Заключение

Введение усиливающей среды в полость волновода с запредельными размерами позволяет получить существенно большее (на несколько порядков) усиление сигнала в запредельной области длин волн по сравнению с усилением в области пропускания волновода, заполненного такой же средой. Одновременно наблюдается увеличение фазовой скорости и уменьшение групповой скорости распространения волн. Анализ показывает, что коэффициент усиления остается высоким даже при малых значениях параметра усиления среды.

Усиление в запредельной области частот наблюдается для всех типов волн. Усиление возрастает при уменьшении поперечных размеров волноводной структуры (меньших критического значения $a < a_{mcr}$). Усиление при заданном параметре a/λ растет также с увеличением m и n, то есть моды с высокими индексами имеют больший коэффициент усиления.

Таким образом, для получения высокого коэффициента усиления целесообразно использовать волноводные структуры сверхмалых (субволновых) поперечных размеров m. Это показывает принципиально новую возможность сверхминиатюризации волноводных компонентов схем за счет использования активных сред. Это особенно актуально, например, в дециметровом диапазоне длин волн и в низкочастотной части СВЧ диапазона. Выбор минимальных размеров волноводов в этом случае ограничен только допустимым уровнем передаваемой мощности и проблемами технологии производства. При этом обеспечить возможность передачи достаточно высокого уровня мощности можно за счет накачки в волновод активного газа [2], пробивная напряженность поля в котором выше, чем у воздуха.

Литература

1. Пименов Ю.В., Вольман В.И., Муравцов А.Д. Техническая электродинамика. М.: Радио и связь, 2002. – 536 с.
2. Желтиков А.М. Сверхкороткие импульсы в полых волноводах УФН. 2002. Т.172. №7. – С. 743.)
3. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. – 616 с.
4. Okamoto K. Fundamentals of optical waveguides. San Diego: Academic Press, 2000. – 430 p.
5. Андреев В.А., Бурдин А.В. Многомодовые оптические волокна. Теория и приложения на высокоскоростных сетях связи. М.: Радио и связь, 2004. – 248 с.
6. Stange S. The future of multimode fiber // Lightwave. V.16(11), 1999. – 58-68 p.
7. Felsen L., Marcuvitz N. Radiation and Scaterring of Waves. New Jersey, Prestice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1973. – 201-255 p.
8. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. – 544 с.
9. Бухман Н.С. О скорости распространения волнового пакета в усиливающей среде // Квантовая электроника. Т.31. №9, 2001. – С. 774-780.

УДК 621.396.6

СОВМЕСТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОГИБАЮЩИХ С УЧЕТОМ КОРРЕЛЯЦИИ

Куликов В.В., Малофей О.П., Маслов О.Н., Потягов Д.А.

Получен закон распределения огибающих в симметричном виде для узкополосного сигнала в канале с замираниями, когда в точку приема приходит два луча и общий сигнал представляет суперпозицию этих сигналов.

Задачи с математическими моделями, представленными в симметричном виде, зачастую решаются более просто, чем такие же задачи с моделями в несимметричном виде. Типичным примером является распространение понятия спектра на область отрицательных значений. Для описания каналов связи известно [1] совместное распределение плотности вероятности огибающих с учетом их корреляции в нессиметричном виде. Целью данной статьи является получение закона распределения огибающих с учетом их взаимной корреляции в симметричном относительно друг друга виде.

Обычно сигналы, используемые для передачи информации по радиоканалу, являются узкополосными. Узкополосный сигнал $s(t)$ описывается изменениями огибающей $S(t)$ и фазы $\theta(t)$, изменяющимися значительно медленнее по сравнению с фазой высокочастотного заполнения $\omega_0 t$ при использовании записи вида $s(t) = S(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t)]$.

При распространении по каналам связи с переменными параметрами сигнал подвергается воздействию мультипликативной помехи посредством коэффициента передачи $k(t)$: $u(t)=k(t)s(t)$, который изменяет фазу и амплитуду узкополосного сигнала. В каналах с замираниями в точку приема приходит множество лучей, и общий сигнал представляет суперпозицию сигналов $u_i(t)$:

$$u(t)=\sum_{i=1}^{n} u_i(t). \qquad (1)$$

Будем считать, что в (1) узкополосные сигналы $u_i(t)$ можно разложить на квадратурные составляющие (КС) X_i и Y_i, распределенные по нормальному закону:

$$u_i(t)=A_i\cos(\omega_0 t+\theta_i)=X_i\cos(\omega_0 t)-Y_i\sin(\omega_0 t)$$

с математическими ожиданиями m_X и m_Y и дисперсиями $\sigma_x^2=\sigma_y^2=\sigma^2$. Коэффициент корреляции между одноименными КС $r_{X_iY_i}=0$, а между КС разных сигналов $r_{X_iY_j}=0$, $r_{X_iX_j}=r_{Y_iY_j}=r_{i,j}$.

Плотность распределения вероятности (ПРВ) n-мерного нормального закона такого закона имеет вид [2]:

$$w_n(z_1,z_2,...,z_n)=\frac{\sqrt{\left|K^{-1}\right|}}{(2\pi)^{n/2}}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}K_{i,j}^{-1}(z_i-m_{z_i})(z_j-m_{z_j})\right\}, \qquad (2)$$

где $\left|K^{-1}\right|$ – определитель матрицы K^{-1}, обратной корреляционной матрице $K=\left\|K_{i,j}\right\|$;

$K_{i,j}^{-1}=(-1)^{i+j}\dfrac{M_{i,j}}{|K|}$, где $|K|$ – определитель корреляционной матрицы $K=\left\|K_{i,j}\right\|$; $M_{i,j}$ – минор определителя $|K|$, получаемый из него вычеркиванием i-ой строки и j-го столбца.

Считая нечетные номера переменных z в (2) через КС X_i, а четные через КС Y_i, можно для двух сигналов (n = 2) с коэффициентом $r_{i,j}=r$ корреляционную матрицу представить в виде

$$K=\sigma^2\begin{bmatrix}1 & 0 & r & 0\\ 0 & 1 & 0 & r\\ r & 0 & 1 & 0\\ 0 & r & 0 & 1\end{bmatrix}.$$

Определитель этой матрицы равен $|K|=\sigma^8(1-r^2)^2$. Обращение матрицы K приводит к матрице вида

$$K^{-1}=\frac{1}{\sigma^2(1-r^2)}\begin{bmatrix}1 & 0 & -r & 0\\ 0 & 1 & 0 & -r\\ -r & 0 & 1 & 0\\ 0 & -r & 0 & 1\end{bmatrix},$$

определитель которой равен $\left|K^{-1}\right|=\dfrac{1}{\sigma^8(1-r^2)^2}$.

Тогда закон (2) примет вид

$$w_2(X_1,Y_1,X_2,Y_2)=\frac{1}{\sigma^4(1-r^2)(2\pi)^2}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2(1-r^2)}\left[\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}k_{i,j}(X_i-m_{X_i})(X_j-m_{X_j})+\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}k_{i,j}(Y_i-m_{Y_i})(Y_j-m_{Y_j})\right]\right\}, \qquad (4)$$

где $k_{i,j}=\begin{cases}1, & i=j;\\ -r, & i\neq j.\end{cases}$

Преобразуем (4) к полярным координатам

$$X_i=A_i\cos\theta_i;\ Y_i=A_i\sin\theta_i;$$
$$A_i=\sqrt{X_i^2+Y_i^2};\ \theta_i=arctg\frac{Y_i}{X_i}. \qquad (5)$$

Аналогичным образом для регулярных составляющих амплитуд α и фаз β получим

$$m_{X_i}=\alpha\cos\beta;\ m_{Y_i}=\alpha\sin\beta;$$
$$\alpha=\sqrt{m_{X_i}^2+m_{Y_i}^2};\ \beta=arctg\frac{m_{Y_i}^2}{m_{X_i}^2}.$$

Вычислим якобиан преобразования

$$\Delta=\begin{vmatrix}\frac{dX_1}{dA_1} & \frac{dX_1}{d\theta_1} & \frac{dX_1}{dA_2} & \frac{dX_1}{d\theta_2}\\ \frac{dY_1}{dA_1} & \frac{dY_1}{d\theta_1} & \frac{dY_1}{dA_2} & \frac{dY_1}{d\theta_2}\\ \frac{dX_2}{dA_1} & \frac{dX_2}{d\theta_1} & \frac{dX_2}{dA_2} & \frac{dX_2}{d\theta_2}\\ \frac{dY_2}{dA_1} & \frac{dY_2}{d\theta_1} & \frac{dY_2}{dA_2} & \frac{dY_2}{d\theta_2}\end{vmatrix},$$

который с учетом (5) равняется

$$\Delta=\begin{vmatrix}\cos\theta_1 & -A_1\sin\theta_1 & 0 & 0\\ \sin\theta_1 & A_1\cos\theta_1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \cos\theta_2 & -A_2\sin\theta_2\\ 0 & 0 & \sin\theta_2 & A_2\cos\theta_2\end{vmatrix}=A_1A_2.$$

В полярных координатах ПРВ получается заменой переменных в (4) на новые (5) с учетом якобиана преобразования $\Delta=A_1A_2$:

$$w_2(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2) = w_2(X_1,Y_1,X_2,Y_2)\Delta .$$

Для простоты примем регулярные составляющие фаз $\beta = 0$. Тогда после тригонометрических преобразований получим

$$w_2(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2) = \frac{A_1 A_2}{\sigma^4(1-r^2)(2\pi)^2}\times \times \exp\left\{-\frac{\Psi(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2,\alpha,r)}{2\sigma^2(1-r^2)}\right\}, \quad (6)$$

где для удобства при дальнейшем анализе введена функция

$$\Psi(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2,\alpha,r) = A_1^2 + A_2^2 + 2\alpha(1-r)[\alpha - A_1\cos\theta_1 - A_2\cos\theta_2] - 2rA_1A_2\cos(\theta_1-\theta_2) . \quad (7)$$

Для определения совместного распределения огибающих необходимо проинтегрировать (6) по всем переменным в области возможных изменений фаз $[-\pi,\pi]$. Если корреляция отсутствует ($r = 0$), получим

$$w_2(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2) = \frac{A_1 A_2}{4\pi^2\sigma^4}\times \exp\left\{-\frac{A_1^2 + A_2^2 + 2\alpha^2 - 2A_1\alpha\cos\theta_1 - 2A_2\alpha\cos\theta_2]}{2\sigma^2}\right\}.$$

Поскольку здесь переменные A_1 и A_2 независимы, совместный закон распределения огибающих принимает вид

$$W(A_1,A_2) = \frac{A_1A_2}{\sigma^4}\exp\left\{-\frac{A_1^2+A_2^2+2\alpha^2}{2\sigma^2}\right\}\times \times I_0\left(\frac{A_1\alpha}{\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{A_2\alpha}{\sigma^2}\right),$$

где $I_0(\cdot)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Для интегрирования (5) с учетом корреляции целесообразно произвести разделение переменных интегрирования. В выражении (3) области интегрирования по квадратурным составляющим представляют собой эллипсы. Поэтому и в полярной системе координат при фиксированных значениях λ в (6) функция $\Psi(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2,\alpha,r) = \lambda$ для огибающих A_1 и A_2 является эллипсом.

Введем смещение системы координат на величины m_1 и m_2, соответственно, и повернем ее на угол χ. Новые координаты U_1 и U_2 связаны со старыми соотношениями

$$\begin{cases} A_1 = (U_1\cos\chi - U_2\sin\chi) + m_1, \\ A_2 = (U_2\cos\chi + U_1\sin\chi) + m_2. \end{cases} \quad (7)$$

Обратное преобразование имеет вид

$$\begin{cases} U_1 = (A_1 - m_1)\cos\chi + (A_2 - m_2)\sin\chi, \\ U_2 = (A_2 - m_2)\cos\chi - (A_1 - m_1)\sin\chi. \end{cases} \quad (8)$$

Подставляя в (6) вместо старых координат A_1 и A_2 новые U_1 и U_2, с учетом (7) получим

$$\begin{aligned}\Psi(U_1,\theta_1,U_2,\theta_2,\alpha,r) &= U_1^2 + U_2^2 - \\ &- 2r\cos(\theta_1-\theta_2)(U_1^2 - U_2^2)\cos\chi\sin\chi - \\ &- 2U_1U_2 r\cos(\theta_1-\theta_2)(\cos^2\chi - \sin^2\chi) + \\ &+ 2(U_1\cos\chi - U_2\sin\chi)\times \\ &\times[m_1 - \alpha(1-r)\cos\theta_1 - 2rm_2\cos(\theta_1-\theta_2)] + \\ &+ 2(U_2\cos\chi + U_1\sin\chi)\times \\ &\times[m_2 - \alpha(1-r)\cos\theta_2 - 2rm_1\cos(\theta_1-\theta_2)] + \\ &+ m_1^2 + m_2^2 - 2\alpha(1-r)\times \\ &\times(m_1\cos\theta_1 + m_2\cos\theta_2 - 2rm_1m_2\cos(\theta_1-\theta_2)) + \\ &+ 2\alpha^2(1-r).\end{aligned}$$

Приравнивая коэффициент при $U_1\times U_2$ к нулю, получаем решение $\chi = \pm\pi/4$. Для устранения слагаемых с первой степенью огибающих получим систему уравнений

$$\begin{cases} m_1 - \alpha(1-r)\cos\theta_1 - rm_2\cos(\theta_1-\theta_2) = 0, \\ m_2 - \alpha(1-r)\cos\theta_2 - rm_1\cos(\theta_1-\theta_2) = 0, \end{cases}$$

решение которой имеет вид

$$M_s = m_1 + m_2 = \frac{\alpha(1-r)(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)}{1 - r\cos(\theta_1-\theta_2)}, \quad (9)$$

$$M_d = m_1 - m_2 = \frac{\alpha(1-r)(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{1 + r\cos(\theta_1-\theta_2)}, \quad (10)$$

$$m_1 = \frac{1}{2}(M_s + M_d) = = \alpha(1-r)\frac{\cos\theta_1 + r\cos\theta_2\cos(\theta_1-\theta_2)}{1 - r^2\cos^2(\theta_1-\theta_2)}, \quad (11)$$

$$m_2 = \frac{1}{2}(M_s - M_d) = = \alpha(1-r)\frac{\cos\theta_2 + r\cos\theta_1\cos(\theta_1-\theta_2)}{1 - r^2\cos^2(\theta_1-\theta_2)}. \quad (12)$$

В результате (6) принимает вид

$$\begin{aligned}\Psi(U_1,\theta_1,U_2,\theta_2,\alpha,r) &= U_1^2[1 - r\cos(\theta_1-\theta_2)] + \\ &+ U_2^2[1 + r\cos(\theta_1-\theta_2)] + 2\alpha^2(1-r) - \\ &- \frac{1}{2}\left[M_s^2\{1 - r\cos(\theta_1-\theta_2)\} + M_d^2\{1 + r\cos(\theta_1-\theta_2)\}\right]\end{aligned} \quad (13)$$

и описывает каноническое уравнение эллипса.

Результаты обратного преобразования (8) с учетом (9)-(12) приводят к соотношениям

$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}(A_1 + A_2 - M_s), \\ U_2 = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}(A_1 - A_2 - M_d), \end{cases}$$

при этом функция (13) принимает вид

$$\Psi(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2,\alpha,r) =$$
$$= A_1^2 + A_2^2 - (A_1 + A_2)M_s\left[1 - r\cos(\theta_1 - \theta_2)\right] -$$
$$-(A_1 - A_2)M_d\left[1 + r\cos(\theta_1 - \theta_2)\right] + 2\alpha^2(1-r),$$

и с учетом введенных обозначений (9-(10)

$$\Psi(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2,\alpha,r) =$$
$$= A_1^2 + A_2^2 - 2\alpha(1-r)(A_1\cos\theta_2 + A_2\cos\theta_1) + \quad (14)$$
$$+ 2\alpha^2(1-r)\,.$$

Таким образом, совместный закон можно представить в виде произведения двух компонент

$$W(A_1,\theta_1,A_2,\theta_2) = W(A_1,\theta_2)\cdot W(A_2,\theta_1), \quad (15)$$

в котором переменные как по огибающим, так и по фазам разделены, что позволяет получить симметричное выражение для совместных огибающих в виде

$$W(A_1, A_2) = \frac{A_1 A_2}{\sigma^4(1-r^2)}\times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{A_1^2 + A_2^2 + 2\alpha^2(1-r)}{2\sigma^2(1-r^2)}\right\}\times \quad (16)$$
$$\times I_0\left(\frac{A_1\alpha(1+r)}{\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{A_2\alpha(1+r)}{\sigma^2}\right).$$

Закон распределения (16) имеет симметричный относительно огибающих вид, что отличает его от известных законов [1]. Это позволяет использовать его как для упрощения задач по расчету вероятности ошибки в каналах связи, так и при тестировании программ для исследования систем связи различного назначения с помощью метода статистического имитационного моделирования [3].

Литература

1. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Связь, 1969. – 375 с.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Academia, 2003. – 571 с.
3. Алышев Ю.В., Маслов О.Н., Раков А.С., Рябушкин А.В. Исследование случайных антенн методом статистического имитационного моделирования // Успехи современной радиоэлектроники. №7, 2008. – С. 3-41.

ТЕХНОЛОГИИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

УДК 621.391

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРОЦЕДУРЫ НЕАЛГЕБРАИЧЕСКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ ИЗБЫТОЧНЫХ КОДОВ

Гладких А.А., Шакуров Р.Ш., Украинцев К.Ю.

В статье рассматриваются различные подходы к декодированию помехоустойчивых кодов с позиции достижения предельно возможного энергетического выигрыша при восстановлении принятых кодовых векторов. Даются сравнительные оценки для жестких и мягких методов декодирования. Показывается возможность повышения эффективности мягкого декодирования двоичных корректирующих кодов за счет замены метрики Хэмминга на процедуру последовательного приближения к решению о принятом кодовом векторе.

Суть такого поэтапного декодирования заключается в первоначальном поиске и выделении наиболее вероятного списка группы разрешенных кодовых комбинаций среди известных для данного кода параллельных групп комбинаций и последующей окончательной идентификации принятого вектора в составе выделенной группы. Раскрываются достоинства и недостатки метода.

Введение

Для многих задач теории связи типична неасимптотическая постановка проблемы, когда требуется получить наилучшие для данной схемы при данном объеме статистического материала оценки. Однако решение неасимптотических задач оценивания, как правило, не может являться объектом достаточно общей теории. В этой связи важной задачей является выбор оценок, которые не совпадают с оптимальными в некотором смысле для данного распределения или имеющегося объема статистического материала, но приближа-