Лялин Вадим Евгеньевич, д.т.н., д.э.н., профессор, Заслуженный изобретатель РФ, заведующий Кафедрой математических технологий в нефтегазовом машиностроении (МТНМ) Ижевского государственного технического университета им. М.Т. Калашникова (ИжГТУ). Тел. 8-912-767-30-00. Email: velyalin@mail.ru

Мальцев Сергей Андреевич, к.т.н., ведущий инженер ЗАО «Группа Компаний Старт» (г. Москва). Тел. 8-929-682-90-19. E-mail: rshavas@mail.ru

Тарануха Владимир Прокофьевич, к.т.н., доцент, заведующий Кафедрой конструирования радиоэлектронной аппаратуры ИжГТУ. Тел. 8-341-250-40-22. Email: kra_dept@istu.ru

Шишов Дмитрий Родионович, аспирант Кафедры МТНМ ИжГТУ. Тел. 8-912-447-51-40. E-mail: d1men27@mail.ru

УДК 621.391.266

ФИЗИЧЕСКИЕ НОСИТЕЛИ КОМПЛЕКСНОЗНАЧНЫХ КОДОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Григорьевых Е.А., Хафизов Р.Г.

Представлено два способа формирования физического носителя комплекснозначных (КЗН) кодовых последовательностей: амплитудно-фазовая модуляция и в виде полигармонического сигнала. Исследована помехоустойчивость физических носителей.

Ключевые слова: КЗН-сигналы, равномерный энергетический спектр, передача данных.

Введение

В современной технике многоканальной связи при передаче дискретных сообщений широкое применение находят системы с ортогональными индивидуальными сигналами, перекрывающимися во времени и по частоте, разделяемые в месте приема посредством согласованных пассивных фильтров или эквивалентных им активных корреляционных схем [1]. Они же и обеспечивают оптимальный прием на фоне шума. При этом актуальной является проблема устранения корреляционного шума. Если в процессе обработки сигналов обеспечить их согласование с фильтром, то требование равномерности энергетического спектра остается единственным для полного подавления корреляционных шумов при минимальном уровне флуктуационных шумов [2]. В связи с этим возникает проблема формирования кодовых последовательностей с равномерным энергетическим спектром.

В работе [2] рассматриваются вопросы синтеза и анализа КЗН кодирующих последовательностей и методов их обработки. В частности, показано, что сигнал, обладающий равномерным энергетическим спектром и дельтовидной циклической автокорреляционной функцией, в общем случае является КЗН.

Кодовые последовательности с равномерным энергетическим спектром являются лишь математической моделью реального сигнала и не могут непосредственно использоваться в системах передачи и извлечения информации. Реальным физическим носителем сигнала в пространстве может быть гармоническое колебание, какие-либо параметры которого изменяются по закону формирования элементов кодовой последовательности с равномерным энергетическим спектром. Способ кодирования обусловливает алгоритм формирования и обработки сигнала и выделения из него элементарных векторов кодирующей последовательности, аппаратную реализацию системы и, в конечном счете, ее эффективность. От выбора физического носителя зависит, насколько полно будут реализованы полезные свойства КЗН кодовой последовательности

КЗН кодовые последовательности

Сущность проводимых над сигналами операций в месте приема заключается в определении количественной меры его близости с эталонными сигналами. Мера близости между двумя сигналами определяется величиной их скалярного произведения. Поэтому операция скалярного произведения является базовой при решении задач обработки сигналов.

Скалярное произведение векторов z_1 и z_2 в комплексном линейном пространстве C задается выражением

$$\eta_C = (z_1, z_2) = \eta_{1,C} + i\,\eta_{2,C} = \eta_E + i\,\eta_{2,C}, \quad (1)$$

где η_E – скалярное произведение векторов в действительном линейном пространстве E. Скалярное произведение в пространстве C включает в качестве своей составной части скалярное произведение η_E этих же векторов в пространстве *E*. Таким образом, скалярное произведение η_C за счет дополнительной мнимой части $\eta_{2,C}$ более информативно, чем скалярное произведение в пространстве *E*.

Понятие ортогональности в комплексном линейном пространстве шире аналогичного понятия в действительном линейном пространстве. В комплексном линейном пространстве условие ортогональности с учетом (1) запишется как

$$\eta_C = \eta_E + i\eta_{2,C} = 0.$$

Если скалярное произведение в действительном линейном пространстве равно нулю, то есть $\eta_E = 0$, то это однозначно не позволяет считать векторы z_1 и z_2 ортогональными в комплексном линейном пространстве. Скалярное произведение векторов $U = (u_0, u_1, \dots u_{s-1}) = \{u_n\}_{s-1}$ и $V = (v_0, v_1, \dots v_{s-1}) = \{v_n\}_{s-1}$ в *s*-мерном линейном пространстве C^s позволяет установить более высокую степень близости между ними, чем при задании этих векторов в действительном линейном пространстве E^{2s}.

В [2-3] показано, что большинство сигналов с равномерным энергетическим спектром являются КЗН. Пусть $\Gamma = \{\gamma(n)\}_{0,s-1}$ – КЗН кодовая последовательность размерности *s*, состоящая из последовательности элементов $\gamma(n)$, то есть

$$\Gamma = \{\gamma(0), \gamma(1), \dots, \gamma(s-1)\}, \qquad (2)$$

где $\gamma(n) = |\gamma(n)| \exp\{i\varphi(n)\}$, $n = 0;1 \dots s-1$. Дискретное преобразование Фурье такой последовательности имеет вид:

$$\rho(m) = \sum_{n=0}^{s-1} \gamma(n) \exp\left\{-i\frac{2\pi}{s}mn\right\};$$
$$m = 0;1 \dots s-1,$$

причем $\rho(m) = |\rho(m)| \exp\{i\Theta(m)\}$, $m = 0;1 \dots s-1$. Пусть кодовая последовательность (2) характеризуется равномерным энергетическим спектром

$$|\rho(0)|^2 = |\rho(1)|^2 = \dots = |\rho(s-1)|^2. \qquad (3)$$

Энергетический спектр и автокорреляционная функция (АКФ)

$$\eta(n) = \frac{1}{s}\sum_{r=0}^{s-1} \gamma(r)\gamma^*(r+n), \; n = 0;1 \dots s-1$$

этой последовательности связаны соотношением

$$\eta(n) = \frac{1}{s}\sum_{m=0}^{s-1} |\rho(m)|^2 \exp\left\{-i\frac{2\pi}{s}mn\right\}, \qquad (4)$$
$$n = 0;1 \dots s-1.$$

Аналогичный результат имеет место и для вещественных кодовых последовательностей, но его получение базируется на свойстве сопряженной симметрии спектра, не имеющего места для комплексного случая. При выполнении условия (3) выражение (4) принимает вид

$$\eta(n) = \frac{|\rho|^2}{s}\sum_{m=0}^{s-1} \exp\left\{-i\frac{2\pi}{s}mn\right\} = \begin{cases} \|\Gamma\|^2 & \text{при } n = 0; \\ 0 & \text{при остальных } n. \end{cases}$$

здесь $\|\mathbf{\Gamma}\|^2$ – квадрат нормы кодовой последовательности. Таким образом, если КЗН кодовая последовательность характеризуется равномерным энергетическим спектром, то АКФ имеет только один значащий отсчет, соответствующий главному лепестку функции. Все остальные отсчеты, образующие боковые лепестки АКФ, равны нулю.

Выражение для элемента кодовой последовательности $\gamma(n)$, полученное в результате обратного ДПФ от его спектра, равно:

$$\gamma(n) = \frac{1}{s}\sum_{m=0}^{s-1} \rho(m) \exp\left\{i\frac{2\pi}{s}mn\right\} = \frac{1}{s}\sum_{m=0}^{s-1} |\rho(m)| \exp\left\{i\left[\frac{2\pi}{s}mn + \theta(m)\right]\right\},$$
$$n = 0;1 \dots s-1.$$

Если последовательность обладает равномерным энергетическим спектром, то есть $|\rho(0)| = |\rho(1)| = \dots = |\rho(s-1)| = |\rho|$, то последнее выражение примет вид

$$\gamma(n) = \frac{|\rho|}{s}\sum_{m=0}^{s-1} \left\{ \begin{array}{l} \cos\left[\dfrac{2\pi}{s}mn + \theta(m)\right] + \\ i\sin\left[\dfrac{2\pi}{s}mn + \theta(m)\right] \end{array} \right\},$$
$$n = 0;1 \dots s-1.$$

Следовательно, такая последовательность в общем случае является КЗН. Так, при $s = 4$ получаем следующую КЗН кодовую последовательность с равномерным энергетическим спектром:

$$\Gamma = (1, 1, 1, 1, 1, i, -1, -i, 1, -1, 1, -1, 1, -i, -1, i).$$

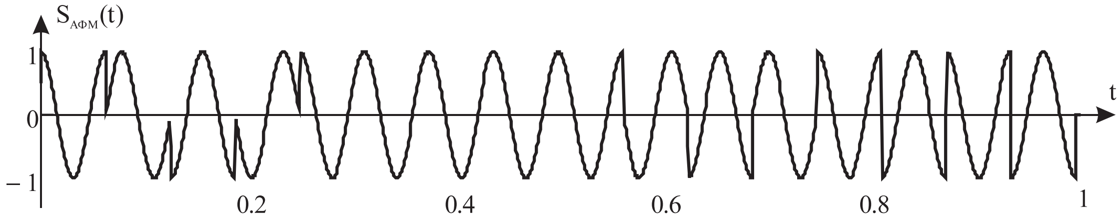

Рис. 1. Амплитудно-фазомодулированный сигнал, в случае модуляции последовательностью $\Gamma = (1,1,1,1,1,i,-1,-i,1,-1,1,-1,1,-i,-1,i)$

Физические носители КЗН кодовых последовательностей

Рассмотрим два способа формирования физического носителя КЗН кодовой последовательности: амплитудно-фазовая модуляция и в виде полигармонического представления. При формировании физического носителя с помощью амплитудно-фазовой модуляции каждый элемент КЗН последовательности в пределах n-го кодового интервала длительностью $\Gamma = \{3;-3-4i;4i\}$ задается функцией синуса, амплитуда которой определяется модулем, а начальная фаза – аргументом $\varphi(m)$ элемента $\gamma(n)$:

$$S_{АФМ}(t) = \begin{cases} |\gamma(0)|\sin\left(\dfrac{2\pi t}{\tau_{ки}} + \arg(\gamma(0)\right), \ 0 \le t < \tau_{ки}; \\ |\gamma(1)|\sin\left(\dfrac{2\pi t}{\tau_{ки}} + \arg(\gamma(1)\right), \tau_{ки} \le t < 2\tau_{ки}; \\ .... \\ |\gamma(s-1)|\sin\left(\dfrac{2\pi t}{\tau_{ки}} + \arg(\gamma(s-1)\right), \\ (s-1)\tau_{ки} \le t < s\tau_{ки}. \end{cases} \quad (5)$$

На рис. 1 показан пример амплитудно-фазомодулированного сигнала, ассоциированного с КЗН последовательностью

$$\Gamma = (1,1,1,1,1,i,-1,-i,1,-1,1,-1,1,-i,-1,i).$$

Демодуляция такого сигнала соответственно выполняется умножением на два опорных колебания, сдвинутых относительно друг друга на 90°. Как и при балансной амплитудной модуляции, для точной демодуляции сигналов требуется точное совпадение частоты и начальной фазы опорного колебания.

При полигармоническом представлении для формирования физического носителя КЗН последовательность $\Gamma = \{3;-3-4i;4i\}$ представим как спектр некоторого периодического сигнала $s_{ПГ}(t)$, ограниченного на частоте $(s-1)\omega_1$.

При этом совокупность модулей элементов последовательности Γ образует амплитудный спектр $A_n = |\gamma(n)|$, а аргументов – фазовый спектр $\varphi_n = \arg\gamma(n)$. На основании представления сигнала в виде ряда Фурье получим

$$s_{ПГ}(t) = \sum_{n=0}^{k-1} A_n \cos(n\omega_1 t - \varphi_n) = \\ = \sum_{n=0}^{k-1} |\gamma(n)| \cos\left(n\frac{2\pi}{T}t + \varphi(n)\right) -$$

сигнал, образованный на базе КЗН последовательности

$$\Gamma = (1,1,1,1,1,i,-1,-i,1,-1,1,-1,1,-i,-1,i),$$

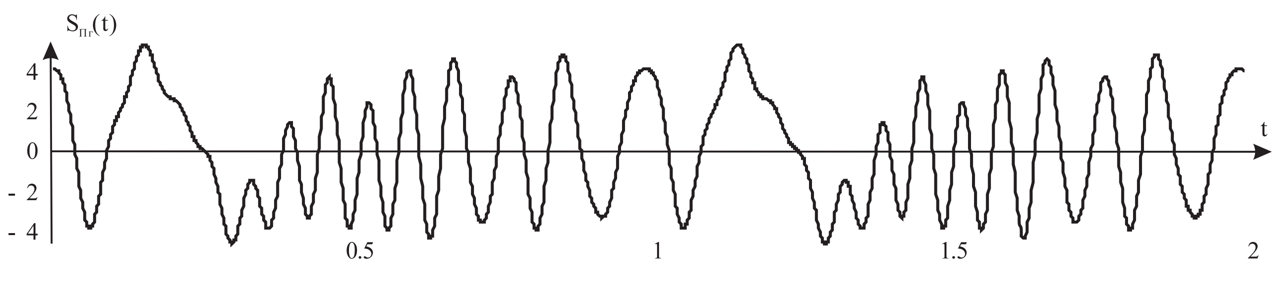

Рис. 2. Полигармонический сигнал, ассоциированный с последовательностью $\Gamma = (1,1,1,1,1,i,-1,-i,1,-1,1,-1,1,-i,-1,i)$

имеющий равные модули элементов, будет также обладать равномерным спектром. Демодуляция полигармонического сигнала производится путем вычисления дискретного преобразования Фурье.

Для оценки помехоустойчивости физических носителей КЗН последовательностей к воздействию флуктуационного шума экспериментально исследовалась зависимость отношения «сигнал/шум» в восстановленной КЗН последовательности от отношения «сигнал/шум» в носителе. Получено, что наиболее устойчиво к воздействию нормально распределенного шума является амплитуднофазомодулированное представление сигнала, чем полигармоническое. Также исследовался процесс прохождения физических носителей КЗН последовательностей через избирательные цепи приемника с различной добротностью. На рис. 2 представлен полигармонический сигнал $s_{ПГ}(t)$, полученный на базе КЗН последовательности

$$\Gamma = \left(1,1,1,1,1,i,-1,-i,1,-1,1,-1,1,-i,-1,i\right).$$

Использование полигармонического представления КЗН последовательности выгодно тем, что имеется возможность получения физического носителя с заданными спектрально-корреляционными свойствами. Так, при этом оценивалось среднеквадратическое отклонение сигнала на выходе цепи. В качестве частотно-избирательной цепи использовалась RCL-контур. Получено, что изменение СКО сигнала при использовании полигармонического представления в меньшей степени зависит от добротности цепи, чем СКО сигнала при использовании АФМ.

Заключение

В работе показано, что сигнал, обладающий равномерным энергетическим спектром, в общем случае является КЗН. Для КЗН последовательностей рассмотрены два способа формирования физических носителей: амплитудно-фазоманипулированный и полигармонический. Исследована помехоустойчивость носителей к воздействию шума и процесс прохождения через избирательные цепи. Получено, что наиболее устойчиво к воздействию нормально распределенного шума амплитудно-фазомодулированное представление сигнала, чем полигармоническое, также получено, что изменение СКО сигнала при использовании полигармонического представления в меньшей степени зависит от добротности цепи, чем СКО сигнала при использовании АФМ.

Литература

1. Теория электрической связи. Под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 1998. – 433 с.
2. Введение в контурный анализ и его приложение к обработке изображений и сигналов. Под ред. Я.А. Фурмана. М.: Физматлит, 2002. – 592 с.
3. Хафизов Р.Г., Григорьевых Е.А. Применение комплекснозначных сигналов в системах асинхронной передачи данных // Телекоммуникации. №10, 2007. – С. 14-18.

PHYSICAL CARRIERS OF COMPLEX-VALUED CODE SEQUENCES

Grigorevyh E.A., Hafizov R.G.

Two way of waveform shaping of complex-valued sequences, such as amplitude-phase modulation and polyharmonical signal is presented. Interference immunity of carriers of signal was researched.

Keywords: *complex-valued signals, equi-enegry spectrum, data transmission.*

Григорьевых Елена Андреевна, старший преподаватель Кафедры радиотехнических и медико-биологических систем (РМБС) Поволжского государственного технического университета (ПГТУ), г. Йошкар-Ола. Тел. 8-836-268-78-05. E-mail: grigorevyhea@volgatech.net

Хафизов Ринат Гафиятуллович, д.т.н., профессор Кафедры РМБС ПГТУ. Тел. 8-836-268-78-05. E-mail: hafizovrg@volgatech.net