

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СИГНАЛОВ

УДК 004.932.4

РЕАЛИЗАЦИЯ ФИЛЬТРА ПОВЫШЕНИЯ РЕЗКОСТИ В СИСТЕМЕ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ НА FPGA

Кучуков В.А., Червяков Н.И.

Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, РФ

E-mail: viktor-kuchukov@yandex.ru

В статье предложена эффективная реализация фильтра повышения резкости на основе оператора Лапласа в системе остаточных классов (СОК). Показано, что использование приближенного метода для выполнения проблемных операций в СОК позволяет получить существенный выигрыш. Исследован вопрос о выборе динамического диапазона для реализации фильтра. Проведено моделирование на FPGA Xilinx Kintex 7, получено количество используемых слайсов и максимальная частота работы схемы.

Ключевые слова: система остаточных классов, фильтр повышения резкости, FPGA.

Введение

Повышение резкости изображений находит свое применение в различных отраслях – от цифровой печати до технического контроля в промышленности и систем военного назначения [1]. Аппаратная реализация фильтрации видеоизображений является важной прикладной задачей, для эффективного решения которой применяются различные программно-аппаратные методы и алгоритмы. Одним из способов введения параллельности вычислений является использование системы остаточных классов (СОК).

Фильтры повышения резкости

С математической точки зрения повышение резкости может быть достигнуто пространственным дифференцированием, которое усиливает перепады и разрывы изображений и не подчеркивает области с медленным изменением уровней яркости. Простейшим изотропным оператором, основанным на производных и применяемым для повышения резкости, является лапласиан [2]

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad (1)$$

где для частной второй производной используется формула

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y),$$

где $f(x, y)$ – значение яркости изображения в точке с координатами $(x; y)$.

Применение оператора Лапласа выделяет разрывы уровней яркости и подавляет области со слабым ее изменением. В итоге получается изображение с темным фоном, содержащее сероватые линии на месте контуров и других разрывов. Для получения изображения с увеличенной резкостью необходимо из исходного изображения вычесть его лапласиан, то есть

$$g(x, y) = f(x, y) - \nabla^2 f(x, y), \quad (2)$$

где $f(x, y)$ и $g(x, y)$ – исходное изображение и изображение с повышенной резкостью. Подставляя в оператор (2) лапласиан (1) и определение второй частной производной, получим

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(x, y) - f(x+1, y) - f(x-1, y) + \\ &+ 2f(x, y) - f(x, y+1) - f(x, y-1) + 2f(x, y) = \\ &= -f(x-1, y) - f(x, y-1) + 5f(x, y) - \\ &- f(x, y+1) - f(x+1, y). \end{aligned}$$

Запишем полученные коэффициенты в виде матрицы, тогда

$$\begin{pmatrix} & -f(x-1, y) & \\ -f(x, y-1) & 5f(x, y) & -f(x, y+1) \\ & -f(x+1, y) & \end{pmatrix},$$

или, задавая (2) в виде маски, получим

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Включение диагональных направлений в формулу (2) позволяет дополнительно увеличить резкость и приводит к маске

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 9 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Применение маски к исходному изображению является поэлементной операцией и выполняется попиксельно. Рассмотрим в качестве примера применение маски к фрагменту изображения с размерностью равной размерности маски. Результатом такой операции будет значение результирующего пикселя.

$$\begin{pmatrix} 15 & 10 & 3 \\ 2 & 4 & 16 \\ 230 & 210 & 200 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 9 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \\ = 15 \cdot 0 + 10 \cdot (-1) + 3 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) + 4 \cdot 9 + 16 \cdot (-1) + \\ + 230 \cdot 0 + 210 \cdot (-1) + 200 \cdot 0 = \\ = -10 - 2 + 20 - 16 - 210 = -218.$$

Так как диапазон значений пикселей равен $[0, 255]$, то все значения меньше нуля округляются до нуля, а все значения больше 255 – до 255. Таким образом, результатом вычислений будет значение пикселя равное 0.

Система остаточных классов

Большое количество исследований посвящено поиску эффективных средств цифровой обработки изображений, среди которых выделяется применение системы остаточных классов [3-4]. СОК определяется набором положительных взаимно простых модулей $\{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, и любое число $X \in [0, M-1]$, где $M = \prod_{i=1}^n m_i$ – динамический диапазон, однозначно представляется упорядоченным набором остатков (x_1, x_2, \dots, x_n) , где $x_i = X \bmod m_i$.

Для представления отрицательных чисел динамический диапазон разбивается на равные части, и можно однозначно представить любое число X , удовлетворяющее одному из выражений $-\frac{M-1}{2} \leq X \leq \frac{M-1}{2}$ при нечетном M и $-\frac{M}{2} \leq X \leq \frac{M}{2}-1$ при четном M [5].

Проблема выбора набора модулей особо актуальна при аппаратной реализации цифровой обработки изображений. Так, в [6] в качестве набора модулей взят набор $\{2^{n-1} + 1, 2^n - 1, 2^n\}$

при $n = 3$, то есть $\{5, 7, 8\}$ с динамическим диапазоном $M = 280$ – это мотивируется тем, что значения пикселей расположены в диапазоне от 0 до 255, что входит в диапазон $[0, 280)$. В качестве маски используется оператор Лапласа, заданный матрицей (4). Однако в [6] не учитываются случаи, когда на вход подаются матрицы

$$\begin{pmatrix} 255 & 255 & 255 \\ 255 & 0 & 255 \\ 255 & 255 & 255 \end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 255 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

тогда результаты будут -2040 и 2295 соответственно, или, округляя по правилам фильтрации, 0 и 255. Если рассмотреть данный пример в СОК, получим (0, 4, 0) и (0,6,7), или, в позиционной системе счисления, 200 и 55. Данная ошибка связана с переполнением диапазона. Чтобы избежать этого, необходимо вычислить минимальное и максимальное значения, которые для фильтра (4) $(-1) \cdot 8 \cdot 255 = -2040$ и $9 \cdot 255 = 2295$. Тогда минимальный динамический диапазон должен быть равен $[0, 4590)$, и очевидно, что набора модулей $\{5, 7, 8\}$ не хватает.

Приближенный метод определения знака и восстановления числа

Если при выполнении сложения и умножения преимущества системы остаточных классов очевидны, то выполнение немодульных операций, таких как определение знака, переполнения диапазона, сравнение чисел, является проблемным [7]. В [8-9] показан приближенный метод сравнения чисел в СОК, основанный на использовании относительных величин анализируемых чисел к полному диапазону, определяемому Китайской теоремой об остатках (КТО) [10], согласно которой позиционное число определяется выражением:

$$X = \left\lfloor \sum_{i=1}^n \frac{M}{m_i} \left| M_i^{-1} \right|_{m_i} x_i \right\rfloor_M, \quad (5)$$

где $M_i = \frac{M}{m_i}$ и $\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}$ – мультипликативная инверсия M_i относительно m_i . Если левую и правую части выражения (5) разделить на величину M , то получим приближенное значение

$$\frac{X}{M} = \left\lfloor \sum_{i=1}^n \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i} x_i \right\rfloor \approx \left\lfloor \sum_{i=1}^n k_i x_i \right\rfloor, \quad (6)$$

где $k_i = \frac{\left| M_i^{-1} \right|_{m_i}}{m_i}$ – константы выбранной СОК.

Для восстановления числа умножим (6) на M . В отличие от восстановления числа с помощью КТО, в данном методе нет необходимости находить остаток по большому модулю M . Чтобы определить знак числа $\frac{X}{M}$, воспользуемся следующим правилом: если $\frac{X}{M} < \frac{1}{2}$, то число положительное, если $\frac{X}{M} > \frac{1}{2}$, то число отрицательное.

Таким образом, мы имеем весь математический аппарат как для десятичной системы, так и для системы остаточных классов, чтобы реализовать выполнение фильтра повышения резкости.

ФPGA реализация фильтра повышения резкости

Моделирование фильтрации изображения с помощью маски (3) было проведено на FPGA Xilinx Kintex 7 XC7K70T, на вход которой подавались 8-битные числа со значениями пикселей изображения в оттенках серого. Так как хранение всего изображения размерности $M \times N$ в LUT'ах FPGA занимает значительную площадь, нами была использована FIFO-структура размерности $2N + 2M - 3$ бит. Докажем достаточность данного числа.

Для первого выполнения фильтра необходимо иметь в памяти $2N + 3$ значений пикселей (первые две строки и количество столбцов фильтра). После выполнения фильтрации первой строки изображения, при переходе на вторую, необходимо накопить дополнительно два пикселя. Всего таких накоплений будет $M - 3$. Перемножая и складывая следующие величины, получим $2N + 2M - 3$ бит.

В качестве системы оснований была выбрана система вида $\{2^n - 1, 2^n, 2^{n+1} - 1\}$ при $n = 4$, то есть $\{15, 16, 31\}$, с динамическим диапазоном $M = 7440$. Данный набор выбран в связи с относительной простотой аппаратной реализации операции нахождения остатка от деления по данным модулям. На вход FPGA также подавались 8-битные числа, которые после блока перевода в СОК заполняли две FIFO-структуры, содержащие 4-битные числа, и одну, содержащую 5-битные числа.

Далее процесс фильтрации проходил по трем параллельным потокам по модулям 15, 16 и 31, после чего данные поступали на блок сравнения и восстановления числа. Для определения позиционной характеристики была использована формула (6). Поскольку аппаратная реализация рациональных чисел весьма проблематична, константы

были умножены на 2^N , где $N = \lceil \log_2 \mu M \rceil$ – наименьшее значение, при котором восстановление позиционной характеристики из представления в СОК будет корректным [9], $\mu = \sum_{i=1}^n (m_i - 1)$, M – динамический диапазон. Тогда после умножений и сложений в формуле (6) берется остаток по модулю 2^N . Для определения отрицательных чисел было проведено сравнение с $0.5 \cdot 2^N$, а для определения выхода за 255 – сравнение с 17969, что соответствует значению, полученному по формуле (6) для числа 255 и умноженному на 2^N .

Результаты моделирования

Для моделирования была использована FPGA Xilinx Kintex 7 XC7K70T и стандартное изображение Lena с разрешениями 64×64 , 128×128 , 256×256 , 375×375 и 512×512 . В качестве критериев оценки были использованы максимальная частота работы схемы и количество использованных слайсов.

Результаты моделирования показаны в таблице 1. Стоит заметить, что этап трассировки СОК реализации для изображения 512×512 закончился с ошибкой из-за большого числа сигналов.

Таблица 1. Результаты моделирования фильтрации

	Количество используемых слайсов	Максимальная частота работы, МГц
64×64	1862	80
128×128	3716	76
256×256	7946	75
375×375	10054	73
512×512	10180	72

Заключение

Таким образом, в работе показана применимость СОК для задач фильтрации изображений. Показаны критерии выбора динамического диапазона, введена FIFO-структура определенного размера, что повышает эффективность использования FPGA. Применение приближенного метода сравнения чисел позволяет улучшить скорость работы по сравнению другими методами. Моделирование на FPGA Xilinx Kintex 7 XC7K70T позволило определить необходимые аппаратные затраты для представленных разрешений изображений.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке базовой части государственного задания СКФУ №2563.

Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
2. Rosenfeld A., Kak A. Digital Picture Processing // Academic Press, Incorporated. V.1, 1982.
3. Червяков Н.И. Реализация высокоэффективной модулярной цифровой обработки сигналов на основе программируемых логических интегральных схем // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №10, 2006. – С. 24-36.
4. Ammar A., Al Kabbany A., Youssef M., Amam A. A secure image coding scheme using residue number system // Radio Science Conference, 2001. NRSC 2001. Proceedings of the Eighteenth National, IEEE. V.2, 2001. – P. 399-405. doi: 10.1109/NRSC.2001.929397.
5. Omondi A., Premkumar B. Residue number systems: theory and implementation // Imperial College Press, 2007. – 312 p.
6. Taleshmekaeil D. K., Mousavi A. The use of residue number system for improving the digital image processing // Signal Processing (ICSP), 2010. – P. 775-780. doi: 10.1109/ICOSP.2010.5655920.
7. Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Макоха А.Н. Нейрокомпьютеры в системе остаточных классов. М.: Радиотехника, 2003. – 272 с.
8. Червяков Н.И., Авербух В.М., Бабенко М.Г., Ляхов П.А., Гладков А.В., Гапочкин А.В. Приближенный метод выполнения немодульных операций в системе остаточных классов // Фундаментальные исследования. №6-1, 2012. – С. 189-193.
9. Червяков Н.И., Бабенко М.Г., Ляхов П.А., Лавриненко И.Н. Приближенный метод определения знака числа в системе остаточных классов и его техническая реализация. // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. Т. 4 (176), 2013. – С. 131–141.
10. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. М.: Сов. радио, 1968. – 500 с.

Получено 08.09.2015

Кучуков Виктор Андреевич, аспирант Кафедры прикладной математики и математического моделирования (ПМиММ), Северо-Кавказский федеральный университет (СКФУ). Тел. 8-909-753-77-00. E-mail: viktor-kuchukov@yandex.ru

Червяков Николай Иванович, д.т.н., профессор, Заслуженный деятель науки и техники РФ, заведующий Кафедрой ПМ и ММ СКФУ. Адрес университета: 355009, г. Ставрополь, ул. Пушкина, 1. Тел.: (8652) 753564; E-mail: k-fmf-primath@stavsu.ru

IMPLEMENTATION OF SHARPENING FILTER IN RESIDUE NUMBER SYSTEM ON FPGA

Kuchukov V.A., Chervyakov N.I.

North Caucasian Federal University, Stavropol, Russian Federation

E-mail: viktor-kuchukov@yandex.ru

This work presents an effective implementation of sharpen filter based on Laplace operator on the field programmable gate array (FPGA) by using residue number system (RNS). We demonstrated that using of approximate method for performing RNS complex operations gives much productivity gain. A special coefficient was used to implement real numbers, which provides a recovering process of positional characteristic to be correct. We researched coefficient ranging for filter implementation, and used set of modules {15,16,31}, that is sufficient for the hardware implementation of digital image processing. We applied FIFO structure with dimension $2N + 2M - 3$ to implement the filter for sharpening image with resolution $M \times N$, and proved sufficiency of this number. By simulating with FPGA Xilinx Kintex 7 XC7K70T we have got a number of used slices and circuit maximum operating frequency for images with resolutions of 64×64 , 128×128 , 256×256 , 375×375 , 512×512 .

Keywords: residue number system, sharpen filter, FPGA

DOI: 10.18469/ikt.2015.13.4.01

Kuchukov Viktor Andreevich, PhD student of the Department of Applied Mathematics and Mathematical Modeling, North Caucasian Federal University, Stavropol, Russian Federation, Tel.: +79097537700. E-mail: viktor-kuchukov@yandex.ru

Chervyakov Nikolay Ivanovich, Doctor of Technical Science, Professor, the Head of Department of Applied Mathematics and Mathematical Modeling, North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation. Tel.: +78652354861. E-mail: k-fmf-primath@stavsru

References

1. Gonzalez R.C., Woods R.E. *Digital Image Processing*. 3rd Edition. Prentice-Hall, Inc., 2008. 954 p. (Russ. ed.: Gonsales R., Vuds R. *Cifrovaja obrabotka izobrazhenij*. Izdanie 3-e, ispravlennoe i dopolnennoe. Moscow, Tehnosfera, 2012. 1104 p.).
2. Rosenfeld A., Kak A. *Digital Picture Processing. Vol. 1*. Academic Press, Incorporated, 1982.
3. Chervyakov N.I. Realizacija vysokojeffektivnoj moduljarnoj cifrovoj obrabotki signalov na osnove programmiruemyh logicheskikh integral'nyh shem [Realization highly effective modular digital processing of signals on the basis of program logic integrated schemes]. *Nejrokomputery: razrabotka, primenenie*, 2006, no. 3, pp. 24-36.
4. Ammar A., Al Kabbany A., Youssef M., Amam A. A secure image coding scheme using residue number system. *Radio Science Conference, 2001. NRSC 2001. Proceedings of the Eighteenth National*. IEEE, 2001, vol. 2, pp. 399-405. doi: 10.1109/NRSC.2001.929397.
5. Omondi A., Premkumar B. *Residue number systems: theory and implementation*. Imperial College Press, 2007. 312 p.
6. Taleshmekeail D.K., Mousavi A. The use of residue number system for improving the digital image processing. *Signal Processing (ICSP)*, 2010, pp. 775-780. doi: 10.1109/ICOSP.2010.5655920.
7. Chervyakov N.I., Sahnyuk P.A., Shaposhnikov A.V., Makokha A.N. *Nejrokomputery v sisteme ostatochnyh klassov* [Neurocomputers in residue number system.]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2003. 272 p.
8. Chervyakov N.I., Averbukh V.M., Babenko M.G., Lyakhov P.A., Gladkov A.V., Gapochkin A.V. Priblizhennyj metod vypolnenija nemodul'nyh operacij v sisteme ostatochnyh klassov [An approximate method for performing non-modular operations in residue number system]. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2012, no. 6, pp. 189-193.
9. Chervyakov N.I., Babenko M.G., Lyakhov P.A., Lavrinenko I.N. Priblizhennyj metod opredelenija znaka chisla v sisteme ostatochnyh klassov i ego tehničeskaja realizacija [Approximate method for determining character number in the residue number system and its technical realization]. *Nauchno-tehničeskije vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikacii. Upravlenie*, 2013, no. 4, pp. 131-141.
10. Akushskii I.J., Yuditskii D.I. *Mashinnaja arifmetika v ostatochnyh klassah* [Machine arithmetic residual classes]. Moscow, Sov. radio Publ., 1968. 440 p.

Received 08.09.2015

УДК 621.371: 550.388

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ МОНИТОРИНГА ИНДЕКСА МЕРЦАНИЙ ИОНОСФЕРЫ

Шевченко В.А.¹, Чипига А.Ф.², Пашинцев В.П.², Топорков К.И.²

¹Контрактный военнотружсающий, Москва, РФ

²Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, РФ

E-mail: k-fmf-primath@stavsru

Разработана структурная схема комплекса прогнозирования помехоустойчивости систем спутниковой связи по результатам мониторинга мелкомасштабных вариаций полного электронного содержания ионосферы с помощью двухчастотного приемника спутниковой навигации и расчета индекса мерцаний принимаемого сигнала.

Ключевые слова: спутниковая связь, помехоустойчивость, полное электронное содержание ионосферы, мелкомасштабные неоднородности, индекс мерцаний, спутниковая радионавигация, двухчастотный приемник.