УДК 621.391.15

СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ЦИКЛОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Стефанов А.М., Стефанова И.А.

Вырабатывается условие построения смежного класса циклического кода, оптимального для установления и удержания цикловой синхронизации цифровых сигналов.

Ключевые слова: цикловая синхронизация, групповая синхронизация, циклический код.

Постановка задачи

При жестких ограничениях на скорость цифрового потока для групповой синхронизации используют статистические свойства передаваемого сигнала (естественную информационную избыточность). Как известно [1], чтобы циклический код стал неуязвимым при синхронизации на m позициях ($1 \le |m| \le n-k-1$ и $|m| = \min(m, n-m)$), нужно сложить один из символов каждого кодового слова с некоторым ненулевым элементом кодового поля. В двоичном случае такое суммирование эквивалентно инвертированию. При этом не требуется дополнительного исключения n-последовательностей из кодового словаря и без потерь каких-либо алгебраических свойств, которые полезны для кодирования и декодирования. В результате групповой код переходит в код, построенный на смежном классе группы. Однако в каналах с относительно высоким уровнем помех инверсии одного символа может оказаться недостаточно. В связи с этим необходимо установить зависимость количества инвертируемых символов от кодового расстояния и вероятности ошибки в канале.

Решение поставленной задачи

Код называется неуязвимым при синхронизации на m-ой позиции, если последовательность $b_{m+1}\ b_{m+2}\ \ldots\ b_n\ a_1\ a_2\ \ldots\ a_m$ не является кодовым словом, где $b_1 b_2 \ldots b_n$ и $a_1 a_2 \ldots a_n$ – любые два (не обязательно различных) слова данного кода. В соответствии с этим рассмотрим модель декодирования принимаемой импульсной последовательности при следующих ограничениях:

- кодовые последовательности формируются источником независимо и с равной вероятностью;
- символы N кодовых слов, формируемых в течение цикла, в процессе передачи перемежаются, вследствие чего канал можно считать двоичным симметричным без памяти;
- задержка декодирования в 1…2 мс вполне допустима;
- длина кодовых слов одинакова: данное допущение принципиального значения не имеет, но значительно упрощает анализ.

Итак, в процессе передачи цифрового потока в пределах цикла образуется конечная последовательность символов:

$$a_{11}a_{12}\ldots a_{1N}a_{21}a_{22}\ldots a_{2N}\ldots a_{n1}a_{n2}\ldots a_{nN}\,, \qquad (1)$$

где двойной индекс означает номер символа в кодовом слове и номер кодового слова в цикле, соответственно. На приемной стороне символы (1) последовательно записываются в $[N(n-1)+1]$-разрядный регистр сдвига, отводы которого соединены с соответствующими входами декодера. В момент времени, когда символ a_{11} последовательности (1) записан в старшем разряде регистра, а символ a_{n1} – в младшем, в декодере образуется синдром $S_1 = \{s_1 s_2 \ldots s_{n-k}\}$, соответствующий декодированию первого из N кодовых слов цикла. Если все n символов кодового слова приняты безошибочно, то $s_1 = s_2 = \ldots = s_{n-k} = 0$ и $S_1 = \{0\}$. При последующем сдвиге в регистре последовательности (1) на один символ и условии безошибочного приема в декодере образуется нулевой синдром $S_2 = \{0\}$, соответствующий декодированию второго слова цикла, и так далее до образования $S_N = \{0\}$. После декодирования N-го кодового слова данного цикла и последующего сдвига (1) на один символ в младший разряд регистра записывается первый символ b_{11} первого кодового слова следующего цикла. При этом на вход декодера поступает n-разрядная комбинация, состоящая из $(n-1)$ младших разрядов и одного старшего разряда первых кодовых слов данного и следующего за ним цикла, соответственно. Такая комбинация является первой стыковой комбинацией двух кодовых слов.

Стыком n-разрядных кодовых слов A и B называется любая n-разрядная комбинация вида $a_{j+1}a_{j+2}\ldots a_n b_1 b_2 \ldots b_j$ для любого j из интервала $1 \le j \le n-1$.

Если $a_{11} = b_{11}$, то в силу цикличности в декодере снова образуется нулевой синдром. Вероятность этого события равна 0,5. В противном случае в декодере образуется ненулевой синдром. После декодирования N первых стыковых комбинаций декодируется N вторых стыковых комбинаций и так далее вплоть до декодирования первого кодового слова следующего цикла. При этом для каждого из N кодовых слов цикла возможно появление разрешенной кодовой комбинации. Вероятность этого события в зависимости от номера j стыковой комбинации определяется выражением [2]:

$$P_j = \begin{cases} 2^{-j} \text{ при } 1 \le j < n-k, \\ 2^{-(n-k)} \text{ при } n-k \le j \le k, \\ 2^{-(n-j)} \text{ при } k < j < n. \end{cases} \qquad (2)$$

При использовании смежного класса кода (2) примет вид

$$P_j = \begin{cases} 2^{-(n-k)} \text{ при } n-k \le j \le k, \\ 0 \;\forall j \notin [n-k, k]. \end{cases} \qquad (3)$$

Выражения (2) и (3) справедливы для канала без шума. Рассмотрим далее декодирование последовательности (1) при наличии шума.

Пусть для защиты от ошибок в системе используется циклический код с минимальным кодовым расстоянием d. Тогда при декодировании кодовых слов этого кода в декодере будет образовываться нулевой синдром либо при отсутствии ошибок, либо при числе их кратном d. Следовательно, чтобы вероятность появления разрешенной кодовой комбинации на стыке кодовых слов при $1 \le |j| \le n-k$ была минимальной, в каждом кодовом слове перед передачей достаточно инвертировать $n_0' \le [(d+1)/4]$ символов, где $[x]$ – целая часть числа x. При этом инвертированные символы можно распределить в кодовом слове по возможности равномерно. Тогда при указанных j и безошибочном приеме в соответствующих кодовых комбинациях всегда имеется $n_0 = n_0' + n_0'' = 2n_0'$ «ошибочных» символов, где n_0'' – число символов, инвертированных в j-ой стыковой комбинации, ложно. Таким образом, эти кодовые комбинации являются запрещенными, и при их декодировании в декодере будут образовываться ненулевые синдромы. Чтобы при $1 \le |j| \le n-k$ перейти в разряд разрешенных с вероятностью (2), в кодовом слове должны быть приняты ошибочно или n_0 символов, из которых n_0'' расположены в строгом соответствии с номером j стыковой комбинации, или любые $n_1 = d - n_0$ других символов, не входящих в n_0. Отсюда сразу следует, что для данного кодового слова из $1 \le |j| \le n-k$ стыковых комбинаций разрешенной может быть практически только одна, причем при декодировании самого кодового слова в декодере образуется нулевой синдром.

Таким образом, при наличии шума в канале связи и использовании смежного класса циклического кода вероятность появления разрешенной кодовой комбинации на стыке кодовых слов описывается выражением:

$$P_j = \begin{cases} (p^{n_0}(1-p)^{n-n_0} + C^{n_1}_{n-j-n_0'} p^{n_1}(1-p)^{n-j-n_0-n_1}) \times \\ 2^{-(n-j)} \; при \;\; k < j < n, \\ (p^{n_0}(1-p)^{n-n_0} + C^{n_1}_{n-j-n_0'} p^{n_1}(1-p)^{n-j-n_0-n_1}) \times \\ 2^{-j} \; при \;\; 1 \le j < n-k, \\ 2^{-(n-k)} \\ при \;\; n-k \le j \le k, \end{cases}$$

где p – вероятность ошибки в канале связи.

Последние выражения позволяют определить n_0', минимизирующее P_j для данных d и p при условии по возможности равномерного распределения n_0' символов по длине кодового слова. То есть для заданных d и p построить смежный класс кода, оптимальный в смысле P_i. Так, для кода БЧХ (127, 99, 9) при $p \ge 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ следует принять $n_0' = 2$, а при $p < 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ – $n_0' = 1$.

Вывод

Получено условие построения смежного класса циклического кода, оптимального для использования в целях групповой синхронизации.

Литература

1. Стиффлер Дж. Теория синхронной связи. Пер. с англ. М.: Связь, 1975. – 488с.
2. Блейхман В.С., Квятко С.Л. Групповая синхронизация сообщений при передаче циклическими кодами // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ТПС. Вып. 2, 1966. – С. 71-74.

STATISTIC METHOD OF FRAME SYNCHRONIZATION

Stefanov A.M., Stefanova I. A.

In the article the authors formulate the condition for building the adjacent class of the reflected code. The conditions are optimal for setting and holding frame synchronization of digital signals.

Keywords: *frame synchronization, group synchronization, reflected code.*

Стефанов Александр Михайлович, к.т.н., доцент Кафедры информатики и вычислительной техники (ИВТ) Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Тел. (8-846) 228-00-57. E-mail: aistvt@mail.ru

Стефанова Ирина Алексеевна, к.т.н., доцент Кафедры ИВТ ПГУТИ. Тел. (8-846) 228-00-57. E-mail: aistvt@mail.ru