

- understanding for reliability prediction // Berlin: Springer, Micro- and Opto-Electronic Materials and Structures: Physics, Mechanics, Design, Reliability, Packaging. V.1, 2007 – P. 595-626.
15. Ситнов Н.Ю., Горлов Н.И. Анализ современного состояния техники ранней диагностики ВОЛП // Инфосфера. №46, 2010. – С. 5-12.
16. Длютров О.В. Исследование механического состояния оптического волокна неразрушаю- щими методами контроля относительного удлинения в процессе производства оптических кабелей: Дис. к.т.н. МЭИ (ТУ), 2004.– 187 с.
17. Корн В.М., Длютров О.В., Авдеев Б.В., Барышников Е.Н. О применении метода Мандельштам-Бриллюэновского рассеяния для измерения характеристик оптических кабелей // Кабели и провода. № 5 (288), 2004. – С. 19-21.

## RELIABILITY ANALYSIS OF UNDERGROUND FIBER OPTIC CABLES OF DIFFERENT TECHNOLOGIES OF INSTALLATION

Andreev V.A., Burdin V.A., Gavryushin S.A., Popov B.V.

The analysis of reliability of optical cables and in the underground duct is provided. Based on theoretical calculation the life time of optical cable installed in underground duct will be higher than for tradition methods.

**Keywords:** reliability of underground optical cables, cable life time, optical fiber, destruction.

Андреев Владимир Александрович, д.т.н., профессор, ректор Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Тел. (8-846) 333-58-56, 339-11-00. E-mail: andreev@psati.ru

Бурдин Владимир Александрович, д.т.н., профессор, проректор на науке и инновациям ПГУТИ. Тел. (8-846) 332-21-61. E-mail: burdin@psati.ru

Гаврюшин Сергей Александрович, зав. лабораторией базовой кафедры ОАО «Ростелеком» «Инновационные технологии телекоммуникаций» ПГУТИ. Тел. (8-846) 228-00-66. E-mail: gavrushin-sa@psuti.ru

Попов Борис Владимирович, к.т.н., профессор Кафедры линий связи и измерений в технике связи ПГУТИ. Тел. (8-846) 228-00-27. E-mail: popov\_bv@psati.ru; inkat@inbox.ru

УДК 621.393

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ НЕЛИНЕЙНО-ДИСПЕРСИОННОГО КАНАЛА СРЕДСТВАМИ ТЕНЗОРНОГО И ВЕКТОРНОГО АНАЛИЗА

Лебедянцев М.В.

В работе используется физическая модель нелинейно-дисперсионного канала связи в виде цепочки каскадно-соединенных линейных инерционных и нелинейных безынерционных четырехполюсников. Показана возможность математического описания такой модели функциональной матрицей, элементы которой являются функциями входных сигналов. На базе функциональной матрицы построена тензорная модель нелинейно-дисперсионного канала в форме криволинейной многомерной поверхности. Проведен анализ свойств модели средствами векторного анализа. Описан способ оптимизации сигналов с использованием тензор-производной векторного поля выходных сигналов нелинейно-дисперсионного канала.

**Ключевые слова:** нелинейно-дисперсионный канал связи, каскадная модель нелинейно-дисперси-

онного канала, тензорная модель канала, поле векторов сигналов.

### Введение

Нелинейно-дисперсионные каналы (НДК) характеризуются рассеянием энергии сигналов как по уровню, так и во времени. К такому типу каналов можно отнести световодные каналы, гидроакустические каналы, кабели с ферромагнитным покрытием жил и другие среды распространения. Наиболее существенно нелинейные эффекты проявляются при мощных входных воздействиях, когда НДК обладают целым рядом специфических свойств, которыми линейные каналы принципиально не могут обладать. В частности, в такого рода каналах могут распространяться со-

литоны – сигналы особой формы. Уникальными свойствами солитонов являются сохранение формы при распространении по НДК, зависимость длительности и скорости распространения от амплитуды, «частицеобразное» взаимодействие солитонов при их попутном и встречном взаимодействии и т.д. [1].

Использование этих свойств, возможно, позволит создать систему передачи данных с новыми полезными свойствами – это обстоятельство стимулирует исследования НДК. Однако изучение таких каналов сопряжено с большими математическими трудностями, которые обусловлены сложными физическими процессами взаимодействия энергии распространяющегося сигнала со средой НДК. В настоящее время для математического описания НДК и исследования его свойств чаще всего используются нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных (уравнение Шредингера, уравнение синус–Гордона, уравнение Кортевега – де Фриза) [1]. Известно также описание нелинейных систем посредством интегральных уравнений Вольтера и ортогональных полиномов Винера [2]. К сожалению, этот математический инструментарий также весьма сложен для использования, а получаемые результаты трудно интерпретировать физически.

В этой связи целесообразен поиск новых моделей НДК и новых математических методов их описания. Желательно, чтобы модели при этом были простыми и наглядными, а математический аппарат обладал необходимой мощностью и был удобным для использования инженерами-практиками. Цель статьи – разработка новой модели НДК и исследование ее свойств адекватными математическими средствами.

### Каскадная модель НДК и ее описание функциональной матрицей

Реальные нелинейно-дисперсионные среды передачи (световоды, кабели с ферромагнитным покрытием жил и др.) представляют собой объекты, в которых нелинейность и дисперсионность пространственно неразделимы.

Однако для облегчения понимания свойств нелинейно-дисперсионных систем можно применить модель таких систем в виде чередующихся цепочек линейных и нелинейных элементов [3]. При этом линейный элемент (ЛЭ) отображает рассеяние энергии сигнала во времени, а нелинейный элемент (НЭ) – рассеяние энергии сигналов по уровню, то есть нелинейные свойства (см. рис. 1).

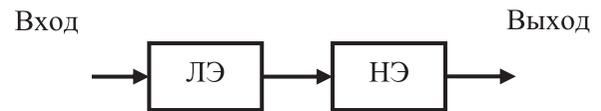


Рис. 1. Структура цепочки физической модели нелинейно-дисперсионного канала

Свойства ЛЭ однозначно заданы его импульсной реакцией  $g(t)$ , которую в дальнейшем будем отображать последовательностью ее временных отсчетов  $g_1, g_2, \dots, g_l$ . Свойства безынерционного НЭ-четырёхполюсника определяются его нелинейной амплитудной характеристикой  $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{вх}})$ . Таким образом, используемая модель НДК обладает широкими возможностями для отображения НДК с различными характеристиками.

Применение функциональных матриц, то есть матриц, элементы которых являются функциями некоторого аргумента, для описания физической модели НДК является удобным приемом, поскольку позволяет использовать хорошо развитый математический аппарат матричного анализа. В качестве примера построим функциональную матрицу для цепочки физической модели НДК.

Пусть число временных отсчетов во входном сигнале  $m = 3$  равно числу отсчетов и в импульсной реакции линейного четырёхполюсника  $l = 3$ . Несмотря на малые значения  $m$  и  $l$ , их достаточно для анализа влияния формы сигнала и импульсной реакции канала (например, симметричности или несимметричности) на результат преобразований сигналов каналом связи.

Используем в примере НЭ с кубической амплитудной характеристикой. В частности, благодаря такой характеристике НДК может пропускать разнополярные сигналы, что расширяет возможности исследования. Преобразование входного трехотсчетного сигнала, отображаемого вектором  $\bar{S}_{\text{вх}} = \|s_1, s_2, s_3\|$ , оператором линейного элемента, представленного матрицей  $G$ , в пятиотсчетный выходной сигнал с соответствующим вектором  $\bar{S}_{\text{вых.лэ}} = \|s'_1, s'_2, s'_3, s'_4, s'_5\|$ , имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \bar{S}_{\text{вых.лэ}} &= \bar{S}_{\text{вх}} G_{\text{лэ}} = \|s_1 \quad s_2 \quad s_3\| \times \\ &\times \begin{vmatrix} g_1 & g_2 & g_3 & 0 & 0 \\ 0 & g_1 & g_2 & g_3 & 0 \\ 0 & 0 & g_1 & g_2 & g_3 \end{vmatrix} = \\ &= \|s'_1, s'_2, s'_3, s'_4, s'_5\|. \end{aligned}$$

Как следует из анализа размерностей перемножаемых матриц, количество отсчетов в сигнале на выходе линейного элемента равно  $n = m + l - 1$ . В нашем примере  $n = 5$ . На выходе НЭ с кубической нелинейностью отсчеты выходного сигнала будут равны

$$\bar{S}_{\text{вых.НЭ}} = \|s_1'^3; s_2'^3; s_3'^3; s_4'^3; s_5'^3\|. \quad (1)$$

Нетрудно убедиться в том, что расчет  $\bar{S}_{\text{вых.НЭ}}$  можно выполнить, умножая матрицу-строку отсчетов входного сигнала на следующую функциональную матрицу

$$G(\bar{S}) = \begin{pmatrix} g_{11}(\bar{S}) & g_{12}(\bar{S}) & g_{13}(\bar{S}) & g_{14}(\bar{S}) & g_{15}(\bar{S}) \\ g_{21}(\bar{S}) & g_{22}(\bar{S}) & g_{23}(\bar{S}) & g_{24}(\bar{S}) & g_{25}(\bar{S}) \\ g_{31}(\bar{S}) & g_{32}(\bar{S}) & g_{33}(\bar{S}) & g_{34}(\bar{S}) & g_{35}(\bar{S}) \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} g_{11} &= g_1^3 s_1^2; \\ g_{12} &= g_2^2 (s_1 + 3g_1 s_2); \\ g_{13} &= g_1^2 s_1 (g_1 s_1 + 3g_2 s_2 + 3g_3 s_3); \\ g_{14} &= 0; \\ g_{15} &= 0; \\ g_{21} &= 0; \\ g_{22} &= g_1 (3g_2^2 s_1^2 + g_1^2 s_2^2); \\ g_{23} &= g_2 (3g_1 g_2 s_1 s_2 + 6g_1^2 s_1 s_3 + g_2^2 s_2^2); \\ g_{24} &= g_3^2 s_2 (s_2 + 3g_2 s_3); \\ g_{25} &= 0; \\ g_{31} &= 0; \\ g_{32} &= 0; \\ g_{33} &= g_1 (3g_1^2 s_1 s_2 + 3g_2 s_2^2 + 3g_2 s_2 s_3 + g_1^3 s_3^2); \\ g_{34} &= g_2^2 s_3 (3s_2 g_3 + g_2^2 s_3); \\ g_{35} &= g_3^3 s_3^2, \end{aligned}$$

таким образом

$$\bar{S}_{\text{вых.НЭ}}(\bar{S}) = \bar{S}_{\text{вх}} G(\bar{S}_{\text{вх}}). \quad (2)$$

Как видно из (1) и (2), отсчеты сигнала на выходе цепочки, состоящей из каскадно включенных линейного и нелинейного элементов, являются некоторыми функциями вектора входного сигнала. В общем случае если отсчеты  $s_i'$  являются непрерывными и дифференцируемыми функциями векторного аргумента  $\bar{S}_{\text{вх}}$ , то (2) параметрически задает

в  $n$ -мерном пространстве некоторое многообразие  $S$  [4].

Известно также, что многообразие имеет геометрический образ в виде  $m$ -мерной в общем случае криволинейной поверхности, погруженной в  $n$ -мерное пространство представления ( $m < n$ ). Важно подчеркнуть, что эта  $m$ -мерная поверхность ограничивает множество возможных выходных сигналов: выходные сигналы не могут иметь любую форму, а лишь такую, при которой их временные отсчеты удовлетворяют уравнению криволинейной сигнальной поверхности  $S$ , описывающей конкретный канал.

Этот вывод имеет важное практическое значение, поскольку, например, указывает на способ оценки степени искажения сигналов помехами: если измеренные отсчеты выходного сигнала не удовлетворяют уравнению  $m$ -мерной поверхности, то это свидетельствует о его искажении помехой, а по величине расстояния от сигнальной точки до криволинейной поверхности можно судить о степени искажения.

Для иллюстрации на рис. 2 изображена двумерная криволинейная поверхность, погруженная в трехмерное пространство представления. Точки этой поверхности отображают все возможные выходные сигналы на выходе цепочки, состоящей из ЛЭ и НЭ. При этом число отсчетов во входных сигналах  $m = 2$ , число отсчетов импульсной реакции ЛЭ  $l = 2$ , а амплитудная характеристика НЭ имеет вид кубической зависимости. Размерность сигналов и импульсной реакции ЛЭ выбрана из соображений возможности представления модели в обычном трехмерном пространстве.

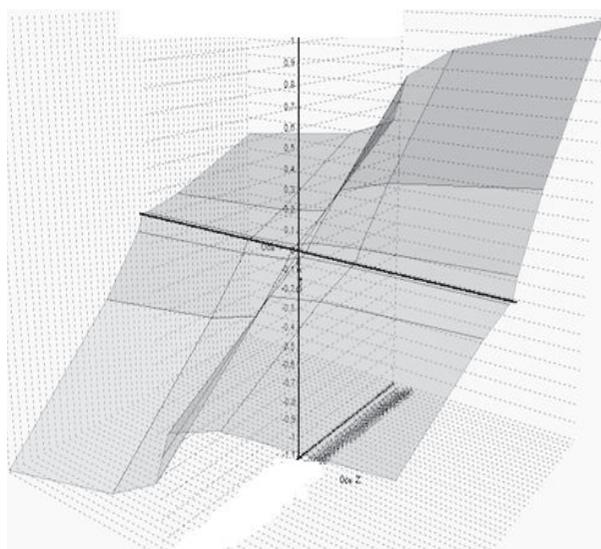


Рис. 2. Пример тензорной модели НДК

Зафиксировав значение первого отсчета  $s_1$  входного сигнала и варьируя величину отсчета  $s_2$  а затем, наоборот, варьируя  $s_2$  при фиксированных значениях  $s_1$ , на поверхности  $S$  можно построить собственную сеть криволинейных координатных линий. Тогда каждой точке поверхности будут соответствовать два набора чисел:

- $\{s_1, s_2\}$  – координаты точки в криволинейном собственном базисе поверхности;
- $\{s'_1, s'_2, s'_3\}$  – координаты точки в декартовой системе координат пространства представления.

Следовательно, преобразование каналом входного сигнала, отображаемого набором отсчетов  $\{s_1, s_2\}$  в выходной с отсчетами  $\{s'_1, s'_2, s'_3\}$  можно рассматривать как операцию пересчета криволинейных координат соответствующей сигналу точки поверхности  $S$  в координаты этой точки в декартовой системе координат пространства представления. Это преобразование и выражает (2).

При такой интерпретации воздействия канала на передаваемые сигналы основным становится понятие «состояние канала», представляемое соответствующей точкой поверхности  $S$ . Понятия «входной» и «выходной» сигналы становятся относительными, производными от используемой для отображения состояния канала системы координат. В этой связи  $m$ -мерную поверхность пространства возможных выходных сигналов уместно назвать «пространством состояний канала».

Как показано в [5], в любом базисе пространства представления пространство состояний канала остается неизменным. Вследствие такой независимости от базиса пространство состояний канала можно считать тензором, точнее, тензорным полем [4], поскольку каждой точке  $\bar{S}$  этой поверхности соответствует свой тензор, описываемый матрицей  $G(\bar{S})$ .

### Анализ тензорной модели нелинейно-дисперсионного канала

Рассмотрим векторное поле выходных сигналов. Для наглядности в качестве примера используем (1): координаты векторов выходных сигналов  $s'_1, s'_2, s'_3, s'_4, s'_5$  являются функциями координат векторов входных сигналов  $s_1, s_2, s_3$ .

Абсолютная производная этого поля равна

$$A(\bar{S}_{ex}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial s'_1}{\partial s_1} & \frac{\partial s'_1}{\partial s_2} & \frac{\partial s'_1}{\partial s_3} \\ \frac{\partial s'_2}{\partial s_1} & \frac{\partial s'_2}{\partial s_2} & \frac{\partial s'_2}{\partial s_3} \\ \frac{\partial s'_3}{\partial s_1} & \frac{\partial s'_3}{\partial s_2} & \frac{\partial s'_3}{\partial s_3} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial s'_5}{\partial s_1} & \frac{\partial s'_5}{\partial s_2} & \frac{\partial s'_5}{\partial s_3} \\ \frac{\partial s'_5}{\partial s_1} & \frac{\partial s'_5}{\partial s_2} & \frac{\partial s'_5}{\partial s_3} \end{pmatrix}.$$

Используя абсолютную производную векторного поля (градиент векторного поля), можно вычислить абсолютный дифференциал  $d\bar{S}_{вых}$  поля выходных сигналов [4]:

$$d\bar{S}_{вых}(\bar{S}_{ex}) = d\bar{S}_{ex} A^T(\bar{S}_{ex}), \quad (3)$$

где  $T$  – знак транспонирования.

Запись (3) означает, что главная линейная часть приращения векторного поля выходных сигналов связана с бесконечно малой вариацией входного сигнала  $d\bar{S}_{ex}$  посредством матрицы градиента векторного поля  $A(\bar{S}_{ex})$ , вычисленной для заданного входного сигнала  $\bar{S}_{ex}$ .

Выражение (3) позволяет оценить расходимость (дивергенцию) векторного поля в окрестности точки  $\bar{S}_{ex}$  отношением квадратов длин вектора абсолютного дифференциала векторного поля выходных сигналов и вектора вариации входного сигнала:

$$\frac{|d\bar{S}_{вых}(\bar{S}_{ex})|^2}{|d\bar{S}_{ex}|^2} = \frac{d\bar{S}_{ex} A^T(\bar{S}_{ex}) A(\bar{S}_{ex}) d\bar{S}_{ex}^T}{d\bar{S}_{ex} d\bar{S}_{ex}^T}.$$

Последнее соотношение представляет собой известное отношение Релея [6], максимум которому доставляет первый собственный вектор  $\bar{P}_1$  матрицы  $A^T(\bar{S}_{ex}) A(\bar{S}_{ex})$ . При этом величина максимума равна наибольшему собственному числу этой матрицы.

Произведение  $A^T(\bar{S}_{ex}) A(\bar{S}_{ex})$  является симметрической матрицей, поэтому ее собственные векторы ортогональны и образуют ортогональный локальный базис пространства состояний НДК в точке  $\bar{S}_{ex}$ . Собственные числа, соответствующие векторам этого базиса, характеризуют расходимость векторного поля выходных сигналов в направлениях векторов базиса. Тогда первый собственный вектор  $\bar{P}_1$  матрицы  $A^T(\bar{S}_{ex}) A(\bar{S}_{ex})$  указывает направление скорейшего роста векторного поля выходных сигналов из точки  $\bar{S}_{ex}$ . Следовательно, этот вектор можно использовать в итерационной процедуре отыскания сигналов, которые проходят через НДК с минимальными энергетическими потерями:

$$\bar{S}_{i+1ex} = \bar{S}_{iex} + \alpha \bar{P}_1,$$

где  $\bar{S}_{i+1ex}$  – новое значение вектора пробного сигнала;  $\bar{S}_{iex}$  – предыдущее значение вектора пробного сигнала;  $\alpha$  – величина шага изменения вектора пробного сигнала. В качестве начально-

го пробного сигнала рекомендуется использовать сигнал с величиной энергии, при которой нелинейные свойства НДК практически не проявляются.

На рис. 3 приведены формы пяти синтезированных по энергетическому критерию сигналов для модели НДК в виде цепочки, состоящей из ЛЭ с симметричной трехотчетной импульсной реакцией и НЭ с кубической амплитудной характеристикой.

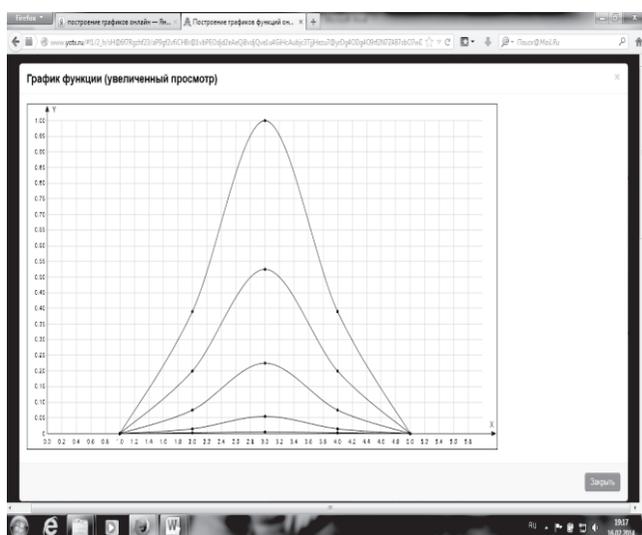


Рис. 3. Формы оптимальных по энергетическому критерию сигналов для модели нелинейно-дисперсионного канала с симметричной импульсной реакцией ЛЭ

## Выводы

Применение функциональных матриц для описания нелинейно-дисперсионных каналов позволяет построить их геометрические наглядные тензорные модели. Синтезированная тензорная модель НДК в виде  $m$ -мерной криволинейной поверхности обладает наглядностью и экономичностью в том смысле, что точки поверхности одновременно отображают и входные, и выходные сигналы. Важнейшей характеристикой тензорной модели НДК является ее тензор-производная, посредством которой можно исследовать локальные свойства тензорной модели НДК, а также осуществлять поиск оптимальных сигналов.

## Литература

1. Тахтаджян Л.А., Фадеев Л.Д. Гальмитонов подход в теории солитонов. М.: Наука, 1986 – 528 с.
2. Пучков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. М.: Наука, 1976. – 448 с.
3. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. Пер. с англ. М.: Сов.радио, 1977. – 368 с.
4. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М.: Наука, 1964. – 644 с.
5. Лебедев М.В. Разработка и исследование методов анализа и синтеза инвариантных систем связи. Дисс. д.т.н. Новосибирск, 1995.
6. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. Пер. с англ. М.: Мир, 1989. – 655 с.

## INVESTIGATION OF NONLINEAR DISPERSIVE CHANNEL MEAN TENSOR AND VECTOR ANALYSIS

Lebedyantsev M.V.

**In work use a physical model of nonlinear dispersive link in a chain of cascaded linear and nonlinear inertial freewheeling two-ports. The possibility of such a model, the mathematical description of the functional matrix whose elements are functions of the input signals. On the basis of functional matrix constructed tensor model nonlinear dispersive channel in the form of multi-dimensional curved surface. The analysis of the properties of the model by means of vector analysis. Describes a method for optimizing signals using tensor derivative of the vector field outputs nonlinear dispersive channel.**

**Keywords:** nonlinear dispersive channel, the cascade model of nonlinear dispersive channel tensor model channel vector field signals.

Лебедев Максим Валерьевич, аспирант Кафедры передачи дискретных сообщений Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики (г. Новосибирск). Тел. 8-923-158-86-55. E-mail: mlebedyantsev@gmail.com