

2. Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем М.: Физматлит, 2003. – 288 с.
3. Малашонок Г.И., Аветисян А.И., Валеев Ю.Д., Зуев М.С. Параллельные алгоритмы компьютерной алгебры // Труды Института Системного Программирования РАН. 2004. – С. 169-180.
4. D'Alberto P., Nicolau A. Adaptive Strassen's matrix multiplication // International Conference on Supercomputing, Proceedings of the 21st Annual International Conference on Supercomputing. Seattle, Washington. 2007. – P. 284-292.
5. Bailey D.H., Gerguson H.R.P. A Strassen-Newton algorithm for high-speed parallelizable matrix inversion // Conference on High Performance Networking and Computing. Proceedings of the 1988 ACM/IEEE Conference on Supercomputing. Orlando, Florida, USA, 1988. – P. 419-424.
6. Intel 64 and IA-32 Architectures Optimization Manual / Intel. 2002. – Section C.
7. НТЦ «Модуль». Архитектура процессора цифровой обработки сигналов Л1879ВМ1 (NM6403) / НТЦ «Модуль». 2006. <http://www.module.ru/files/nm6403arch-r.pdf>.

УДК 621.396.4

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ В ВИДЕ ОБОБЩЕННОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

Григоров И.В.

Рассматривается способ реализации нелинейных фазовых фильтров, построенных на основе модели в виде обобщенного нелинейного уравнения Шредингера, в котором учитывается дисперсионные эффекты высших порядков.

Введение

Нелинейные фазовые фильтры (НФФ) [1-2] представляют собой сравнительно новый класс устройств цифровой обработки сигналов. Они являются достаточно универсальными и могут использоваться для решения ряда радиотехнических задач, в частности для компенсации дисперсионных искажений в различных каналах связи, в том числе и волоконно-оптических [3-4]. НФФ обычно строятся на основе модели в виде нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) следующего вида:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + f(\Psi) \Psi = 0, \quad (1)$$

где $f(\Psi)$ – произвольная нелинейная функция характеризующая вид нелинейности фильтра, α – постоянный параметр. Уравнение (1) используется в различных областях физики для описания нелинейных волновых процессов. В частности, в нелинейной оптике оно описывает процесс распространения оптических импульсов с комплексной огибающей $\Psi(\eta, \tau)$ по нелинейным оптическим волокнам (ОВ). В этом случае нелинейная функция $f(\Psi)$ выбирается квадратичной (такая нелинейность ОВ называется кубической)

$$f(\Psi) = \kappa |\Psi|^2, \quad (2)$$

здесь κ – параметр нелинейности ОВ. Уравнение (1) в этом случае принимает вид [5]:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} + \alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + \kappa |\Psi|^2 \Psi = 0, \quad (3)$$

здесь η и τ имеют смысл, соответственно, пространственной и временной координат, а α – параметр, влияющий на степень дисперсионного уширения оптического импульса в процессе эволюции.

Нелинейный фазовый фильтр представляет собой устройство цифровой обработки сигналов, которое можно рассматривать как цифровой аналог (1) или, в частности, (2). Он реализуется на основе метода расщепления по физическим факторам [5] и, в простейшем случае, реализуется в виде двух последовательно соединенных звеньев – нелинейного и линейного. Эти звенья имеют соответственно коэффициент преобразования мгновенных значений

$$H(\Psi) = \exp[i f(\Psi)] \quad (4)$$

и импульсную характеристику

$$g(\tau) = g_0 \exp\left(\frac{i a \tau^2}{2}\right), \quad (5)$$

или соответствующую передаточную функцию

$$G(i\omega) = \exp(-i a \Delta \eta \omega^2), \quad (6)$$

где a и g_0 – постоянные коэффициенты вида

$$a = \frac{1}{2\alpha\Delta\eta}, \quad (7)$$

$$g_0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha\Delta\eta}} \exp\left(i\frac{3\pi}{4}\right), \quad (8)$$

$\Delta\eta$ – шаг по пространственной координате η .

Реализация НФФ на основе модели в виде обобщенного НУШ

Модель нелинейного оптического волокна вида (2) является достаточно приближенной. В ней не учитываются как дисперсионные, так и нелинейные эффекты высших порядков. Более точно нелинейное ОВ описывается обобщенным НУШ

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial\eta} = N(\Psi)\Psi, \quad (9)$$

где $N(\Psi)$ – нелинейный дифференциальный оператор вида:

$$N(\Psi) = \sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \frac{\partial^r}{\partial\tau^r} - f(\Psi), \quad (10)$$

в котором α_r – дисперсионные параметры порядка r , определяемые выражением:

$$\alpha_r = \frac{1}{2\beta_0 r!} \left(\frac{2}{\beta_2}\right)^r \left(\frac{\partial^r \beta}{\partial\omega^r}\right)_{\omega=\omega_0}, \quad (11)$$

где

$$\beta_r = \left(\frac{\partial^r \beta}{\partial\omega^r}\right)_{\omega=\omega_0} \quad (12)$$

– коэффициенты разложения постоянной распространения ОВ $\beta(\omega)$ в ряд Тейлора вблизи центральной частоты ω_0 спектра импульса на входе ОВ с комплексной огибающей $\Psi(\eta, \tau)$:

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots \quad (13)$$

Коэффициент β_2 определяется показателем преломления кварца $n(\omega)$ и зависит от длины волны λ и скорости света в вакууме c и определяется выражением

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial\omega^2}\right)_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{c} \left(2 \frac{dn}{d\omega} + \omega \frac{d^2 n}{d\omega^2}\right) \approx \\ &\approx \frac{\omega}{c} \frac{d^2 n}{d\omega^2} \approx \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

Этот коэффициент играет важную роль, так как определяет знак дисперсии ОВ и называется дисперсией групповых скоростей (ДГС). Если $\beta_2 > 0$, дисперсия является нормальной, а если $\beta_2 < 0$ – аномальной.

Рассмотрим способ построения НФФ на основе уравнения (9) с целью повышения эффективности временной компрессии импульсных сигналов. Эта модель также не учитывает нелинейные эффекты высших порядков, такие как дисперсия нелинейности и запаздывание нелинейного отклика [3]. Но из-за трудности их учета при реализации НФФ, ограничимся только указанной моделью. Запишем выражение (10) в развернутом виде:

$$N(\Psi) = -\alpha_2 \frac{\partial^2}{\partial\tau^2} + i\alpha_3 \frac{\partial^3}{\partial\tau^3} + \alpha_4 \frac{\partial^4}{\partial\tau^4} \dots - f(\Psi). \quad (15)$$

Выражение (9) при этом примет вид

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial\eta} + \alpha_2 \frac{\partial^2\Psi}{\partial\tau^2} - i\alpha_3 \frac{\partial^3\Psi}{\partial\tau^3} - \alpha_4 \frac{\partial^4\Psi}{\partial\tau^4} \dots + f(\Psi)\Psi = 0 \quad (16)$$

или

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial\eta} - \sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \frac{\partial^r\Psi}{\partial\tau^r} + f(\Psi)\Psi = 0. \quad (17)$$

Очевидно, что характеристика преобразования мгновенных значений нелинейного звена при этом не изменится:

$$H(\Psi) = \exp[i f(\Psi)]. \quad (18)$$

Для вычисления характеристик линейного звена удобно рассмотреть линейризованное уравнение Шредингера, полученное из (15) при условии $f(\Psi) = 0$:

$$\begin{aligned} i\frac{\partial\Psi}{\partial\eta} &= -\alpha_2 \frac{\partial^2\Psi}{\partial\tau^2} + i\alpha_3 \frac{\partial^3\Psi}{\partial\tau^3} + \alpha_4 \frac{\partial^4\Psi}{\partial\tau^4} + \dots = \\ &= \sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \frac{\partial^r\Psi}{\partial\tau^r}. \end{aligned} \quad (19)$$

Найдем преобразование Фурье левой и правой частей (19):

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} i\left(\frac{\partial\Psi}{\partial\eta}\right) e^{-i\omega\tau} d\tau &= i \frac{d}{d\eta} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\eta, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \right] = \\ &= i \frac{d\tilde{\Psi}(\eta, i\omega)}{d\eta}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \frac{\partial^r\Psi}{\partial\tau^r} \right] e^{-i\omega\tau} d\tau = \sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^r\Psi}{\partial\tau^r} e^{-i\omega\tau} d\tau = \quad (21)$$

$$= \sum_{r=2}^R (-i)^r \alpha_r \cdot (i\omega)^r \tilde{\Psi}(\eta, i\omega) = \tilde{\Psi} \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r,$$

здесь $\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}(\eta, i\omega)$ – преобразование Фурье огибающей $\Psi(\eta, \tau)$. Приравнивая правые части (20) и (21) получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$i \frac{d\tilde{\Psi}}{d\eta} = \tilde{\Psi} \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r, \quad (22)$$

или

$$\frac{d\tilde{\Psi}}{d\eta} = -i \tilde{\Psi} \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r, \quad (23)$$

которое легко интегрируется:

$$\tilde{\Psi} = C \exp\left(-i\eta \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r\right). \quad (24)$$

Постоянную интегрирования C определяем из начального условия:

$$\eta = 0, \quad \tilde{\Psi}(0, i\omega) = \tilde{\Psi}_0. \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24) получим

$$C = \tilde{\Psi}_0, \quad (26)$$

следовательно

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0 \exp\left(-i\eta \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r\right). \quad (27)$$

Таким образом, искомая передаточная функция линейного звена НФФ с произвольным пространственным параметром η определится выражением

$$G(\eta, i\omega) = \frac{\tilde{\Psi}(\eta, i\omega)}{\tilde{\Psi}_0(\eta, i\omega)} = \exp\left(-i\eta \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r\right). \quad (28)$$

Передаточная функция линейного звена, входящего в НФФ, должна иметь достаточно малый пространственный параметр $\eta = \Delta\eta$ [2]. Для такого звена функция (28) примет вид

$$G(i\omega) = G(\Delta\eta, i\omega) = \exp\left(-i\Delta\eta \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r\right). \quad (29)$$

В частном случае, когда $R = 2$ выражение (29) будет иметь вид

$$G(i\omega) = \exp(-i\Delta\eta \alpha_2 \omega^2). \quad (30)$$

Это выражение совпадает с (6) при условии $\alpha = \alpha_2$.

В общем случае при $R > 2$ (29) можно записать в развернутой форме

$$\begin{aligned} G(i\omega) &= \exp\{-i\Delta\eta(\alpha_2 \omega^2 + \alpha_3 \omega^3 + \dots + \alpha_r \omega^r)\} = \\ &= \exp(-i\Delta\eta \alpha_2 \omega^2) \cdot \exp(-i\Delta\eta \alpha_3 \omega^3) \cdot \dots \\ &\cdot \exp(-i\Delta\eta \alpha_r \omega^r) = G_2(i\omega) \cdot G_3(i\omega) \cdot \dots \cdot G_R(i\omega) = \quad (31) \\ &= \prod_{r=2}^R G_r(i\omega), \end{aligned}$$

где $G_r(i\omega) = \exp(-i\Delta\eta \alpha_r \omega^r)$.

Таким образом, простейший НФФ, основанный на модели вида (9) – (10), можно реализовать в виде одного нелинейного звена с характеристикой преобразования мгновенных значений вида (4), а также r последовательно соединенных линейных звеньев с передаточными функциями вида (32). Ввиду сложности такого линейного звена, а также с целью уменьшения задержки сигнала в нем (которая будет расти с увеличением R) целесообразнее реализовать линейное звено в виде одного фазового звена с полиномиальной фазочастотной характеристикой (ФЧХ):

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arg[G(i\omega)] = -i\Delta\eta \sum_{r=2}^R \alpha_r \omega^r = \quad (32) \\ &= -i\Delta\eta(\alpha_2 \omega^2 + \alpha_3 \omega^3 + \dots + \alpha_r \omega^r). \end{aligned}$$

Выводы

Линейное звено НФФ легко может быть реализовано в цифровой форме с использованием алгоритма быстрого преобразования Фурье [1], аналогично простейшему линейному звену с передаточной функцией (30), имеющему квадратичную ФЧХ. Для дальнейшего увеличения эффективности временной компрессии сигналов число таких наборов нелинейных и линейных звеньев необходимо увеличить. Кроме того, возникает необходимость совместной оптимизации параметров линейного и нелинейного звеньев с целью повышения эффективности его работы. Но эта задача выходит за рамки данной статьи и требует дополнительного исследования.

Литература

1. Shirokov S.M., Grigоров I.V. Suppression of impulsive noise at space-time signals and images processing with use of nonlinear phase filters // Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics. Vol. XII. Orlando, Florida, USA, 2001. – P. 401-404.
2. Григоров И.В., Широков С.М. Применение теории нелинейных волновых процессов в радиотехнике и телекоммуникациях. М.: Радио и связь, 2006. – 351 с.

3. Grigorov I.V. Research compressing of properties nonlinear phase filters // Optical Technologies for Telecommunications. Proceedings of SPIE. Vol. 6605, 2006. – P. 41-48.
4. Grigorov I.V. Transformation of probability characteristics of random processes to nonlinear part of nonlinear phase filters // Optical Technologies for Telecommunications. Proceedings of SPIE. Vol. 7026, 2007. – P. 82-89.
5. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. М.: Мир, 1996. – 328 с.

УДК 621.396.67

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С НЕОДНОРОДНЫМ СЛОЕМ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКА

Панин Д.Н.

Предложена методика численного моделирования взаимодействия электромагнитного излучения с неоднородным слоем магнитоэлектрика. Получено дифференциальное уравнение для коэффициента отражения волны от усеченного слоя.

Введение

В области практических приложений теории электромагнитных волн наиболее характерны задачи об их взаимодействии с неоднородными и нелинейными средами [1]. В последнее время наиболее актуальным является вопрос о создании малоотражающих покрытий, применяемых в качестве экранирования большинства приборов и устройств техники СВЧ от воздействия электромагнитного излучения [2]. Так, например, в работе [3] предложено использование экспоненциально неоднородного слоя магнитоэлектрика, нанесенного на металл, для создания практически не отражающего радиоволны покрытия. В настоящей работе проведен численный анализ отражений от такого слоя, но при произвольном угле падения электромагнитной волны с Е и Н-поляризацией, причем величину волнового сопротивления среды, на которую нанесен магнитоэлектрик, мы можем варьировать.

Наклонное падение электромагнитной волны с Н-поляризацией на слой неоднородного магнитоэлектрика

Рассмотрим электродинамическую систему, представляющую собой слой магнитоэлектрика, расположенный в координатных плоскостях декартовой системы координат (рис.1).

Левая граница слоя находится в плоскости $x=0$, а правая – $x=L$. В дальнейшем пространство $x < 0$, будем обозначать как область

1, а пространство $x > L$, как область 2. В области 1 на границу слоя под углом θ падает плоская волна с Н-поляризацией, с напряженностью электрического $E_s = [-E_{sx}, 0, E_{sz}]$ и магнитного $H_s = [0, -H_{sy}, 0]$ полей, описываемыми выражениями:

$$E_{sx}(x, z, t) = -E_0 \sin \theta e^{j(\omega t - k_0 x \cos \theta - k_0 z \sin \theta)},$$

$$E_{sz}(x, z, t) = E_0 \cos \theta e^{j(\omega t - k_0 x \cos \theta - k_0 z \sin \theta)},$$

$$H_{sy}(x, z, t) = -\frac{E_0}{Z_0} e^{j(\omega t - k_0 x \cos \theta - k_0 z \sin \theta)},$$

где $Z_0 = \sqrt{\mu_0 / \varepsilon_0}$ – волновое сопротивление области 1, k_0 – волновое число в вакууме.

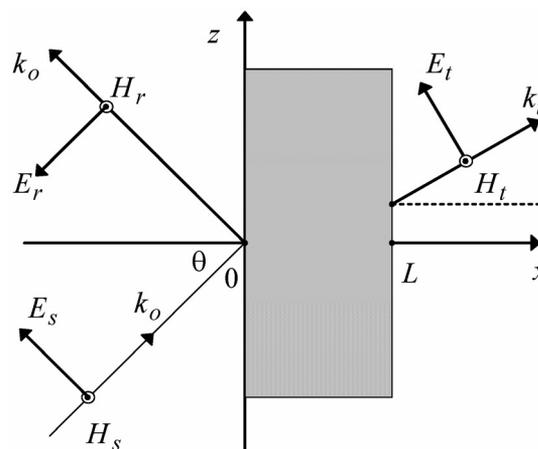


Рис. 1. Наклонное падение электромагнитной волны Н-поляризации на слой неоднородного магнитоэлектрика

Кроме падающей волны в области 1 в общем случае существует также отраженная волна, имеющая y -компоненту магнитного поля и x -компоненту, z -компоненту напряженности электрического поля.