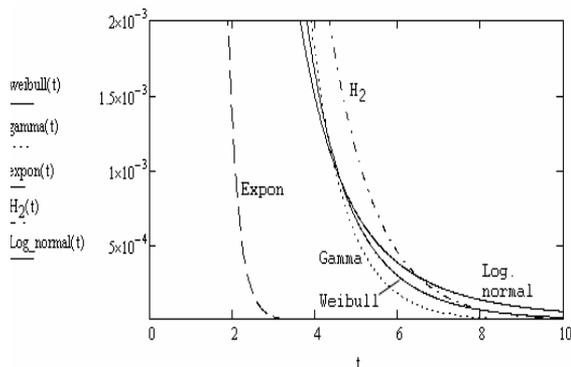


Рис. 2. Графики функций распределений в логарифмическом масштабе

Таким образом, рассмотрим подкласс субэкспоненциальных распределений с одинаковыми

средними и дисперсиями распределений интервалов времени между событиями. Как известно, коэффициент вариации экспоненциального закона равен 1.

Как видно из этих графиков, даже при сравнительно небольшом коэффициенте вариации распределения $cv = 2,0$; заметна тяжесть хвостов затухания приведенных выше функций плотностей по сравнению с экспонентой. Очевидно, что с увеличением параметра cv весомость хвоста распределения только возрастет.

Постановка задачи

Трафик в современных сетях с коммутацией пакетов, как IP-телефонии так и корпоративных сетях с магистральными каналами передачи данных, принято считать самоподобным [1-3]. Степень самоподобия классически измеряют с помощью параметра Херста H , который для временного ряда X_k ($k = 1; 2 \dots N$) определяют из статистики соотношения

$$R/S = (\alpha N)^H, \quad (3)$$

где $R = \max(X_k) - \min(X_k)$ – размах отклонения временного ряда, $S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})^2}$ – исправленное среднее квадратическое отклонение, N – число членов ряда, $\alpha = const$.

По показателю параметра H , выделяют три типа случайных процессов:

- $0 < H < 0,5$ – случайный процесс является антиперсистентным, или эргодическим рядом, который не обладает самоподобием;
- $H = 0,5$ – полностью случайный ряд, аналогичный случайным смещениям частицы при классическом броуновском движении;
- $H > 0,5$ – персистентный (самоподдерживающийся) процесс, который обладает длительной памятью и является самоподобным.

В данной работе для анализа и расчета характеристик самоподобного трафика предлагается использовать разработанный авторами математический и программный инструментарий, основанный на методе двумерной диффузионной аппроксимации процессов функционирования СМО типа $GI/G/k/m$ [4-5] и программы имитации таких систем [6].

Для этого проведем моделирование работы каналов сетей передачи данных как систем массового обслуживания (СМО) $GI/G/k/m$ с целью определения основных характеристик сети, таких как загрузка канала передачи данных, задержка, время отклика пользовательских приложений и вероятности потерь пакетов. В качестве законов распределений

интервалов времени поступления и обслуживания будем рассматривать распределения с тяжелыми хвостами. Оценим также степень отличия полученных результатов от результатов применения классических моделей в виде пуассоновских входных потоков и экспоненциально распределенных временах обслуживания.

Решение задачи

Для оценки основных показателей производительности сетевых структур будем использовать известные результаты двумерного диффузионного приближения СМО $GI/G/k/m$ [4-5], результаты имитационного моделирования по программной системе авторов [6] и классические результаты для СМО $M/M/1$, $M/G/1$.

Для этого рассмотрим одно из приведенных выше распределений – гамма-распределение и покажем, что коэффициент Херста, вычисленный для трафика, образованного случайным процессом с законом распределения гамма, будет выше 0,5. Тогда такой процесс можно считать самоподобным. Следовательно, можно будет выдвинуть предположение о том, что, если коэффициент вариации определенного закона распределения больше 1 ($cv > 1$), то и коэффициент Херста H процесса с таким законом распределения, выше 0,5.

Ниже на рис. 3-6 приведены графики случайного процесса с гамма-распределением со средним и дисперсией $m_\tau = D_\tau = 0,25$. Таким образом, коэффициент вариации такого распределения $cv = 2$.

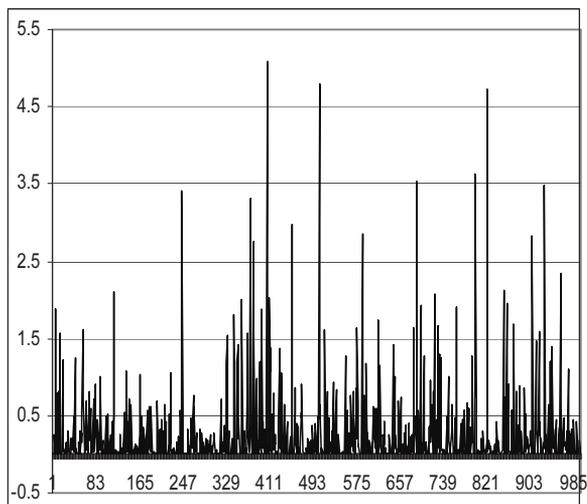


Рис. 3. Число отсчетов процесса $N = 1000$

Из рис. 3-6 видно, что рассматриваемый случайный процесс при укрупнении временных интервалов, сохраняет свои характеристики, то есть он самоподобен. Дальнейшие расчеты по определению коэффи-

циента Херста из соотношения (3) показывают (см. рис. 7), что он равен 0,56. Тем самым предположение о том, что если коэффициент вариации определенного закона распределения больше 1 ($cv > 1$), то и коэффициент Херста H с таким законом распределения, выше 0,5 полностью подтверждается.

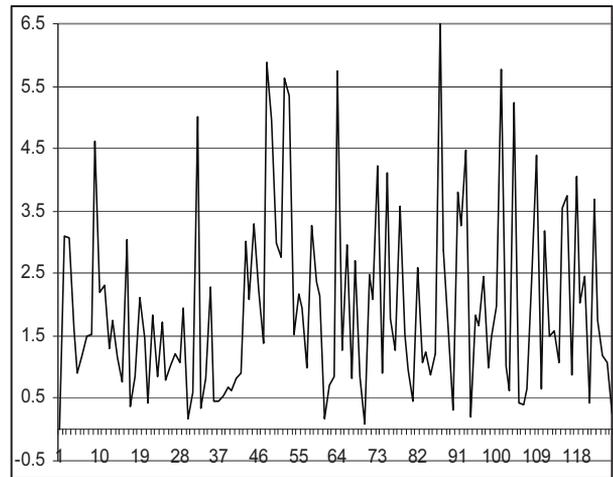


Рис. 4. Число отсчетов процесса $N = 500$

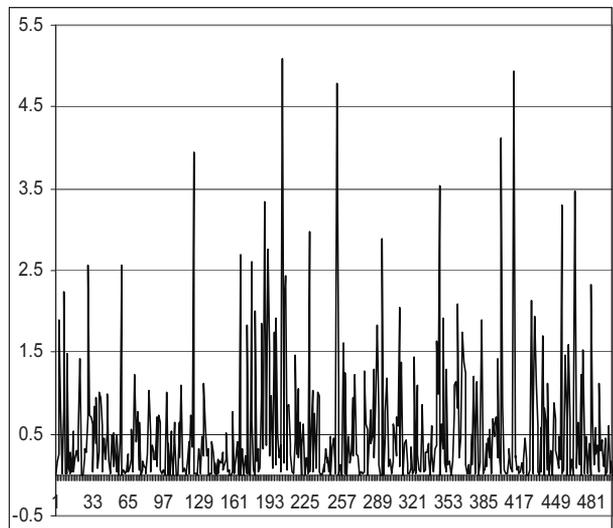


Рис. 5. Число отсчетов процесса $N = 250$

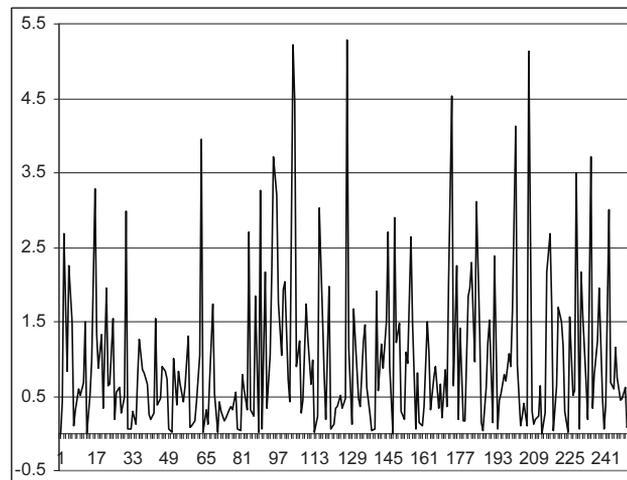
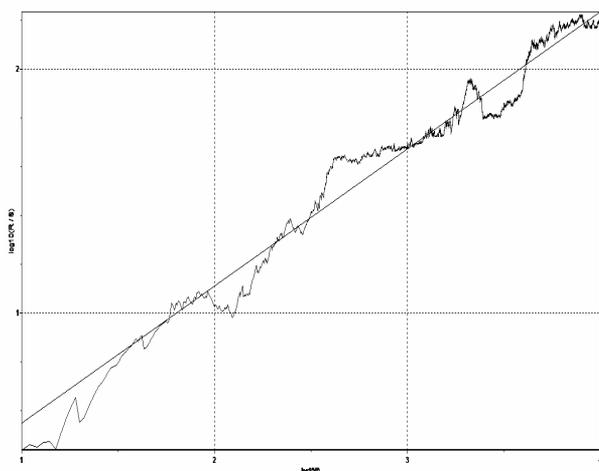


Рис. 6. Число отсчетов процесса $N = 125$

Рис. 7. Зависимость $\lg(R/S)$ от $\lg N$

В таблицах 1-3 приведены результаты моделирования каналов связи в виде различных

Таблица 1

Загрузка ρ	Среднее время ожидания \bar{W} для системы $GI/M/1$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
СМО $M/M/1$	0,11	0,25	0,43	0,67	1,0	1,5	2,33	4,0	9,0	19,0
Метод ДДА	0,28	0,68	1,29	1,89	2,55	3,93	6,08	10,32	22,93	48,0
Результаты имитационного моделирования Гамма-распределение	0,29	0,64	1,10	1,67	2,54	3,76	5,82	10,01	22,35	46,25
Результаты имитационного моделирования Распределение Вейбулла	0,28	0,63	1,08	1,67	2,51	3,77	5,87	10,29	23,27	47,34

Таблица 2

Загрузка ρ	Среднее время ожидания \bar{W} для системы $M/G/1$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
СМО $M/M/1$	0,11	0,25	0,43	0,67	1,0	1,5	2,33	4,0	9,0	19,0
Формула Полячека-Хинчина	0,28	0,63	1,07	1,67	2,50	3,75	5,83	10,0	22,50	47,50
Метод ДДА	0,24	0,63	1,05	1,63	2,45	3,68	5,76	9,94	22,47	47,52
Результаты имитационного моделирования Гамма-распределение	0,39	0,89	1,35	1,97	2,79	4,67	6,82	11,12	23,34	46,77
Результаты имитационного моделирования Распределение Вейбулла	0,49	0,89	1,35	1,96	2,79	4,03	6,08	10,37	22,75	51,32

Таблица 3

Загрузка ρ	Среднее время ожидания \bar{W} для системы $GI/G/1$									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
СМО $M/M/1$	0,11	0,25	0,43	0,67	1,0	1,5	2,33	4,0	9,0	19,0
Формула Полячека-Хинчина	0,28	0,63	1,07	1,67	2,50	3,75	5,83	10,0	22,50	47,50
Метод ДДА	0,63	1,42	2,50	4,03	5,95	6,48	9,89	16,63	36,66	76,67
Результаты имитационного моделирования Гамма-распределение	1,14	1,82	2,63	3,66	5,02	7,04	10,32	17,19	36,28	78,05
Результаты имитационного моделирования Распределение Вейбулла	0,78	1,42	2,18	3,19	4,53	6,56	9,88	16,94	37,35	81,86

систем массового обслуживания при диапазоне изменения коэффициента загрузки от 0,1 до 0,95. При этом определялась основная характеристика системы – среднее время ожидания требования в системе \bar{W} в зависимости от загрузки ρ . Среднее время обслуживания во всех расчетах принято за 1, то есть использовано нормированное время обслуживания. Здесь использованы следующие сокращения: $M/M/1$ – система с пуассоновским входным потоком и с экспоненциальным временем обслуживания; $GI/M/1$ – система с произвольным рекуррентным входным потоком и с экспоненциальным временем обслуживания; $M/G/1$ – система с пуассоновским входным потоком и произвольно распределенным временем обслуживания; ДДА – метод двумерной диффузионной аппроксимации СМО.

Из таблицы 1 видно, что если входной трафик распределен по закону гамма или Вейбулла с характеристиками $m_\tau = D_\tau = 0,25$ (коэффициент вариации распределения $cv = 2,0$), то значения для среднего времени ожидания \bar{W} отличаются от результатов классической модели $M/M/1$ примерно в 2,5 раза в большую сторону. Следовательно, классическая модель с пуассоновским входным потоком и экспоненциальным временем обслуживания сильно недооценивает среднее время ожидания требования в очереди в случае самоподобного трафика. Примерно такая же картина наблюдается в том случае, если рассматривать случай пуассоновского входного трафика и времени обслуживания с распределением с весовым хвостом (см. таблицу 2). Результаты таблицы 3 показывают, насколько ухудшаются харак-

теристики системы в том случае, когда и входной поток и время обслуживания имеют распределение с весовым хвостом.

Теперь рассмотрим поведение другой важной характеристики системы – вероятности потери пакетов $P_{\text{отк}}$ в случае конечного объема канального буфера. Для этого в таблице 4 приведены расчеты этого показателя для разных моделей систем: $M/M/1$; $GI/M/1$; $M/G/1$; $GI/G/1$ в зависимости от загрузки ρ и объема буфера m . Для определенности рассмотрен случай объема канального буфера $m = 2$. Результаты вычислительных экспериментов, приведенные в таблице 4 также показывают, что классическая пуассоновская модель трафика сильно недооценивает вероятность потерь пакетов в случае распределений с весовым хвостом.

Таблица 4

Загрузка ρ	Вероятность потери требования $P_{\text{отк}}$ (объем буфера $m = 2$)									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
СМО $M/M/1$ формула Эрланга	0,005	0,016	0,033	0,054	0,077	0,101	0,126	0,151	0,176	0,188
Результаты имитационного моделирования $GI/M/1$	0,121	0,161	0,190	0,211	0,230	0,246	0,260	0,271	0,282	0,287
Результаты имитационного моделирования $M/G/1$	0,122	0,163	0,194	0,212	0,231	0,248	0,263	0,272	0,284	0,288

Заключение

За последнее десятилетие появилось достаточное количество работ в области исследования самоподобных процессов как моделей сетевого трафика, большинство которых посвящены их теоретическому анализу через автокорреляцию с вычислением коэффициента Херста. Однако среди них мало работ, посвященных практическому расчету показателей производительности сетевых структур при наличии такого трафика из-за отсутствия математического и программного инструментария для этого. В данной работе для анализа и расчета характеристик непуассоновских моделей трафика предлагается использовать разработанный авторами математический и программный инструментарий, основанный на методе двумерной диффузионной аппроксимации процессов функционирования СМО типа $GI/G/k/m$ [4-5] и программной системы имитации таких систем [6].

Вычислительные эксперименты, проведенные с использованием предлагаемого инструментария, напрямую подтверждают тот факт, что пуассоновские модели сетевого трафика обеспе-

чивают слишком оптимистические показатели производительности сетевых структур, недооценивая как задержки пакетов, так и вероятности их потерь. По мнению авторов, предлагаемый инструментарий и полученные результаты могут быть интересны специалистам, которые занимаются вопросами теории телетрафика и самоподобных процессов.

Литература

1. Петров В.В. Структура телетрафика и алгоритм обеспечения качества обслуживания при влиянии эффекта самоподобия. М.: Изд. МЭИ, 2005. – 199 с.
2. Осин А.В. Влияние самоподобности речевого трафика на качество обслуживания в телекоммуникационных сетях. М: Изд. МГУС, 2005. – 164 с.
3. Dang T.D., Sonkoly B., Molnar S. Fractal analysis and modeling of VoIP traffic // Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium. – NETWORKS 2004, 11th International, 2004. – 123-130 p.
4. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Организация интерактивной системы вероятностного моде-

лирования стохастических систем // Известия СНЦ РАН, Самара, №1, 2003. – С. 119-126.

5. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Компьютерное моделирование вычислительных систем. Теория, алгоритмы, программы. Оренбург: Изд. ОГУ, 2005. – 225 с.

6. Тарасов В.Н., Карташевский И.В. Программно реализованная имитационная модель массового обслуживания общего вида // ИКТ. Т.7, №2, 2009. – С. 63-68.

УДК 621.391

СРЕДНЯЯ ДОЛЯ НЕДООБСЛУЖИВАНИЯ ЗАЯВОК В СИСТЕМАХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Лихтциндер Б.Я., Макаров И.С.

Вводится характеристика СМО – средняя доля недообслуженных заявок. Показано, что указанная характеристика определяется разностью второго и первого начальных моментов числа заявок, поступающих в течение каждого интервала времени обслуживания.

Среднее значение времени дообслуживания заявок является одной из характеристик систем массового обслуживания (СМО). Она характеризует среднее время, необходимое для завершения обслуживания ранее выбранной заявки [1]. Это время учитывает, что на момент поступления очередной заявки в системе может не оказаться ни одной заявки, то есть предыдущая заявка была обслужена полностью и время ее дообслуживания равно нулю. Вместе с тем, имеется еще одна не менее важная характеристика, которой, на наш взгляд, в теории СМО уделяется недостаточное внимание. Это – средняя доля недообслуживания заявок. Она характеризуется средним числом недообслуженных заявок, за время обслуживания очередной заявки. При этом может оказаться, что в течение указанного времени в систему не поступает ни одной заявки и число недообслуженных заявок будет равно нулю.

В [2] показано, что основное влияние на процесс формирования очередей в СМО оказывают математическое ожидание $E(n)$ и второй начальный момент $E(n^2)$ числа заявок, приходящихся на одну обработанную заявку.

$$q = \frac{E(n^2) - E(n)}{2(1 - E(n))}, \quad (1)$$

где q – средняя длина очереди в одноприборной СМО. При анализе СМО поток заявок обычно характеризуется плотностями вероятностей распределения интервалов времени между соседними заявками $W(\mathcal{G})$ и распределения интервалов времени обработки указанных заявок $W(\tau)$. В данной работе мы попытаемся установить зависимости между указанными временными характеристиками и средней долей недообслуженных заявок в СМО.

Анализ проведем с использованием функций распределения вероятностей интервалов между соседними заявками для потоков различного порядка, получаемых путем разреживания исходного потока.

На рис. 1. показана временная диаграмма исходного стационарного рекуррентного потока заявок, для которого случайная величина \mathcal{G}_1 интервалов между соседними заявками распределена по закону, имеющему плотность вероятностей $W(\mathcal{G})$ и функцию распределения вероятностей

$$F_1(\tau) = P(\mathcal{G}_1 \leq \tau) = \int_0^{\tau} W(\mathcal{G}) d\mathcal{G}. \quad (2)$$

На том же рис. 1 показаны потоки заявок более высоких порядков, для которых

$$F_n(\tau) = P(\mathcal{G}_n \leq \tau), \quad (3)$$

где $\mathcal{G}_n = \sum_{k=1}^n \mathcal{G}_k$. Функции распределения вероятностей для потоков n -го порядка назовем образующими функциями.

Поток, соответствующий образующей функции n -го порядка, получается путем удаления из исходного потока подряд $(n-1)$ заявок, с сохранением каждой n -ой заявки. Следовательно, функция распределения вероятностей интервалов для исходного потока имеет первый порядок $F_1(\tau) = F(\tau)$, поскольку из него не удаляется ни одной заявки.

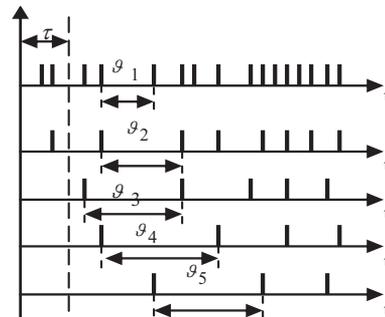


Рис. 1. Разреживание потока