

2. Скляр Б. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
3. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение. М.: Техносфера, 2005. – 320 с.
4. Карташевский В.Г., Мишин Д.В. Прием кодированных сигналов в каналах с памятью. М.: Радио и связь, 2004. – 239 с.
5. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. Ульяновск: УлГТУ, 2010. – 379 с.
6. Гладких А.А., Мансуров А.И., Черторийский С.Ю. Статистическая оценка индексов достоверности символов, формируемых в системе с мягким декодированием // ИКТ. Т.6, №1, 2008 – С. 39-43.
7. Гладких А.А., Климов Р.В. Численное моделирование обобщенной процедуры формирования индексов мягких решений // ИКТ. Т. 12, № 2, 2013. – С.22-28.
8. Шлома А.М., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи. М.: Горячая линия – Телеком, 2008. – 344 с.

## METHOD OF FORMATION SOFT SOLUTIONS IN THE SYSTEM BROADBAND COMMUNICATION CHANNEL WITH UNKNOWN PARAMETERS

Baskakova E.S., Gladkikh A.A.

There is resolved the problem of soft-decision symbols indexes forming (SDI) with reference to technology of signal processing with orthogonal frequency division multiplexing (OFDM). The specified technology uses channels with unknown parameters. Such problems are relevant to data exchange between the real-time systems while interaction of two or more mobile objects with wideband communication systems. The SDI calculation is based on Euclidean metrics.

**Keywords:** soft-decision decoder, iterative process, erasure, technology OFDM, log-likelihood ratio.

Баскакова Екатерина Сергеевна, аспирант Кафедры телекоммуникаций (ТК) Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). Тел. 8-917-638-89-63. E-mail: bes\_forever87@mail.ru  
Гладких Анатолий Афанасьевич, профессор, к.т.н., доцент Кафедры ТК УлГТУ. Тел. 8-842-277-80-82. E-mail: a.gladkikh@ulstu.ru

УДК 621.396.2

## ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ ПРИ АКТИВНЫХ ПОМЕХАХ И ОГРАНИЧЕННОЙ ПОЛОСЕ КОГЕРЕНТНОСТИ КАНАЛА

Коротков С.Ю., Пашинцев В.П., Солчатов М.Э., Яремченко С.В.

Разработана методика оценки вероятности ошибочного приема широкополосных сигналов в системах спутниковой связи в условиях возникновения частотно-селективных замираний из-за ограниченной полосы когерентности трансферного канала связи и одновременного воздействия узкополосной замирающей активной помехи на вход приемника.

**Ключевые слова:** вероятность ошибки, спутниковая связь, широкополосный сигнал, трансферный канал, частотно-селективные замирания, активная помеха, коэффициент взаимного различия.

### Постановка задачи

Известно [1-3], что в системах спутниковой связи (ССС) широкое применение находят сложные широкополосные сигналы (ШПС) с полосой спектра  $F_0$  порядка 1 ... 10 МГц. Они обеспечивают уменьшение вероятности ошибочного приема

$P_{\text{ош}}$  сигналов оптимальной схемой их обработки на фоне флуктуационных шумов (например некогерентной) при воздействии сосредоточенной по спектру активной помехи (АП). С другой стороны, известно [4-5], что при возмущениях ионосферы на высотах 150 ... 400 км слоя  $F$  (например путем выброса химических веществ) образуются интенсивные неоднородности, вызывающие многолучевое распространение радиоволн и ограничение полосы когерентности спутникового (трансферного) канала связи (КС) до значений  $F_k < 100$  кГц.

В этих условиях при передаче ШПС с типовыми параметрами:

- полоса спектра  $F_0 \approx 2 \dots 20$  МГц;
- скорость  $R_t = 1/T_s = 0,025 \dots 1,2$  кБод;
- длительность  $T_s = 0,04 \dots 8,3 \cdot 10^{-4}$  с;
- база  $B_s = T_s F_0 \approx 1,6 \cdot 10^3 \dots 4 \cdot 10^5$

выполняется условие возникновения частотно-селективных замираний (ЧСЗ) принимаемых сигналов  $F_k/F_0 < 1$  при отсутствии их межсимвольной интерференции (МСИ)  $T_s F_k \gg 1$ . Появление ЧСЗ в принимаемых ШПС приведет к снижению достоверности приема (то есть к росту  $P_{\text{ош}}$ ) в ССС. Если ширину спектра передаваемых ШПС уменьшить с целью выполнения условия отсутствия ЧСЗ ( $F_k/F_0 \gg 1$ ), то может существенно снизиться достоверность приема сигналов ССС к воздействию узкополосных АП. Отсюда следует, что в условиях одновременного ограничения полосы когерентности трансionoсферного КС и действия АП имеется оптимальное значение полосы спектра ШПС, при которой обеспечивается наибольшая достоверность (минимальная  $P_{\text{ош}}$ ) приема этих сигналов в ССС. Для определения этой частоты необходимо получить аналитическую зависимость  $P_{\text{ош}}$  от степени ЧСЗ (характеризуемой отношением  $F_k/F_0$ ) принимаемых ШПС и степени влияния АП на обработку этих сигналов.

Целью статьи является разработка аналитической методики оценки помехоустойчивости широкополосных ССС в условиях ограниченной полосы когерентности трансionoсферного канала и воздействия активных помех, позволяющей определить оптимальную полосу спектра ШПС по критерию обеспечения минимальной вероятности ошибки  $P_{\text{ош}}$ .

### Решение задачи

Поставленную цель можно достичь на основе развития известной [5-6] методики оценки помехоустойчивости некогерентной (НК) схемы обработки ортогональных сигналов с ЧСЗ, реализованной на согласованных фильтрах (СФ) и квадратичных детекторах огибающей (КДО). Данная методика позволяет получить зависимость  $P_{\text{ош}} = \psi[h_0^2, \eta_{\text{ч}} = \psi(F_k/F_0)]$  вероятности ошибки от отношения  $h_0^2 = E_r/N_0$  энергии принимаемого сигнала  $E_r$  к спектральной плотности мощности шума  $N_0$ ) и от коэффициента энергетических потерь  $\eta_{\text{ч}} = \psi(F_k/F_0) \leq 1$  при НК-обработке ШПС, подверженных ЧСЗ.

Эта зависимость получена при следующих предположениях:

- осуществляется передача двоичных символов (1 или 0) и соответствующих им ШПС с комплексными огибающими (КО)  $\dot{S}_1(t)$  или  $\dot{S}_0(t)$ ;

- двоичный канал связи является симметричным, то есть  $P_{\text{ош}} = P(0/1) = P(1/0)$ ;

- передаваемые сигналы имеют одинаковые длительности ( $T_s$ ) и энергии:

$$E = E_1 = E_0 = \int_0^{T_s} |\dot{S}_1(t)|^2 dt = \int_0^{T_s} |\dot{S}_0(t)|^2 dt;$$

- КС является гауссовским, стационарным в широком смысле с некоррелированным рассеянием, регулярная составляющая отсутствует (то есть выполняется условие  $F_k/F_0 < 1$  возникновения ЧСЗ);

- влияние МСИ на прием ШПС не учитывается, поскольку выполняется условие их отсутствия  $T_s F_k \gg 1$ .

Кроме этих традиционных допущений будем считать, что помимо гауссовских флуктуационных шумов на входе приемника действует узкополосная активная помеха. Поскольку полоса ее спектра намного меньше полосы ШПС:  $F_n \ll F_0$ , то будем считать, что при распространении помехи через возмущенную ионосферу выполняются условия отсутствия ЧСЗ:  $F_k/F_n \gg 1$  и возникновения общих замираний (ОЗ) рэлеевского типа.

Тогда при передаче, например, сигнала  $\dot{S}_1(t)$  по многолучевому трансionoсферному КС на вход НК-схемы обработки поступает аддитивная смесь комплексных огибающих принимаемого  $r$  сигнала  $\dot{S}_{r1}(t)$ , подверженного ЧСЗ, гауссовского шума  $\dot{n}(t)$  и активной помехи  $\dot{S}_{rn}(t)$ :

$$\begin{aligned} \dot{X}_r(t) &= \dot{S}_{r1}(t) + \dot{n}(t) + \dot{S}_{rn}(t) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_1(t' - \tau) \dot{b}(\tau) d\tau + \dot{n}(t) + \dot{S}_{rn}(t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $t' = t - \bar{\tau}$ ;  $\bar{\tau} = M(\tau)$  – среднее значение (математическое ожидание) времени запаздывания лучей в точку приема;  $\tau$  – отклонение времени запаздывания относительно  $\bar{\tau}$ ;  $\dot{b}(\tau)$  – низкочастотная импульсная функция КС с рассеянием по времени.

Входящие в (1) случайные процессы  $\dot{n}(t)$  и  $\dot{b}(\tau)$  согласно сделанным предположениям являются гауссовскими и описываются нулевыми математическими ожиданиями ( $M[\dot{n}(t)] = 0$ ,  $M[\dot{b}(\tau)] = 0$ ) и корреляционными функциями вида:

$$\begin{aligned} M[\dot{n}(t) \dot{n}(u)] &= N_0 \delta(t-u); \\ M[\dot{b}(\tau) \dot{b}(u)] &= \sigma(\tau) \delta(\tau-u), \end{aligned} \quad (2)$$

где звездочка \* означает знак комплексного сопряжения;  $\delta(x)$  – дельта-функция;  $\sigma(\tau)$  – функция рассеяния КС по времени.

Выражение (1) для комплексной огибающей принимаемой аддитивной смеси  $\dot{X}_r(t)$  отличается от известного [5-6] наличием дополнительного слагаемого  $\dot{S}_{rn}(t)$ . Пусть комплексная огибающая передаваемой в момент времени  $t_1$  активной помехи с энергией  $E_n$  и описывается выражением

$$\dot{S}_n(t_1) = \sqrt{E_n} \dot{f}_n(t_1), \quad (3)$$

где  $\dot{f}_n(t_1)$  – нормированная комплексная огибающая передаваемой помехи. Тогда комплексная огибающая принимаемой одновременно с сигналом  $\dot{S}_r(t)$  активной помехи определяется как

$$\dot{S}_{rn}(t) = \dot{b}_n \dot{S}_n(t') = \dot{b}_n \sqrt{E_n} \dot{f}_n(t'). \quad (4)$$

Здесь  $\dot{S}_n(t')$  – комплексная огибающая передаваемой помехи, приходящей на вход приемника одновременно с передаваемым сигналом  $\dot{S}_1(t')$ , то есть в момент времени  $t' = t_1 - \tau_s = t - \bar{\tau}$ ;  $\dot{b}_n$  – комплексный коэффициент передачи КС для замирающей помехи. Если его модуль ( $|\dot{b}_n| = var$ ) распределен по закону Рэлея с дисперсией  $|\dot{b}_n|^2 = 2\sigma_b^2$ , равной коэффициенту ослабления  $K_{oc}$  мощности помехи в КС, то средняя энергия замирающей помехи на входе ПРМ будет равна энергии принимаемой помехи в КС без замираний:

$$\begin{aligned} |\dot{b}_n|^2 &= 2\sigma_b^2 = K_{oc}; \\ \bar{E}_{rn} &= 2\sigma_b^2 E_n = K_{oc} E_n = E_{rn}. \end{aligned} \quad (5)$$

В соответствии с (1) и (4) комплексная огибающая аддитивной смеси принимаемого сигнала, шума и АП описывается выражением

$$\dot{X}_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_1(t' - \tau) \dot{b}(\tau) d\tau + \dot{n}(t) + \dot{b}_n \dot{S}_n(t'). \quad (6)$$

При воздействии на вход НК-схемы обработки аддитивной смеси (6) на выходах согласованных фильтров первого и второго каналов обработки (СФ<sub>1</sub> и СФ<sub>0</sub>) формируются взаимные корреляционные функции (ВКФ), значения которых в момент времени  $t' = T_s$  определяются как

$$\dot{L}_1 = \int_0^{T_s} \dot{X}_r(t) \dot{S}_1^*(t') dt'; \quad (7)$$

$$\dot{L}_0 = \int_0^{T_s} \dot{X}_r(t) \dot{S}_0^*(t') dt'. \quad (8)$$

Отклик первого согласованного фильтра  $\dot{L}_1$  определяется автокорреляционной функцией (АКФ) передаваемого сигнала  $\dot{S}_1(t)$  и коэффициентом взаимной корреляции активной помехи  $\dot{S}_n(t)$  с передаваемым сигналом  $\dot{S}_1(t)$ :

$$\dot{R}_{11}(-\tau) = \int_0^{T_s} \dot{S}_1(t' - \tau) \dot{S}_1^*(t') dt'; \quad (9)$$

$$\dot{R}_{n1} = \int_0^{T_s} \dot{S}_n(t') \dot{S}_1^*(t') dt'. \quad (10)$$

Отклик второго согласованного фильтра  $\dot{L}_0$  определяется ВКФ передаваемых сигналов  $\dot{S}_1(t)$  и  $\dot{S}_0(t)$  и коэффициентом взаимной корреляции активной помехи  $\dot{S}_n(t)$  с передаваемым сигналом  $\dot{S}_0(t)$ :

$$\dot{R}_{10}(-\tau) = \int_0^{T_s} \dot{S}_1(t' - \tau) \dot{S}_0^*(t') dt'; \quad (11)$$

$$\dot{R}_{n0} = \int_0^{T_s} \dot{S}_n(t') \dot{S}_0^*(t') dt'. \quad (12)$$

На выходах КДО первого и второго канала схемы НК-обработки формируются дисперсии откликов  $\dot{L}_1$  и  $\dot{L}_0$  согласованных фильтров:

$$D(\dot{L}_1) = M(\dot{L}_1 \dot{L}_1^*); \quad (13)$$

$$D(\dot{L}_0) = M(\dot{L}_0 \dot{L}_0^*). \quad (14)$$

При равных энергиях передаваемых сигналов  $E_1 = E_0 = E$ , сохранении условия их ортогональности  $|\dot{R}_{10}(\tau)| = 0$  и допущении об одинаковой коррелированности помехи  $\dot{S}_n(t)$  с передаваемыми сигналами  $\dot{S}_1(t)$  и  $\dot{S}_0(t)$ , то есть равенстве  $\dot{R}_{n1} = \dot{R}_{n0} = \dot{R}_n$ , выражения (13) и (14) принимают следующий вид:

$$D(\dot{L}_1) = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{R}_{11}(\tau)|^2 \sigma(\tau) d\tau + 2\sigma_b^2 |\dot{R}_n|^2 + N_0 E; \quad (15)$$

$$D(\dot{L}_0) = 2\sigma_b^2 |\dot{R}_n|^2 + N_0 E. \quad (16)$$

В соответствии с (15)-(16) отношение «сигнал/шум» (далее С/Ш) на выходе НК-схемы обработки сигналов, подверженных влиянию ЧСЗ и АП, определяется как

$$W = \frac{D(\dot{L}_1) - D(\dot{L}_0)}{D(\dot{L}_0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{R}_{11}(\tau)|^2 \sigma(\tau) d\tau}{N_0 E + 2\sigma_b^2 |\dot{R}_{11}|^2}. \quad (17)$$

Чтобы установить зависимость отношения С/Ш на выходе НК-схемы обработки  $W$  от отношения С/Ш на ее входе  $h_0^2 = E_r/N_0$ , воспользуемся нормированными представлениями для описания входящих в (17) АКФ передаваемого сигнала  $\dot{R}_{11}(\tau)$ , функции рассеяния КС  $\sigma(\tau)$  и коэффициента взаимной корреляции активной помехи с сигналом  $\dot{R}_{11}$ .

Учтем, что комплексную огибающую передаваемого сигнала  $\dot{S}_1(t)$  можно представить в виде произведения  $\dot{S}_1(t) = \sqrt{E} \dot{f}_1(t)$ , где  $\dot{f}_1(t)$  – нормированная комплексная огибающая данного сигнала с условием нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\dot{f}_1(t)|^2 dt = \int_0^{T_s} |\dot{f}_1(t)|^2 dt = 1.$$

Поэтому АКФ передаваемого сигнала  $\dot{S}_1(t)$  согласно (9) можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{R}_{11}(-\tau) &= \int_0^{T_s} \dot{S}_1(t' - \tau) \dot{S}_1^*(t') dt' = \\ &= E \int_0^{T_s} \dot{f}_1(t' - \tau) \dot{f}_1^*(t') dt' = E \dot{\psi}_{11}(-\tau), \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\dot{\psi}_{11}(-\tau) = \int_0^{T_s} \dot{f}_1(t' - \tau) \dot{f}_1^*(t') dt' = \dot{R}_{11}(-\tau)/E \quad (19)$$

– нормированная АКФ передаваемого сигнала  $\dot{S}_1(t)$  с максимальным значением

$\dot{\psi}_{11}(\tau=0) = \int_0^{T_s} |\dot{f}_1(t')|^2 dt' = 1$ . Учтем, что функцию рассеяния КС по времени можно представить в виде

$$\sigma(\tau) = 2\sigma_b^2 \sigma_n(\tau), \quad (20)$$

где  $2\sigma_b^2$  – мощность коэффициента передачи КС с рэлеевскими общими замираниями (ОЗ), а  $\sigma_n(\tau)$  – нормированная функция рассеяния КС.

В соответствии с (3) для комплексной огибающей активной помехи  $\dot{S}_n(t_1) = \sqrt{E_n} \dot{f}_n(t_1)$  ее коэффициент взаимной корреляции (10) с передаваемым сигналом  $\dot{S}_1(t) = \sqrt{E} \dot{f}_1(t)$  можно записать в виде

$$\begin{aligned} \dot{R}_{n1} &= \int_0^{T_s} \dot{S}_n(t') \dot{S}_1^*(t') dt' = \\ &= \sqrt{E} \sqrt{E_n} \int_0^{T_s} \dot{f}_1(t') \dot{f}_n^*(t') dt' = \sqrt{E_n E} \dot{\psi}_{n1}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\text{где } \dot{\psi}_{n1} = \int_0^{T_s} \dot{f}_n(t') \dot{f}_1^*(t') dt' = \dot{R}_{n1} / \sqrt{E_n E} \quad (22)$$

нормированный коэффициент взаимной корреляции активной помехи  $\dot{S}_n(t)$  с сигналом  $\dot{S}_1(t)$ .

В соответствии с выражениями (18)-(22) отношение С/Ш на выходе НК-схемы обработки можно представить через входное отношение С/Ш  $h_0^2$  как

$$W = \frac{2\sigma_b^2 E^2 \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\psi}_{11}(\tau)|^2 \sigma_n(\tau) d\tau}{N_0 E + 2\sigma_b^2 |\dot{\psi}_{11}|^2 E E_n} = \frac{h_0^2 \eta_{\text{ч}}}{1 + h_n^2 |\dot{\psi}_{11}|^2}. \quad (23)$$

$$\text{Здесь } h_0^2 = 2\sigma_b^2 E/N_0 = \bar{E}_r/N_0 = E_r/N_0 \quad (24)$$

– это отношение средней энергии  $\bar{E}_r = 2\sigma_b^2 E/N_0 = E_r$  принимаемого сигнала в КС с рэлеевскими ОЗ (соответствующей энергии принимаемого сигнала в КС без замираний) к спектральной плотности  $N_0$  шума;

$$\eta_{\text{ч}} = \int_{-\infty}^{\infty} |\dot{\psi}_{11}(\tau)|^2 \sigma_n(\tau) d\tau \leq 1 \quad (25)$$

– коэффициент энергетических потерь (то есть уменьшения отношения С/Ш на входе приемника  $h_0^2$ ) при НК-обработке сигнала, подверженного ЧЗ;

$$h_n^2 = 2\sigma_b^2 E_n/N_0 = \bar{E}_{r_n}/N_0 = E_{r_n}/N_0 = P_{r_n} T_s/N_0 \quad (26)$$

– отношение средней энергии помехи на входе приемника  $\bar{E}_{r_n} = 2\sigma_b^2 E_n = E_{r_n}$  (соответствующей энергии принимаемой помехи  $E_{r_n} = P_{r_n} T_s$  с мощностью  $P_{r_n}$  в КС без замираний) к спектральной мощности шума  $N_0$ .

В соответствии с (23) выражение для оценки величины  $P_{\text{ош}}$  при НК приеме сигналов, подверженных влиянию ЧЗ и АП, принимает вид

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2+W} = \frac{1}{2+h_0^2 \eta_{\text{ч}} / (1+h_n^2 |\dot{\psi}_{11}|^2)}. \quad (27)$$

В частном случае отсутствия АП отношение «помеха/шум» (далее П/Ш) на входе приемника  $h_n^2 = 0$  и выражение (27) сводится к известному [5-6] виду

$$P_{\text{ош}} = 1/(2+W) = 1/(2+h_0^2 \eta_{\text{ч}}), \quad (28)$$

характерному для оценки  $P_{\text{ош}}$  при НК-приеме сигналов в КС с ЧСЗ.

Выражение для коэффициента энергетических потерь  $\eta_{\text{ч}}$  (25) при НК-обработке сигнала с ЧСЗ в [7] конкретизировано для случая передачи ШПС по транссионосферному КС с ЧСЗ в виде

$$\eta_{\text{ч}} = \left[ 1 + \frac{4}{\pi} (F_0/F_{\text{к}})^2 \right]^{-0,5}. \quad (29)$$

Согласно (29) при возникновении ЧСЗ в принимаемых ШПС ( $F_{\text{к}}/F_0 < 1$ ) значение  $\eta_{\text{ч}} < 1$ , а при их отсутствии ( $F_{\text{к}}/F_0 \rightarrow \infty$ ) величина  $\eta_{\text{ч}} = 1$  и выражение (28) сводится к известному [2-3] виду  $P_{\text{ош}} = 1/(2+h_0^2)$ , характерному для НК-приема сигналов в КС с рэлеевскими ОЗ.

В частном случае отсутствия ЧСЗ ( $\eta_{\text{ч}} = 1$ ) при действии АП выражение (27) сводится к виду

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2+W} = \frac{1}{2+h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2|\dot{\psi}_{\text{н}}|^2)}. \quad (30)$$

Сравним полученное выражение (30) с известной [3] формулой для оценки  $P_{\text{ош}}$  при НК-приеме сигналов с рэлеевскими замираниями (когда  $\eta_{\text{ч}} = 1$ ) при воздействии сосредоточенной по спектру помехи (с полосой  $F_{\text{н}} \leq F_0$ ), подверженной рэлеевским ОЗ:

$$P_{\text{ош}} = 0,5 \left\{ 1 - \frac{h_0^2}{(h_0^2+2)} \frac{1}{[1+h_0^2 g_{r_{\text{н}}}^2/(h_0^2+2)]} \right\}, \quad (31)$$

где  $g_{r_{\text{н}}}^2$  – коэффициент взаимного различия принимаемого сигнала и активной помехи. Последний зависит от отношений С/Ш  $h_0^2$  и П/Ш  $h_{\text{н}}^2$  на входе ПРМ и базы сигнала  $B_{\text{с}} = T_{\text{с}}F_0$  как

$$g_{r_{\text{н}}}^2 = \frac{h_{\text{н}}^2}{h_0^2} \frac{\rho}{T_{\text{с}}F_0} = \frac{h_{\text{н}}^2}{h_0^2} g_{r_{\text{нн}}}^2 = \frac{P_{r_{\text{н}}}}{P_r} \frac{\rho}{T_{\text{с}}F_0}, \quad (32)$$

где  $g_{r_{\text{нн}}}^2 = \rho/T_{\text{с}}F_0$  – нормированное значение коэффициента взаимного различия сигнала и помехи;  $\rho$  – некоторая постоянная для заданных параметров сигнала и помехи величина ( $1 \leq \rho \leq T_{\text{с}}F_{\text{н}} \leq T_{\text{с}}F_0$ ). Для идеализированной сосредоточенной (синусоидальной) помехи  $\rho = 1$ .

В частном случае отсутствия АП коэффициент  $g_{r_{\text{нн}}}^2 = 0$  и выражение (31) сводится к виду  $P_{\text{ош}} = 1/(2+h_0^2)$ , характерному для КС с рэлеевскими ОЗ.

Заметим, что формулу (31) можно записать в более удобном виде:

$$\begin{aligned} P_{\text{ош}} &= \frac{1}{2+h_0^2/(1+h_0^2 g_{r_{\text{н}}}^2/2)} = \\ &= \frac{1}{2+h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2 g_{r_{\text{нн}}}^2/2)} = \\ &= \frac{1}{2+h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2 \rho/2T_{\text{с}}F_0)}. \end{aligned} \quad (33)$$

Данное выражение при больших значениях входного отношения С/Ш ( $h_0^2 \gg 1$ ) сводится к известному виду [3]

$$P_{\text{ош}} \approx \frac{1}{h_0^2/(1+\alpha'h_{\text{н}}^2 g_{r_{\text{нн}}}^2)} = \frac{1}{h_0^2/(1+\alpha'h_{\text{н}}^2 \rho/T_{\text{с}}F_0)}, \quad (34)$$

где значение  $\alpha' = 1/2$  соответствует случаю передачи ортогональных сигналов с неперекрывающимися спектрами. При передаче сигналов с перекрывающимися спектрами (что характерно для КС с ШПС) значение  $\alpha' = 1$  и выражение (34) сводится к виду

$$P_{\text{ош}} \approx \frac{1}{h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2 g_{r_{\text{нн}}}^2)} = \frac{1}{h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2 \rho/T_{\text{с}}F_0)}. \quad (35)$$

Заметим, что полученное выше выражение (30) при больших значениях входного отношения С/Ш ( $h_0^2 \gg 1$ ) сводится к виду, аналогичному (35):

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2+W} \approx \frac{1}{h_0^2/(1+h_{\text{н}}^2|\dot{\psi}_{\text{н}}|^2)} = \frac{1}{h_0^2 \eta_{\text{н}}}, \quad (36)$$

где коэффициент

$$\eta_{\text{н}} = 1/(1+h_{\text{н}}^2|\dot{\psi}_{\text{н}}|^2) \leq 1 \quad (37)$$

характеризует энергетические потери (то есть уменьшение отношения С/Ш на входе приемника  $h_0^2$ ) при НК-обработке сигналов из-за воздействия АП.

Сравнительный анализ выражений (36) и (35) показывает, что квадрат модуля нормированного коэффициента взаимной корреляции активной помехи и передаваемых сигналов  $|\dot{\psi}_{\text{н}}|^2$  соответствует нормированному коэффициенту взаимного различия сигналов и помехи  $g_{r_{\text{нн}}}^2$  (32), зависящему от базы сигнала:

$$|\dot{\psi}_{\text{н}}|^2 = g_{r_{\text{нн}}}^2 = \rho/T_{\text{с}}F_0. \quad (38)$$

Подстановка (38) в (37) позволяет получить зависимость энергетических потерь при НК-приеме ШПС из-за воздействия АП от отношения

«помеха/шум» на входе приемника  $h_n^2$  к базе сигнала ( $B_s = T_s F_0$ ):

$$\eta_n = 1/(1 + h_n^2 \rho / T_s F_0) \leq 1 \quad (39)$$

Согласно (39) по мере расширения полосы  $F_0$  спектра ШПС энергетические потери при НК-приеме сигналов из-за воздействия АП снижаются ( $\eta_n \rightarrow 1$ ).

Ранее отмечалось, что для произвольной АП с сосредоточенным спектром в полосе  $F_n$  значение  $\rho$  лежит в пределах  $1 \leq \rho \leq T_s F_n \leq T_s F_0$ . Поэтому значение нормированного коэффициента  $g_{r_{\text{пн}}}^2 = |\dot{\psi}_n|^2$  будет находиться в пределах  $1/T_s F_0 \leq |\dot{\psi}_n|^2 = g_{r_{\text{пн}}}^2 \leq 1$ .

В частном случае воздействия идеализированной сосредоточенной помехи, под которой понимается гармоническое (синусоидальное) колебание с частотой, совпадающей с одной из гармонических составляющих сигнала, значения  $\rho$  и  $|\dot{\psi}_n|^2$  будут минимальными:  $\rho = 1$ ;  $|\dot{\psi}_n|^2 = g_{r_{\text{пн}}}^2 = 1/T_s F_0$ . В этом случае коэффициент  $\eta_n$  (39) принимает наибольшее значение  $\eta_n = 1/(1 + h_n^2 / T_s F_0) \leq 1$ , которое можно использовать согласно (36)  $P_{\text{ош}} \sim 1/h_n^2 \eta_n$  для определения границы  $P_{\text{ош}}$ .

В соответствии с (37) выражение (27) для оценки величины  $P_{\text{ош}}$  при НК-приеме сигналов, подверженных влиянию одновременно ЧСЗ и АП, целесообразно представить в виде

$$P_{\text{ош}} = 1/(2 + h_0^2 \eta_n \eta_{\text{ч}}). \quad (40)$$

Для случая передачи ШПС входящий в (40) коэффициент энергетических потерь при НК-обработке сигнала из-за ЧСЗ зависит согласно

(29) только от степени ЧСЗ  $\eta_{\text{ч}} = \psi(F_{\text{к}}/F_0)$ , а коэффициент энергетических потерь при НК-обработке сигнала из-за АП согласно (39) зависит от отношения П/Ш на входе ПРМ и базы сигнала  $\eta_n = \psi(h_n^2 / T_s F_0)$ . С учетом этих зависимостей искомое выражение для оценки величины  $P_{\text{ош}}$  при НК-приеме ШПС, подверженных влиянию одновременно ЧСЗ и АП, будет иметь следующий вид:

$$P_{\text{ош}} = \frac{1}{2 + h_0^2 \eta_n \eta_{\text{ч}}} = \left[ 2 + h_0^2 / \sqrt{1 + \frac{4F_0^2}{\pi F_{\text{к}}^2} \left( 1 + \frac{\rho h_n^2}{T_s F_0} \right)} \right]^{-1}. \quad (41)$$

Анализ полученной зависимости (41)  $P_{\text{ош}} = \psi(h_0^2, F_{\text{к}}/F_0, h_n^2 / T_s F_0)$  показывает, что по мере расширения полосы спектра  $F_0$  передаваемых ШПС при заданных значениях отношения С/Ш на входе приемника  $h_0^2$ , полосы когерентности трансионосферного КС ( $F_{\text{к}}$ ) и отношения  $h_n^2 / T_s$  (соответствующего согласно (26) отношению мощности принимаемого сигнала к спектральной плотности шума  $P_{r_{\text{пн}}} / N_0 = h_n^2 / T_s$ ) влияние ЧСЗ на величину  $P_{\text{ош}}$  возрастает ( $F_0 / F_{\text{к}} \rightarrow \infty, \eta_{\text{ч}} \rightarrow 0$ ), а влияние АП – ослабляется ( $h_n^2 / T_s F_0 \rightarrow 0, \eta_n \rightarrow 1$ ) и наоборот. Так, при передаче ШПС с очень узкой полосой спектра ( $F_0 \ll F_{\text{к}}, F_0 \ll h_n^2 / T_s$ ) обеспечивается отсутствие ЧСЗ ( $\eta_{\text{ч}} \approx 1$ ) при сильном влиянии АП ( $\eta_n \ll 1$ ), а при выборе очень широкой полосы спектра ШПС ( $F_0 \gg F_{\text{к}}, F_0 \gg h_n^2 / T_s$ ) обеспечивается отсутствие влияния АП ( $\eta_n \approx 1$ ) при сильном влиянии ЧСЗ ( $\eta_{\text{ч}} \ll 1$ ).

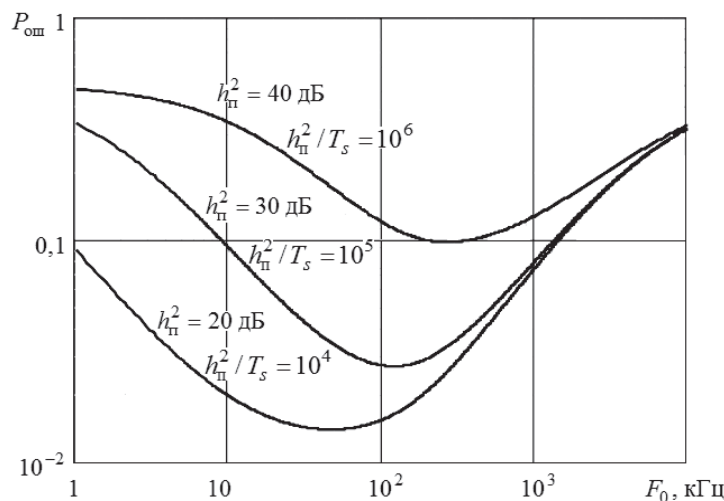


Рис. 1. Зависимость помехоустойчивости ССС от полосы спектра ШПС при ограниченной полосе когерентности канала ( $F_{\text{к}} = 100$  кГц) и различной мощности помех ( $P_{r_{\text{пн}}} / N_0 = h_n^2 / T_s = 10^4; 10^5; 10^6$ )

## Результаты решения задачи

В соответствии с выражением (41) на рис. 1 построены графики зависимости  $P_{\text{ош}} = \psi(F_0)$  вероятности ошибочного приема ШПС от выбора полосы его спектра при заданных значениях отношения С/Ш на входе приемника  $h_0^2 = 20$  дБ, полосы когерентности транссионосферного канала  $F_k = 100$  кГц, величины  $\rho = 1$  и различных отношений мощности принимаемого сигнала к спектральной плотности шума  $P_{r_n}/N_0 = h_n^2/T_s = 10^4; 10^5; 10^6$ .

Анализ графиков на рис. 1 указывает на существование оптимального значения полосы спектра  $F_0 = F_{\text{опт}}$  передаваемых ШПС ( $B_s = T_s F_0 \gg 1$ ), при которой обеспечивается минимальная величина  $P_{\text{ош}}$  при  $h_0^2 = \text{const}$ , зависящей от полосы когерентности  $F_k$  транссионосферного КС и параметра  $h_n^2/T_s$  влияния АП.

Полученные аналитические зависимости (41) позволяют определить аналитическое выражение для оценки оптимальной полосы спектра  $F_0 = F_{\text{опт}}$  передаваемых ШПС при заданных значениях  $h_0^2$ ,  $F_k$ ,  $h_n^2/T_s = \text{const}$ , обеспечивающее минимальное значение  $\text{MIN } P_{\text{ош}}$ . Для этого необходимо найти производную по  $F_0$  от величины энергетического проигрыша ( $q_{\text{чп}}$ ) при НК-обработке сигналов из-за воздействия ЧСЗ и АП:

$$q_{\text{чп}} = \frac{1}{\eta_n \eta_{\text{ч}}} = \sqrt{1 + \frac{4 F_0^2}{\pi F_k^2} \left( 1 + \frac{\rho h_n^2}{T_s F_0} \right)}, \quad (42)$$

приравнять ее к нулю и решить уравнение  $q'_{\text{чп}}(F_0) = 0$ .

С учетом выражения (42) для  $q_{\text{чп}}$  это уравнение приводится к виду

$$\begin{aligned} q'_{\text{чп}}(F_0) = \frac{4 F_0}{\pi F_k} \left( 1 + \frac{\rho h_n^2}{F_0 T_s} \right) \left( 1 + \frac{4 F_0^2}{\pi F_k^2} \right)^{-\frac{1}{2}} - \\ - \frac{\rho h_n^2}{T_s F_0^2} \left( 1 + \frac{4 F_0^2}{\pi F_k^2} \right)^{\frac{1}{2}} = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

Решение этого уравнения относительно  $F_0$  дает искомое выражение

$$F_{\text{опт}} = \left( \frac{\pi F_k^2 P_{r_n}}{4 N_0} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{\pi F_k^2 \rho h_n^2}{4 T_s} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (44)$$

Анализ (44) для определения оптимальной полосы спектра  $F_{\text{опт}}$  передаваемых ШПС показывает, что значение  $F_{\text{опт}}$  возрастает по мере расширения полосы когерентности транссионосферного

канала связи  $F_k$  и увеличения мощности помехи на входе приемника ( $h_n^2/T_s = P_{r_n}/N_0$ ).

## Выводы

На основе развития известной методики оценки зависимости  $P_{\text{ош}} = \psi(h_0^2, F_k/F_0)$  вероятности ошибки при НК-обработке в ССС сигналов с заданной степенью частотно-селективных замираний ( $F_k/F_0$ ) в направлении дополнительного учета влияния узкополосных активных помех получена искомая аналитическая зависимость (41) для оценки помехоустойчивости широкополосных ССС в условиях ограниченной полосы когерентности транссионосферного канала и воздействия активных помех.

На основе (41) получено аналитическое выражение (44)  $F_{\text{опт}} = \psi(F_k, h_n^2/T_s)$  для оценки оптимального значения полосы спектра  $F_0 = F_{\text{опт}}$  передаваемых ШПС, обеспечивающее минимум  $P_{\text{ош}}$  при заданных значениях полосы когерентности транссионосферного канала связи  $F_k$  и отношения мощности помехи к спектральной плотности шума на входе приемника  $h_n^2/T_s = P_{r_n}/N_0$ .

## Литература

1. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение каналов. Принципы и приложения. М.: Техносфера, 2007. – 488 с.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. – 284 с.
3. Сикарев А.А., Фалько А.И. Оптимальный прием дискретных сообщений. М.: Связь, 1978. – 328 с.
4. Богуш Р.Л., Гильяно Ф.У., Непп Д.Л. Влияние частотно-селективных эффектов распространения радиоволн на автоматическое слежение за сигналом в приемниках широкополосных систем связи // ТИИЭР. Т. 69, № 7, 1981. – С. 21-32.
5. Маслов О.Н., Пашинцев В.П. Модели транссионосферных радиоканалов и помехоустойчивость систем космической связи. Приложение к ИКТ. Вып. 4, 2006. – 357 с.
6. Пашинцев В.П., Тишкин С.А., Солчатов М.Э. Влияние частотно-селективных замираний и межсимвольной интерференции на помехоустойчивость высокоскоростных систем космической связи // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. №9, 2001. – С. 49-60.
7. Пашинцев В.П. Влияние частотно-селективных замираний на измерение времени запаздывания сигналов систем космической связи // Радиотехника и электроника. Т. 43, № 4, 1998. – С. 410-414.

## NOISE STABILITY OF SATELLITE COMMUNICATION AT ACTIVE HINDRANCES AND THE LIMITED STRIP OF COHERENCE OF THE CHANNEL

Korotkov S.Yu., Pashintsev V.P., Solchatov M.E., Yaremchenko S.V.

**The technique of an assessment of probability of wrong reception of broadband signals of systems of satellite communication in the conditions of emergence of a frequency selective fading because of a limited strip of coherence of a transionospheric communication channel and simultaneous impact of a narrow-band fading active hindrance on a receiver entrance is developed.**

*Keywords: probability of a mistake, satellite communication, broadband signal, transionospheric channel, frequency selective fading, active hindrance, coefficient of mutual distinction.*

Коротков Сергей Юрьевич, старший научный сотрудник МОУ «Институт инженерной физики» (Московская область, г. Серпухов). Тел. (8-4967) 72-55-47. E-mail: tsimbalva@mail.ru

Пашинцев Владимир Петрович, д.т.н., профессор Кафедры информационной безопасности автоматизированных систем (ИБАС) Северо-Кавказского федерального университета (СКФУ). Тел. 8-918-741-33-16. E-mail: pashintsevp@mail.ru

Солчатов Максим Эрикович, к.т.н., доцент Кафедры ИБАС СКФУ. Тел. 8-906-479-43-11.

Яремченко Сергей Владимирович, старший научный сотрудник МОУ «Институт инженерной физики» (Московская область, г. Серпухов). Тел. (8-4967) 72-55-47. E-mail: tsimbal-va@mail.ru

УДК 621.39

### АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ С ТЯЖЕЛЫМИ ХВОСТАМИ МЕТОДОМ ПРОНИ

Киреева Н.В., Чупахина Л.Р.

В настоящее время актуальной проблемой при исследовании трафика мультисервисной сети является наличие самоподобия, которое оказывает влияние на характеристики в узле обработки пакетов. В статье рассматриваются вопросы разложения произвольных функций в ряды экспонент и аппроксимация произвольной плотности распределения вероятностей (ПРВ) методом Прони.

**Ключевые слова:** самоподобный процесс, плотность функции распределения, аппроксимация плотности вероятности, метод Прони.

#### Введение. Метод Прони

Метод Прони – это метод моделирования выборок данных в виде линейной комбинации экспоненциальных функций (экспонент). При помощи данного метода осуществляется аппроксимация функций с использованием некоторой детерминированной экспоненциальной модели [1].

Пусть статистические характеристики интервалов времени между пакетами и случайные длительности обслуживания подчиняются распределениям с «тяжелыми» хвостами: Вейбулла, Парето, логнормальное. Необходимо найти аппроксимацию этих законов рядами экспоненциальных функций.

Функция распределения Вейбулла имеет вид:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}; \quad x > 0, \alpha > 0, \beta > 0,$$

где  $\alpha$  – параметр формы;  $\beta$  – масштабный параметр [2], которому соответствует плотность распределения:

$$f(x) = \alpha \beta^{-\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha}. \quad (1)$$

Используя метод Прони (общего вида), аппроксимируем функцию ПРВ Вейбулла суммой экспонент [3].

Выберем известные значения (отчеты) функции  $f(x)$  при  $x_i = 1; 2 \dots N$ .

Будем искать аппроксимирующую функцию  $\psi(x)$ :

$$\psi(x) = \sum_{l=1}^k h_l z_l^{x-1}, \quad k \leq N/2, \quad (2)$$

где  $z_l = e^{\lambda_l \pm j\sigma_l}$ .

Пусть функция  $f(x)$  такова, что существуют коэффициенты [3]

$$a_1, a_2 \dots a_k; \lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_k \text{ и } \sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_k,$$

при которых сумма  $\psi(x)$  в (2) интерполирует  $f(x)$  в узлах  $i = 1; 2 \dots N$ . Пусть многочлен