

ДЕКОДИРОВАНИЕ ПОЛЯРНЫХ КОДОВ В ДЕКОДЕРЕ АРИКАНА НА БАЗЕ ИНДЕКСОВ МЯГКИХ РЕШЕНИЙ

Гладких А.А., Чилихин Н.Ю.

Предложен алгоритм декодирования полярных кодов с учетом процедуры формирования целочисленных индексов мягких решений в последовательном декодере Арикана с использованием свойств графа Таннера, позволяющий уменьшить вероятность ошибки на бит за счет снижения влияния фактора лавинообразного распространения ошибочных решений на каждом этапе обработки данных. Рассмотрена схема полярного кодирования в системе стирающего канала связи с использованием широкого интервала стирания для реализации универсального метода формирования целочисленных индексов мягких решений.

Ключевые слова: декодирование, ядро Арикана, полярный код, мягкие решения, индексы мягких решений, граница Бхаттачария, стирающий канал, граф Таннера, кластерное разбиение.

Введение

Современный этап развития сетевых технологий характеризуется постоянным поиском новых решений для повышения пропускной способности каналов связи сетевых структур с выполнением заданных требований по достоверности. Одним из предложений в этой предметной области явились полярные коды (ПК), которые способны в каналах с гауссовским шумом достигать пропускной способности двоичных симметричных каналов (ДСК) без памяти [1].

Технология обработки ПК опирается на преобразование непрерывного канала связи в систему векторных каналов с перекрестными связями и полным исключением из анализа принятой последовательности тех каналов, в которых передача битов оказывается заведомо ненадежной. Пропускную способность таких каналов принято считать равной нулю (каналы считаются «замороженными»), а восстановление данных осуществляется за счет информации, полученной из надежных каналов. Путем использования ПК достигается повышение энергетической эффективности системы связи в целом. Однако структура ПК не лишена недостатков: результат каждого шага декодирования полностью зависит от достоверности оценок информационных битов предшествующих шагов [2].

Полярное кодирование

Положительную роль в преодолении этой зависимости играют мягкие методы обработки данных [3]. Рассматриваемая структура ПК является типичным представителем класса блочных кодов. Для определения возможностей таких кодов по коррекции ошибок необходимо оценить их граничные параметры. В случае линейного кода при фиксированной длине комбинации N и числе информационных разрядов K можно получить верхнюю и нижнюю границы для наибольшего минимального расстояния. В качестве верхней границы целесообразно использовать границу Бхаттачария, которая определяется на основе знания условных выходных распределений. Граница Бхаттачария является мерой вероятности ошибки и определяется как:

$$Z = \sqrt{P(y|0) P(y|1)}, \quad (1)$$

где $P(y|0)$ и $P(y|1)$ – условные распределения, имеющие равновероятностный характер. В работе [4] было показано, что в случае ДСК граница Бхаттачария равна:

$$Z = \sqrt{4 P (1-P)}. \quad (2)$$

Применив неравенство Шварца к выражению (2), получим верхнюю и нижнюю границы для параметра Бхаттачария, которые равны $0 \leq Z \leq 1$. Для канала с двоичным входом выражение примет вид [4]:

$$P_E < M \exp(-N[\ln 2 - \ln\{1+Z\}]), \quad (3)$$

где M – число кодовых векторов в ансамбле. При этом для линейных кодов, используемых в этом классе каналов, вероятность ошибки определена без учета ансамбля сигналов (использовано в качестве ограничения по сумме):

$$P_E \leq \sum_K^M \exp(w_K \ln Z), \quad (4)$$

где $w_K \dots w_M$ – веса ненулевых кодовых слов. При $M = N$ для всех $N = 2^K$ существует ортогональный код, такой, что $w_K = N/2$ при всех $K \neq 1$. В этом случае получаем границу [4]:

$$P_E < M \exp(-N(-0,5 \ln Z)). \quad (5)$$

Легко заметить, что показатель экспоненты в выражении (5) больше, чем в (3), то есть $-0,5 \ln Z \geq \ln 2 - \ln(1+Z)$; $0 \leq Z \leq 1$, причем равенство выполняется тогда и только тогда, когда $Z = 1$. Из выражений (1) и (2) видно, что случай $Z = 0$ описывает каналы без шума и что с увеличением шума Z растет монотонно так, что канал становится бесполезным при $Z = 1$ [4]. Таким образом, при конструировании линейных кодов целесообразно рассматривать ансамбль кодовых векторов, вычлняя «плохие» кодовые комбинации. Подобная задача формулировалась в [4]. В ней оценивалась вероятность ошибки по ансамблю кодовых векторов с выбрасыванием тех, для которых $M = N$. Однако широкое применение и развитие данная концепция получила в работах Э. Арикана [1].

Целью применения ПК является создание такой решающей схемы, при котором $Z(P) \rightarrow 0$, тем самым вероятность ошибочного приема также стремится к нулю, как было сказано ранее. Концепция формирования ПК построена на базе ядра Арикана. Ядром Арикана называют матрицу $F = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, а через величину $F^{\otimes m}$ обозначают ее m -ую кронекеровскую степень, в основе которой лежит кронекеровское (прямое) произведение матриц [1]. Для получения требуемого выходного вектора необходимо произвести преобразование последовательности таким образом, чтобы номер новой позиции i -го элемента получился как обратная запись числа i , то есть полярное представление. Например, $1 \equiv (0 \ 0 \ 0 \ 1) \rightarrow (1 \ 0 \ 0 \ 0) \equiv 8$ [2]. Таким образом, для получения соответствующей матрицы необходимо ввести матрицу перестановок B_N .

Результирующая матрица $G^{\otimes m}$ определяется следующим выражением:

$$G^{\otimes m} = F^{\otimes m} B_N. \quad (6)$$

Для осуществления операции поляризации необходимо произвести трансформацию скалярного канала в векторный канал, отождествляя его с функцией плотности условной вероятности выходного символа [2]. Это достигается за счет создания копий ДСК рекурсивным способом, как представлено на рис. 1. Рекурсия начинается с 0-го уровня ($n = 0$) посредством применения только одного экземпляра P , и ему ставится в соответствие $P_1 = P$.

На первом уровне рекурсии схема сочетает в себе две независимых копии P_1 , тем самым мы получаем канал P_2 с вероятностью переходов $P_2(y_1|y_2|u_1, u_2) = P(y_1|u_1 \otimes u_2) \cdot P(y_2|u_2)$. Схема построения такой системы кратна степени 2 начиная с нуля. На рис. 1 матрица перестановок B_N имеет входы $(l_1, l_2, l_3, \dots, l_{N-1})$.

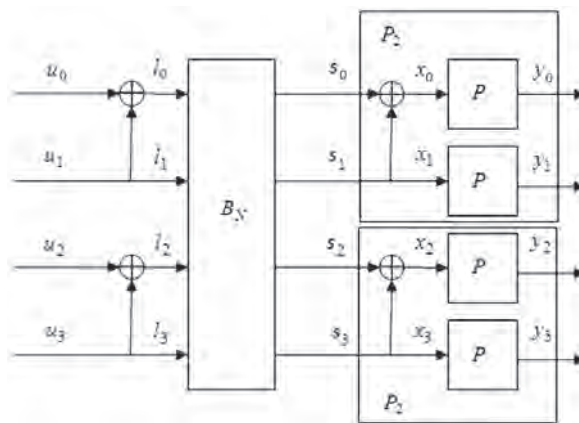


Рис. 1. Рекурсивный способ формирования кодового вектора

Общая форма рекурсивной зависимости равна $P_N(y_1^N|u_1^N) = P^N(y_1^N|u_1^N G_N)$. Стоит отметить, что процесс формирования матрицы перестановок B_N удовлетворяет следующим соотношениям (для случая, когда $m = 2$):

$$\begin{aligned} l_0 &\rightarrow s_0; & l_1 &\rightarrow s_2; \\ l_2 &\rightarrow s_1; & l_3 &\rightarrow s_3. \end{aligned}$$

Очевидно, что связи между входами и выходами формируются исходя из правила: входы ранжируются по четным и нечетным номерам (зависит от нулевой точки – нумерация с нуля или единицы), им ставятся в соответствие выходы, нумерация которых осуществляется строго по порядку с нулевой точки.

Матрица $G^{\otimes m}$, как отмечалось ранее, получается посредством прямого произведения матриц F . Длина блока N определяется кронекеровской степенью $m \rightarrow N = 2^m$. То есть при $m = 1$ матрица G равна ядру Арикана, при $m = 2$ и $m = 3$ имеем $G^{\otimes 2}$ и $G^{\otimes 3}$ соответственно. При $N \rightarrow \infty$ каналы P_i^N будут либо полностью бесшумные, либо полностью ненадежные. В связи с этим информационные символы u_i , передаваемые по каналам с низким уровнем достоверности, можно считать всегда фиксированными («замороженными»). Рассмотрим принцип фиксации каналов на основе матрицы $G^{\otimes 3}$. Строкам матрицы $G^{\otimes 3}$ с весом

$w < 4$ поставим в соответствие каналы с фиксированными значениями равными нулю на основе правила Рида-Маллера, как представлено на рис. 2. Необходимо обратить внимание, что модифицированная матрица $G_{nf}^{\otimes 3}$ степени $m = 3$, образуется из строк матрицы $G^{\otimes 3}$ с весом $w \geq 4$.

Таким образом, мы переходим из пространства $2M$ в пространство M , поставив данным каналам в соответствие нулевое значение (коды с выбрасыванием).

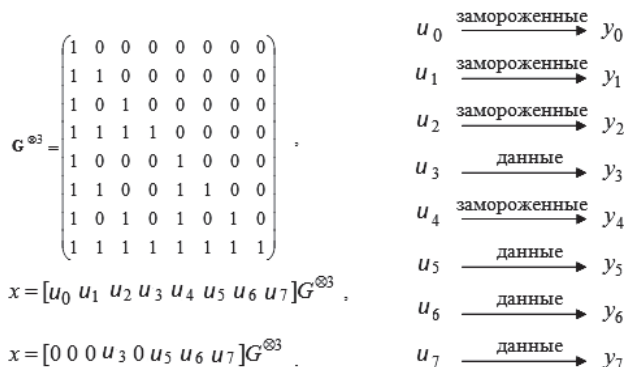


Рис. 2. Принцип фиксации зашумленных каналов

Это позволяет уменьшить вероятность ошибки для систем передачи данных. Однако стоит отметить, что для корректной оценки кодового вектора, как отмечалось ранее, целесообразно использовать границу Бхаттачария. Ранговый вектор Z_{N-1} ($Z_{N-1,0}, Z_{N-1,1}, \dots, Z_{N-1,N-1}$) определяется через рекурсивное соотношение по четным и нечетным каналам [5-6]:

$$Z_{N-1} = \begin{cases} 2Z_{N-1,j} - Z_{N-1,j}^2; \\ Z_{N-1,j+1}^2. \end{cases} \quad (7)$$

Для матрицы $G^{\otimes 3}$ ранговый вектор равен $Z_{N-1} = (0,996; 0,88; 0,81; 0,32; 0,68; 0,191; 0,121; 0,004)$.

При сопоставлении двух векторов X_N и Z_N (первый представлен на рис. 2.) можно заметить, что высказанная теория об оценке канала связи

посредством параметра Бхаттачария дает идентичные результаты по отношению к правилу Рида-Маллера. Данное сопоставление представлено в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что «замороженным» каналам ставится в соответствие параметр Бхаттачария $Z(P) \rightarrow 1$. Как отмечалось ранее, при $Z = 1$ мы получим полностью зашумленные каналы, передача по которым нецелесообразна. В связи с этим данные, полученные из источника сообщений, передаются через каналы с номерами (3, 5-7). Введем множество A^* , элементы которого полностью идентичны номерам каналов связи и равны $A^* = \{0, 1, \dots, N-1\}$. При применении правила Рида-Маллера или оценки по параметру Бхаттачария множество A^* распадается на два подмножества A и A^f , где A – множество номеров «незамороженных» каналов связи, а A^f – множество «замороженных» каналов.

Матрица $G^{\otimes 3}$ также распадается на две подматрицы $G_{nf}^{\otimes 3}$ и $G_{frozen}^{\otimes 3}$, $G_{nf}^{\otimes 3}$ – матрица, строки которой имеют вес $w \geq 4$, а $G_{frozen}^{\otimes 3}$ – матрица, где $w < 4$.

Общий вид выражения для получения выходного вектора X_{N-1} определяется следующим соотношением:

$$X_{N-1} = u_A \cdot G_{nf}^{\otimes m} \oplus u_{A^f} \cdot G_{frozen}^{\otimes m}, \quad (8)$$

где u_A – символы, соответствующие «незамороженным» каналам связи, а u_{A^f} – «замороженным».

Пропускная способность канала со стираниями

Применение мягких методов обработки принятых данных позволяет добиться дополнительного энергетического выигрыша, а применение ПК является новым развитием системы комбинации кодовых методов обработки информации. В [7] было показано, что пропускная способность ДСК определяется соотношением C , где \mathcal{E} – вероятность ошибки на бит. В случае применения двоичного стирающего канала связи (ДСКС) про-

Таблица 1. Сопоставление векторов X_{N-1} и Z_{N-1}

X_{N-1}	0	0	0	u_3	0	u_5	u_6	u_7
Z_{N-1}	0,996	0,88	0,81	0,32	0,68	0,19	0,12	0,004

пуская способность равна c , где q – вероятность стирания, а p – вероятность ошибки нестертого символа.

Очевидно, что $C_{ДСК} \leq C_{ДСКС}$, причем равенство достигается при $p, \varepsilon \rightarrow 0$. Обозначим через $C_{МД}$ пропускную способность канала связи при мягких методах (МД) обработки символов, тогда $C_{ДСК} \leq C_{МД} \leq C_{ДСКС}$. В случае формирования индексов мягких решений (ИМР) на основе стирающего канала связи значения $C_{МД}$ при разных интервалах стирания γ могут быть представлены кривыми на рис. 3.

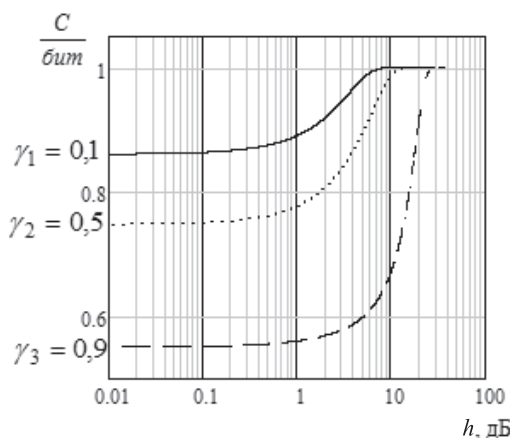


Рис. 3. Зависимость пропускной способности от ширины интервала стирания при разных отношениях «сигнал/шум»

Величина $h = 10 \log(E_b / N_0)$ определяется в дБ, где E_b – энергия сигнала на бит, а N_0 – спектральная мощность белого гауссовского шума. Под ИМР понимается мягкая оценка жесткого решения, вырабатываемая демодулятором. Как показано в [3], подобная оценка в целочисленном формате без знания статистических характеристик канала связи определяется следующим соотношением:

$$L(u_i | \bar{z}) = \left| \frac{L_{\max}(u_i | \bar{z})}{\gamma M_{\text{мн}}} z_i \right|, \quad (8)$$

где $M_{\text{мн}}$ – математическое ожидание модулируемого параметра. Подобный подход полезен в условиях быстрого переключения в процессе передачи с одного канала на другой. Доказано, что пропускная способность ДСК может достигать значения 1 за счет применения схемы полярного кодирования, а применение мягких методов обработки символов способствует более быстрому достижению этого предела [1; 8]. В процедуре декодирования ПК была установлена целесообразность применения целочислен-

ных ИМР [2], а их применение способствует уменьшению вероятности ошибки в последовательном декодере Арикана. Подобные оценки могут быть сформированы в стирающем канале связи без знания статистических характеристик этого канала [3].

Последовательный декодер Арикана

В основе построения последовательного декодера Арикана лежит подсчет логарифмического отношения правдоподобия (ЛОП) с учетом оценок предыдущих символов. При поступлении кодового вектора декодер производит оценку и принимает решение на основании алгоритма, указанного ниже.

Для каждого $i = 0, 1, \dots, N-1$. Если $u_i \in A^f$, тогда $\bar{u}_i = 0$. Иначе вычислим оценку

$$\bar{u}_i = \begin{cases} 0, & \text{если } L_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \bar{u}_0^{i-1}) \geq 0; \\ 1, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Стоит отметить, что декодер принимает жесткое решение, что приводит к возникновению лавинообразного распространения ошибок в случае появления таковых на более ранних шагах декодирования. Последовательный декодер Арикана производит вычисление и выносит решение путем сравнения с пороговым значением, которое равно нулю. Вычисление осуществляется по формуле:

$$L_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \bar{u}_0^{i-1}) = \log \frac{P_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \bar{u}_0^{N-2} | 0)}{P_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \bar{u}_0^{N-2} | 1)}. \quad (9)$$

В данной работе предложено, что декодер производит не просто вычисление $L_N^{(i)}(y_0^{N-1}, \bar{u}_0^{i-1})$ для оценки символа по отношению к пороговому значению, а дополнительно для каждого бита сообщения производит вычисление ИМР с целью оценки надежности. В большинстве аналитических оценок эффективности процедуры мягкого декодирования помехоустойчивых кодов в качестве ИМР символов принимается значение ЛОП. Этот параметр для двоичных систем модуляции определяется как:

$$L(u_i | \bar{z}) = \ln \left[\frac{P(u_i = +1 | \bar{z})}{P(u_i = -1 | \bar{z})} \right], \quad (10)$$

где $u_i = \pm 1$ – возможные значения переданного бита; \bar{z} – принятый уровень сигнала. Для одного принятого символа $z_i = \pm 1$, а значение ЛОП для канала с независимым потоком ошибок в усло-

виях применения двоичной фазовой модуляции определяются выражением [9]:

$$L(u_i | z_i) = \ln \left[\frac{P(u_i | z_i = +1)}{P(u_i | z_i = -1)} \right] = \frac{2\sqrt{E_b} z_i}{\sigma^2}, \quad (11)$$

где σ^2 – дисперсия шума. В случае применения каналов с общими замираниями и коэффициентом затухания κ выражение для ЛОП принимает вид

$$L(u_i | z_i) = \frac{2\sqrt{E_b} z_i}{\sigma_i^2} \times \kappa_i. \quad (12)$$

В выражении (10) отсутствует параметр σ^2 . Проведенными статистическими испытаниями показано, что знание параметра σ^2 необходимо при больших отношениях «сигнал/шум», а при малых отношениях «сигнал/шум» ИМР [10] определяется с некоторой погрешностью, характер которой выявлен с помощью метода по соотношению

$$d_{\chi^2}(H_1, H_2) = \sum_i \frac{(H_1(i) - H_2(i))^2}{(H_1(i) + H_2(i))}, \quad (13)$$

где $H_1(i)$ – i -ый интервал гистограммы, определенный методом логарифмического отношения правдоподобия, а $H_2(i)$ – интервал гистограммы, вычисленный по методу стирающего канала связи. В результате сравнения указанных гистограмм были получены результаты, приведенные на рис. 4.

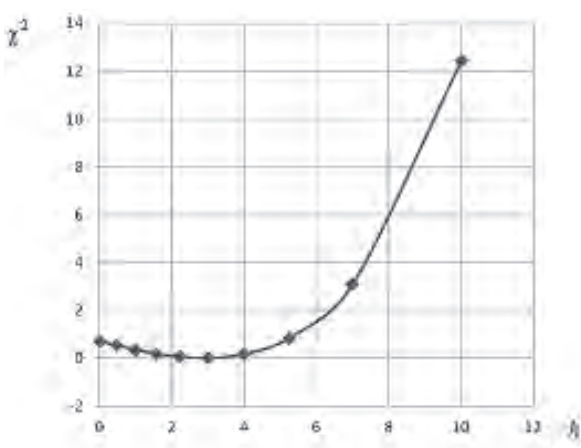


Рис. 4. Зависимость χ^2 от соотношения «сигнал/шум»

При реализации подобного решения необходимо учитывать тот факт, что при получении ИМР

для каждого бита сообщения значения ряда из них будут находиться в зоне неопределенности, что будет служить сигналом для декодера о низкой степени достоверности. Таким образом, необходимо дополнительно реализовать блок буферизации, в котором будут храниться номер позиции символа и номер шага декодирования. Подобный подход увеличивает список декодирования, однако позволяет уменьшить вероятность ошибки при последовательной обработке входного вектора.

Будем считать, что на длине кодовой комбинации канал является локально стационарным, тогда вероятность резкого увеличения количества списков сравнительно мала. Вычисление исходного кодового вектора по разным спискам приводит к получению ряда кодовых конструкций, выбор из которых осуществляется по принципу максимального правдоподобия.

Декодирование на основе графа Таннера

Построение двудольного графа Таннера для последовательности $N = 8$ позволяет установить связи между исходными символами кодовой последовательности и символами выходного вектора после преобразования через матрицу $G^{(8)}$. Данная зависимость представлена на рис. 5. Подобный подход не имеет такого недостатка, как лавинообразное распространение ошибок, в силу наличия проверочных уравнений. Кроме того, применения ИМР также снижает вероятность ошибки декодирования.

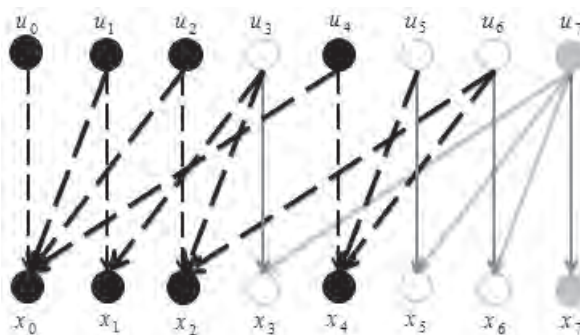


Рис. 5. Связи векторов U_{N-1} и X_{N-1}

Запишем уравнения связи:

$$x_0 = u_1 \oplus u_2 \oplus u_3 \oplus u_0; \quad x_1 = u_3 \oplus u_5 \oplus u_1;$$

$$x_2 = u_3 \oplus u_6 \oplus u_2; \quad x_3 = u_7 \oplus u_3;$$

$$x_4 = u_5 \oplus u_6 \oplus u_4; \quad x_5 = u_7 \oplus u_5;$$

$$x_6 = u_7 \oplus u_6; \quad x_7 = u_7.$$

Для осуществления декодирования необходимо произвести процедуру, представленную на рис. 6. Применение процедуры списочного

декодирования позволяет использовать метод разбиения пространства кодовых комбинаций на кластеры [3]. Поскольку номера кластера могут определяться любой позицией кодовой комбинации, целесообразно в последующем ограничивать список кодовых комбинаций группой комбинаций кластера. Разбиение на кластеры обеспечивает повышение скорости процедуры декодирования.

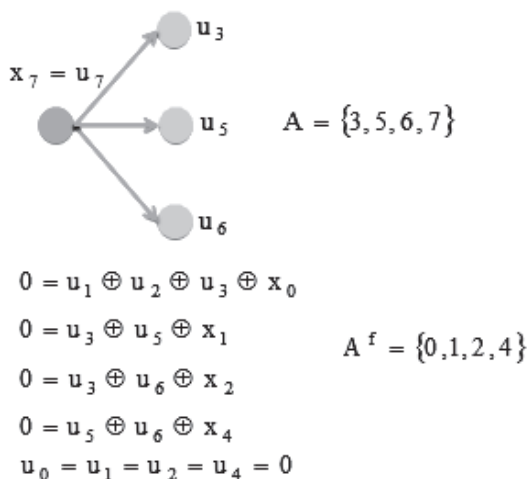


Рис. 6. Декодирование на основе графа Таннера

Заключение

Применение принципа выбрасывания «плохих» кодовых векторов позволяет сформировать ансамбль сигналов из наиболее разнесенных кодовых последовательностей. Использование границы Бхаттачария обеспечивает возможность получить оценку кодового ансамбля до процесса передачи закодированного сообщения, что подчеркивает целесообразность его применения в рамках поставленной задачи.

Универсальность метода формирования целочисленных ИМР обеспечивает снижение вероятности ошибки в декодере Арикана за счет сопровождения каждого принятого символа соответствующим мягким решением. Это позволяет декодеру целенаправленно выполнять процедуру рекурсии с меньшим риском размножения ошибок.

Расширение списка декодирования в классической процедуре декодирования по Арикану увели-

чивает вычислительные затраты декодера, а также требует дополнительной оперативной памяти и, как следствие, повышение сложности процессора декодера. Применение кластерного подхода позволяет повысить скорость составления списка, ограничив его степень двойки, зависящей от числа битов, входящих в номер кластера.

Литература

1. Arıkan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels // IEEE Transactions on Information Theory. 2009. N 7(55). – P. 3051-3073.
2. Семенов П.К. /Декодирование обобщенных каскадных кодов с внутренними полярными кодами // Информационно-управляющие системы. Вып. №5, 2012. – С. 44-50.
3. Гладких А.А. Основы теории мягкого декодирования избыточных кодов в стирающем канале связи. Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2010. – 379 с.
4. Витерби А.Д., Омура Дж. К. Принципы цифровой связи и кодирования. Пер. с англ. М.: Радио и связь, 1982. – 535 с.
6. Eslami A., Pishro-Nik. A practical approach to polar codes // IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, 2011. – P. 16-20.
7. Korada S. Polar Codes for Channel and Source Coding. PhD thesis, Ecole Polytechnique Fdrale de Lausanne (EPFL), 2009. – 181 p.
8. Вернер М. Основы кодирования. М.: Техносфера, 2004. – 284 с.
9. Arıkan E., Telatar E. On the rate of channel polarization // Proc. IEEE Int'l Symp. Inform. Theory (ISIT'2009). Seoul, South Korea, 2009 – P. 1493-1495.
10. Гладких А.А., Чилихин Н.Ю. Формирование мягких решений в системе широкополосного канала связи с QPSK-QAM // Автоматизация процессов управления. №3 (33), 2013 – С.75-79.
11. Гладких А.А., Климов Р.В. Численное моделирование обобщенной процедуры формирования индексов мягких решений // ИКТ. Т.11, №2, 2013 – С.22-28.

DECODING POLAR CODES IN DECODER OF ARIKAN ON BASED INDEXES SOFT-DECISIONS

Gladkikh A.A., Chilikhin N.Y.

An algorithm decoding of polar codes based on the procedure of forming integer indices soft decisions in sequential decoder Arıkan properties using Tanner graph, which allows to reduce the bit error rate due

to reduce the effects of a cascade of proliferation of erroneous decisions at each stage of data processing. A scheme for polar coding system erases the link using a wide range erasure to implement a generic method of forming integer indices soft de-cisions.

Keywords: decoding, core Arikian, polar code, soft solutions, indexes soft-decisions, bound of Bhattacharya, eraser channel, graph of Tanner, cluster partition.

Гладких Анатолий Афанасьевич, к.т.н., профессор Кафедры телекоммуникаций (ТК) Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ). Тел. 8-909-357-78-37. E-mail: a_gladkikh@mail.ru; a.gladkikh@ulstu.ru

Чилихин Николай Юрьевич, аспирант кафедры ТК УлГТУ. Тел. 8-987-633-22-83. E-mail: n.chilikhin@gmail.com

УДК 621.376.9

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ФОРМИРОВАНИЮ СИГНАЛЬНО-КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ВЫСОКОЙ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ

Жиляков Е.Г., Белов С.П., Ушаков Д.И., Старовойт И.А.

В статье предлагается новый подход формирования спектрально-эффективных сигнально-кодовых конструкций (СКК) на основе приенения нового ортогонального сигнального базиса. Применение базиса собственных векторов, согласованных с параметрами канала связи, позволяет получить СКК, спектральная эффективность которых на 20% превосходит используемые в настоящее время СКК OFDM.

Ключевые слова: OFDM, сигнально-кодовая конструкция, канал связи, каналные сигналы, концентрация энергии, собственные векторы, спектральная эффективность, энергетическая эффективность.

Постановка задачи

Увеличение потребности абонентов в информационном обмене независимо от их местоположения привело к интенсивному развитию и внедрению беспроводных систем передачи информации (БСПИ), однако в настоящее время возникла ситуация, когда радиочастотный ресурс для них практически исчерпан. Поэтому дальнейшее увеличение скорости передачи информации посредством БСПИ не представляется возможным – хотя спрос мобильных пользователей на современные мультисервисные услуги с требуемым высоким качеством обслуживания непрерывно возрастает. В связи с этим все более актуальной становится проблема повышения эффективности БСПИ – как существующих, так и проектируемых в настоящее время. Эта проблема носит системный характер, так как, с одной стороны, обусловлена необходимостью повышения спектральной эффективности БСПИ, а с другой стороны, требует обеспечение заданного уровня достоверности передаваемой информации [1-2].

Среди известных способов решения указанной проблемы наиболее перспективны считается применение спектрально-эффективных сигнально-кодовых конструкций (СКК) на основе ортогональных сигнальных базисов OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex), которые нашли практическое применение в современных БСПИ типа Wi-Fi, WiMAX, LTE [3-5]. Но достичь потенциально возможную спектральную эффективность в этих системах при использовании указанных сигнально-кодовых конструкций не удается, так как в них в качестве модулирующих используются импульсы с прямоугольной формой, что не позволяет достичь максимальной концентрации энергии в заданном частотном интервале [6].

Авторами для решения указанной проблемы предлагается новый оригинальный метод построения СКК, обеспечивающих, при заданных ограничениях на частотно-временные ресурсы канала радиосвязи, максимальную спектральную эффективность БСПИ [7]. Суть метода заключается в использовании нового ортогонального сигнального базиса вместо базиса Фурье, применяемого в настоящее время для формирования СКК.

Математические основы

Пусть $s(t)$ передаваемый сигнал, в параметрах которого закодированы передаваемые символы из многоосновной системы модуляции d_k , а $u(t)$ сигнал на выходе канала связи.

В предположении линейности и инвариантности параметров канала во времени эти сигналы связаны следующим соотношением:

$$u(t) = \int_0^{T_c} s(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad t \in [0, T_p]; \quad (1)$$