

20. Kolyada A.A., Pack I.T. *Moduljarnye struktury konvejernoj obrabotki cifrovoj informacii* [Modular structures of conveyor processing of digital information]. Minsk, University publ., 1992, 256 p.
21. Harin Iu.S., Bernik V.I., Matveev G. V. and etc. *Matematicheskie i komp'yuternye osnovy kriptologii* [Mathematical and computational base of cryptology]. Minsk: Novoe znannie, 2003, 382 p.
22. Gorodecky D.A., Kolyada A.A., Kolyada N.A., Shabinskaya E.V. *Primenenie tablichno-summatornoj vychislitel'noj tehnologii dlja pozicionno-moduljarnogo kodovogo preobrazovanija po sheme Gornera* [Application of the table-summatory computing technology for positional-modular conversion based on the Horner scheme]. *Trudy pervoj mezhdunarodnoj konferencii «Parallel'naja komp'yuternaja algebra i ee prilozhenija v novyh infokommunikacionnyh sistemah»* [Proceedings of the 1st International Conference «Parallel algebra and its applications in novel information systems»]. Stavropol, Russia, October 20-24, 2014, pp. 247-252.

Received 02.06.2015

УДК 621.396.674.3

МЕТОД РАСЧЕТА МИКРОПОЛОСКОВОГО ВИБРАТОРА, РАСПОЛОЖЕННОГО НА КИРАЛЬНОЙ ПОДЛОЖКЕ

Клюев Д.С., Нецерет А.М., Осипов О.В.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ

E-mail: klyuevd@yandex.ru

В статье приведено описание самосогласованного метода решения внутренней электродинамической задачи о распределении тока на поверхности микрополоскового вибратора, расположенного на киральной подложке. Сформулированы требования, которым должна удовлетворять физическая модель излучателя микрополосковой антенны. Показан вывод элементов матрицы входных адмитансов для кирального слоя, в котором в качестве проводящих включений использованы правовинтовые спирали, а также вывод элементов матрицы поверхностных импедансов. Получено сингулярное интегральное уравнение с особенностью Коши для расчета плотности тока на поверхности микрополоскового вибратора, численное решение которого является корректной математической задачей.

Ключевые слова: киральная среда, микрополосковая антенна, метод сингулярных интегральных уравнений, самосогласованный метод, матрица поверхностных импедансов, плотность тока, корректная математическая задача.

Введение

В современной электродинамике значительный интерес представляет, особенно в диапазонах СВЧ и КВЧ, исследование композитных искусственных сред, обладающих пространственной дисперсией. В диапазонах СВЧ и КВЧ, в отличие от оптически-активных сред, такая среда является искусственной и представляет собой диэлектрическую среду с макроскопическими проводящими включениями различных параметров (геометрическая форма элемента, линейные размеры и т.д.) [1]. Такие среды часто называют метаматериалами. Примером такой среды является киральная среда, представляющая собой совокупность равномерно распределенных и хаотически ориентированных в изотропной диэлектрической среде проводящих элементов зеркально-асимметричной формы [2].

В качестве проводящих включений (киральных элементов) обычно используются лево- и

правовинтовые спирали, разомкнутые кольца с выступающими концами, плоские S-образные полоски и т.д. В связи с этим существуют объемные модели киральной среды, состоящие из совокупности трехмерных киральных элементов (лево- и правовинтовые спирали и т.д.), и, соответственно, планарные, состоящие из плоских киральных элементов (плоские S-образные полоски) [2-4]. Причем последние обладают меньшим значением параметра киральности χ , чем модели, состоящие из совокупности трехмерных киральных элементов [5].

Для того чтобы киральная среда обладала пространственной дисперсией, необходимо, чтобы линейные размеры киральных элементов l были меньше длины волны λ , а расстояние между ними было соизмеримо с ней. В оптически-активных средах, состоящих из молекул зеркально-асимметричной формы, размер этих молекул соизмерим с длиной волны.

Как известно [4], параметр киральности пропорционален отношению линейного размера элемента к длине волны, следовательно, эффект киральности в СВЧ-диапазоне будет значительно больше, чем в естественных оптически-активных средах (кристаллах), таких как кристалл кварца или исландский шпат. Концепция электромагнитной киральности объединяет как оптическую активность, которая вызывает поворот плоскости поляризации плоских оптических волн, так и циркулярный дихроизм, проявляющийся в изменении вида поляризации волны.

В настоящее время существует множество работ по микрополосковым антеннам (МПА), посвященных вопросам анализа, синтеза, функциональным разновидностям и т.д. Это связано с тем, что МПА обладают несомненными преимуществами, такими как небольшие габариты и вес, относительно недорогая себестоимость и т.д. Обычно МПА представляет собой подложку из диэлектрика, на поверхности которого располагаются плоские излучатели различной формы. В данном случае диэлектрик служит для выполнения конструктивных функций и обеспечения требуемых характеристик излучения.

В данной статье в качестве подложки рассматривается киральная структура. Киральный слой в данном случае представляет собой диэлектрик с проводящими включениями в виде правовинтовых спиралей (это принципиальный момент, так как в дальнейшем от этого будет зависеть вид материальных уравнений [2]).

В большинстве работ внутренняя электродинамическая задача анализа микрополосковых антенн сводится к интегральным уравнениям Фредгольма первого рода, численное решение которых относится к классу некорректных задач по Адамару [6]. В статье использован самосогласованный метод решения анализа внутренней задачи для микрополоскового вибратора, ширина которого значительно меньше его длины и длины волны [7]. Суть данного метода заключается в получении сингулярного интегрального представления (СИП) электромагнитного поля, которое при подстановке в него граничных условий на излучающей поверхности переходит в СИУ, численное решение которого является математически корректной задачей.

Данная статья посвящена описанию самосогласованного метода решения электродинамической задачи о распределении тока на поверхности узкого МПВ, расположенного на киральной подложке.

Постановка задачи. Физическая модель излучателя

Пусть на подложке киральной структуры, металлизированной с одной стороны, толщиной d , расположена бесконечно тонкая и идеально проводящая полоска с зазором шириной $2b$, длина которой равна $2l$, а ширина $2a$ (см. рис. 1). К зазору приложен сторонний источник ЭДС, благодаря которому на поверхности полоски возникают электрические токи, распределенные так, что создаваемое этими токами электромагнитное поле (ЭМП) удовлетворяет уравнениям Максвелла, граничным условиям на идеально проводящей бесконечной металлической плоскости и условию излучения на бесконечности.

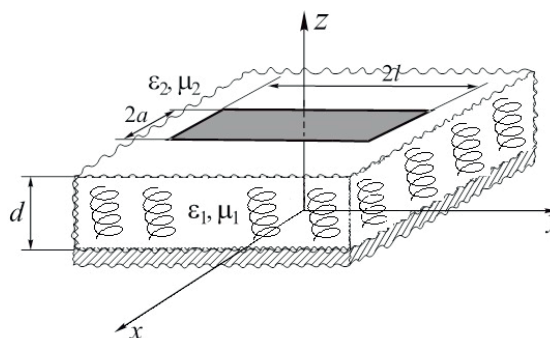


Рис. 1. Геометрия задачи

В данной работе используется физическая модель микрополоскового электрического вибратора, аналогичная трубчатому вибратору [8-10], при этом:

- как уже было сказано, предполагается, что микрополосковый вибратор представляет собой бесконечно тонкий и идеально проводящий проводник;
- на микрополосок накладывается ограничение по ширине, то есть он должен быть достаточно узким ($2a \ll l; \lambda$) чтобы поперечной составляющей поверхностной плотности электрического тока η_x можно было пренебречь;
- приложенный к зазору микрополоска сторонний источник ЭДС является гармоническим;
- микрополосковый вибратор возбуждается так, что функция $\eta_y(x, y)$ $x \in [-a, a]$, $y \in [l, l]$ является непрерывной в области зазора;
- предполагается выполнение следующих граничных условий на поверхности микрополоскового вибратора:

$$\eta_y(x, -l) = \eta_y(x, +l) = 0, \quad (1a)$$

$$\vec{E}_\tau(x, y) = 0 \text{ при } x \in [-a, a], y \in [-l, -b] \cup [b, l]; \quad (1b)$$

$$\vec{E}_\tau(x, y) = -\vec{E}_\tau^{\text{ст}} \text{ при } x \in [-a, a], y \in [-b, b], \quad (1b)$$

где $\vec{E}_\tau^{\text{ст}}$ – тангенциальная составляющая напряженности стороннего электрического поля в зазоре вибратора;

- предполагается, что тангенциальная составляющая напряженности стороннего электрического поля $\vec{E}_\tau^{\text{ст}}$ в зазоре вибратора имеет лишь одну составляющую $\vec{E}_\tau^{\text{ст}} = \{E_y^{\text{ст}}\}$.

Элементы матрицы поверхностных импедансов

Разложим векторы напряженности электрического поля $\vec{E}$, магнитного поля $\vec{H}$ и поверхностной плотности тока $\vec{\eta}$ на вибраторе по координатам x и y в интегралы Фурье [11]:

$$\begin{aligned}\vec{E}(x, y, z) &= \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \vec{T}(z, \beta, h) e^{-i\beta x - ihy} d\beta dh, \\ \vec{H}(x, y, z) &= \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \vec{M}(z, \beta, h) e^{-i\beta x - ihy} d\beta dh, \\ \vec{\eta}(x, y) &= \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \vec{F}(\beta, h) e^{-i\beta x - ihy} d\beta dh,\end{aligned}\quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{T}(z, \beta, h) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \vec{E}(x', y', z) e^{i\beta x' + ihy'} dx' dy', \\ \vec{M}(z, \beta, h) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \vec{H}(x', y', z) e^{i\beta x' + ihy'} dx' dy',\end{aligned}\quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{E}(x', y', z) &= \vec{x}_0 E_x(x', y', z) + \vec{y}_0 E_y(x', y', z) + \\ &+ \vec{z}_0 E_z(x', y', z), \\ \vec{H}(x', y', z) &= \vec{x}_0 H_x(x', y', z) + \vec{y}_0 H_y(x', y', z) + \\ &+ \vec{z}_0 H_z(x', y', z), \\ \vec{\eta}(x', y') &= \vec{x}_0 \vec{\eta}_x(x', y') + \vec{y}_0 \vec{\eta}_y(x', y'),\end{aligned}$$

$\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ – единичные векторы (орты) на координатных осях, $\vec{n}_0$ – единичный вектор нормали к границе раздела первой и второй сред, направленный из первой среды во вторую; $\vec{H}^{(1)}, \vec{H}^{(2)}$ – векторы напряженностей магнитного поля в плоскости $z = d$ областей $z < d$ и $z > d$ соответственно. $\{T_x, T_y, T_z\}, \{M_x, M_y, M_z\}$,

$\{F_x, F_y\}$ – составляющие векторов Фурье-образов напряженности электрического поля $\vec{E}$, напряженности магнитного поля $\vec{H}$ и поверхностной плотности тока $\vec{\eta}$ соответственно. $\{E_x, E_y, E_z\}, \{H_x, H_y, H_z\}, \{\eta_x, \eta_y\}$ – составляющие векторов напряженности электрического поля $\vec{E}$, напряженности магнитного поля $\vec{H}$ и поверхностной плотности тока $\vec{\eta}$ соответственно.

В (3) учтено, что поверхностная плотность электрического тока $\vec{\eta}$ отлична от нуля только на поверхности вибратора: $z = d, x \in [-a, a], y \in [-l, l]$. На плоскости $z = d$ Фурье-образ $\vec{T}_\tau = \{T_x, T_y\}$ тангенциальной составляющей напряженности электрического поля $\vec{E}_\tau$ и Фурье-образ $\vec{F} = \{F_x, F_y\}$ поверхностной плотности тока $\vec{\eta}$ на вибраторе связаны через матрицу поверхностных импедансов $[Z]$ плоскости $z = d$ следующим образом [12, 13]:

$$\begin{bmatrix} T_y \\ T_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_y \\ F_x \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где Z_{ij} ($i, j = 1, 2$) – элементы матрицы поверхностных импедансов $[Z]$ есть функции переменных β, h Фурье-пространства: $Z_{ij} = Z_{ij}(\beta, h)$.

Для определения матрицы поверхностных импедансов $[Z]$ проще сначала найти матрицу поверхностных адмитансов $[Y]$:

$$\begin{bmatrix} F_y \\ F_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_y \\ T_x \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где Y_{ij} ($i, j = 1, 2$) – элементы матрицы поверхностных адмитансов $[Y]$, которые также являются функциями переменных β и h .

Так как из матричных соотношений (4)-(5) следует, что матрица $[Y]$ есть обратная матрице $[Z]$, то связь между элементами этих матриц выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}Z_{11}(\beta, h) &= Y_{22}(\beta, h)/\Delta(\beta, h); \\ Z_{12}(\beta, h) &= -Y_{12}(\beta, h)/\Delta(\beta, h); \\ Z_{21}(\beta, h) &= -Y_{21}(\beta, h)/\Delta(\beta, h); \\ Z_{22}(\beta, h) &= Y_{11}(\beta, h)/\Delta(\beta, h),\end{aligned}\quad (6)$$

где $\Delta(\beta, h) = Y_{11}(\beta, h)Y_{22}(\beta, h) - Y_{12}(\beta, h)Y_{21}(\beta, h)$.

Элементы матрицы поверхностных адмитансов плоскости $z = d$ определяются через ма-

трицу входных адмитансов $[Y^{(2)}]$ области $z > d$ (диэлектрический слой) и матрицу $[Y^{(1)}]$ области $z < d$ (киральные слой) [12-13]:

$$Y_{ij} = Y_{ij}^{(2)} - Y_{ij}^{(1)}. \quad (7)$$

Матрицы входных адмитансов вводятся следующим образом [12-13]:

$$\begin{bmatrix} M_x^{(1,2)} \\ M_y^{(1,2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}^{(1,2)} & Y_{12}^{(1,2)} \\ Y_{21}^{(1,2)} & Y_{22}^{(1,2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_y^{(1,2)} \\ T_x^{(1,2)} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где $T_x^{(1)}, T_y^{(1)}, M_x^{(1)}, M_y^{(1)}$ – Фурье-образы тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей в плоскости области $z = d$ а $z < d$, а $T_x^{(2)}, T_y^{(2)}, M_x^{(2)}, M_y^{(2)}$ – Фурье-образы тангенциальных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей в плоскости $z = d$ области $z > d$.

Запишем уравнения Максвелла для комплексных амплитуд в области $z < d$, то есть для кирального слоя $\{E_x^{(1)}, E_y^{(1)}, E_z^{(1)}\}, \{H_x^{(1)}, H_y^{(1)}, H_z^{(1)}\}$ в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -i\omega\mu_0\mu_1 H_x + k\chi E_x; \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -i\omega\mu_0\mu_1 H_y + k\chi E_y; \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -i\omega\mu_0\mu_1 H_z + k\chi E_z; \\ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_x + k\chi H_x; \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_y + k\chi H_y; \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 E_z + k\chi H_z, \end{aligned} \quad (9)$$

где ω – циклическая частота; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; ε_1, μ_1 – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости кирального слоя; χ – параметр киральности; $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – волновое число. Заметим, что уравнения (9) справедливы только для киральной среды, состоящей из правовинтовых спиралей. Это обусловлено знаками между $\vec{E}$ и $\vec{H}$ в материальных уравнениях [2].

Запишем систему уравнений для данной структуры [2]:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{E} + (k^2\varepsilon_1\mu_1 + (k\chi)^2)\vec{E} - 2i\omega\mu_0\mu_1 k\chi\vec{H} &= 0; \\ \nabla^2 \vec{H} + (k^2\varepsilon_1\mu_1 + (k\chi)^2)\vec{H} + 2i\omega\varepsilon_0\varepsilon_1 k\chi\vec{E} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя (2) в (10), предварительно взяв в (2) производные по x и y , определим $T_y^{(1)}$ и $M_y^{(1)}$ из решения уравнений (10) с учетом граничных условий $T_y^{(1)}(z=0)=0, M_y^{(1)}(z=0)=0, T_y^{(2)}(z \rightarrow \infty)=0, M_y^{(2)}(z \rightarrow \infty)=0$:

$$M_y^{(1)} = i\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1}{\mu_0\mu_1}}(C_R \sin(\gamma_R z) - C_L \sin(\gamma_L z)), \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_R &= \sqrt{k^2(n+\chi)^2 - \beta^2 - h^2}; \\ \gamma_L &= \sqrt{k^2(n-\chi)^2 - \beta^2 - h^2}; \\ n &= \sqrt{\varepsilon_1\mu_1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Так как при $z=0$ (на поверхности металла) $E_y=0$, то $C_R=C_L=C$

$$\begin{aligned} T_y^{(1)} &= C(\sin(\gamma_R z) + \sin(\gamma_L z)); \\ M_y^{(1)} &= i\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1}{\mu_0\mu_1}}C(\sin(\gamma_R z) - \sin(\gamma_L z)), \end{aligned} \quad (13)$$

где C – некоторая неизвестная константа. Затем, выражая составляющие $T_x^{(1)}, M_x^{(1)}$ через $T_y^{(1)}, M_y^{(1)}$ в (9) и подставляя (13) в полученные выражения, с помощью формулы (8) получаем значения элементов матрицы входных адмитансов плоскости $z=d$ области $z < d$, то есть для кирального слоя.

Нахождение значений элементов матрицы входных адмитансов плоскости $z=d$ области $z > d$ (диэлектрический слой) подробно описаны в [7]. Воспользуемся готовыми выражениями элементов матрицы входных адмитансов для диэлектрика.

$$\begin{aligned} Y_{11}^{(2)} &= -\frac{(k^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta^2)}{\mu_0\mu_2\omega r_2}; Y_{12}^{(2)} = -\frac{h\beta}{\mu_0\mu_2\omega r_2}; \\ Y_{21}^{(2)} &= \frac{h\beta}{\mu_0\mu_2\omega r_2}; Y_{22}^{(2)} = \frac{k^2\varepsilon_2\mu_2 - h^2}{\mu_0\mu_2\omega r_2}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $r_2 = \sqrt{k^2\varepsilon_2\mu_2 - \beta^2 - h^2}$, ε_2, μ_2 – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрического слоя.

Таким образом, подставляя выражения входных адмитансов для кирального слоя и (14) в

(7), а затем полученные выражения в (6), можно получить выражения для элементов матрицы поверхностных импедансов Z_{ij} ($i, j = 1; 2$). В данной работе определяется лишь элемент Z_{11} , который является коэффициентом пропорциональности между Фурье-компонентами продольного тангенциального продольного поля E_y и плотностью продольного электрического тока η_y , который будет использоваться в дальнейшем. Ввиду громоздкости выражений для входных и поверхностных адмитансов, а также для элемента матрицы поверхностных импедансов Z_{11} в явном виде здесь они не приводятся.

Сингулярное интегральное представление поля

Как уже было сказано, предполагается, что тангенциальная составляющая напряженности стороннего электрического поля имеет только продольную компоненту $\vec{E}_\tau^{\text{ст}} = \{E_y^{\text{ст}}\}$ и учитывается только продольная составляющая поверхностной плотности тока η_y , поэтому первое векторное соотношение из (2) с учетом матричного соотношения (4) переходит в скалярное:

$$E_y(x, y, z = d) = \int_{-a-l}^a \int_{-l}^l \eta_y(x', y') Z_{11}^\Sigma(x', y'; x, y) dx' dy', \quad (15)$$

где

$$Z_{11}^\Sigma(x', y', x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} Z_{11}(\beta, h) e^{-i\beta(x-x')} e^{-ih(y-y')} d\beta dh. \quad (16)$$

Асимптотическое представление $Z_{11}(\beta, h)$ при $|h| \rightarrow \infty$

$$Z_{11}(\beta, h) \xrightarrow{|h| \rightarrow \infty} Z_{11}^\infty(\beta, h) = -\frac{i\omega\mu_0(\mu_1 + \mu_2)}{(k^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\mu_1 + \mu_2) - (k\chi)^2)} |h|. \quad (17)$$

Из (17) следует, что интеграл по h в (16) является расходящимся. Для устранения этой расходимости в подынтегральном выражении (16) прибавляются и вычитаются слагаемые с асимптотическим множителем $Z_{11}^\infty(\beta, h)$. Учитывая то, что ширина микрополоскового вибратора много меньше длины волны, поперечное распределение поверхностной плотности тока (относительно полосы, то есть по координате

x) описывается функцией $1/\sqrt{1-(x/a)^2}$ [13-14]. Следовательно, функцию двух переменных, описывающую распределение поверхностной плотности тока $\eta_y(x, y)$, можно представить в виде произведения двух функций одной переменной, одна из которых описывает поперечное распределение, а другая продольное.

$$\eta_y(x, y) = \frac{f(y)}{\sqrt{1-(x/a)^2}}, \quad (18)$$

где $f(y)$ – неизвестная функция, характеризующая продольное распределение поверхностной плотности тока.

Подставляя (18) в (15), с помощью интегрирования по y' по частям в (15) и с учетом граничных условий $f(-l) = f(l) = 0$ перейдем к новой неизвестной функции $f'(y') = df(y')/dy'$.

Взяв следующие интегралы [15-17]:

$$\begin{aligned} \int_{-a}^a \frac{e^{i\beta x'}}{\sqrt{1-(x'/a)^2}} dx' &= \pi a J_0(\beta a); \\ \int_{-\infty}^{\infty} J_0(\beta a) d\beta &= 2 \int_0^{\infty} J_0(\beta a) d\beta = \frac{2}{a}; \\ \int_{-\infty}^{\infty} \text{sgn}(h) e^{-ih(y-y')} dh &= \frac{2i}{y' - y}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $J_0(\beta a)$ – функция Бесселя первого рода нулевого порядка, и учитывая условие сходимости интеграла в (15), в результате получаем следующее СИУ с особенностью Коши для E_y на плоскости $z = d$:

$$\begin{aligned} E_y(x, y, z = d) &= -\frac{a}{4\pi} \int_{-l}^l f'(y') \times \\ &\times \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} J_0(\beta a) \frac{\Delta Z_{11}(\beta, h)}{ih} e^{-ih(y-y')} d\beta dh dy' - \\ &- \frac{B}{\pi} \int_{-l}^l \frac{f'(y')}{y' - y} dy', \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{где } B &= -\frac{i\omega\mu_0(\mu_1 + \mu_2)}{(k^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\mu_1 + \mu_2) - (k\chi)^2)}; \\ \Delta Z_{11}(\beta, h) &= Z_{11}(\beta, h) - Z_{11}^\infty(\beta, h). \end{aligned}$$

Сингулярное интегральное уравнение с особенностью Коши

При подстановке (20) в граничное условие (1в) получается следующее сингулярное интег-

ральное уравнение с особенностью Коши относительно неизвестной функции $f'(y')$:

$$E_y^{\text{ст}}(x, y, z = d) = -\frac{a}{4\pi} \int_{-l}^l f'(y') \times \\ \times \int_{-\infty-\infty}^{\infty} J_0(\beta a) \frac{\Delta Z_{11}(\beta, h)}{ih} e^{-ih(y-y')} d\beta dh dy' - \\ - \frac{B}{\pi} \int_{-l}^l \frac{f'(y')}{y' - y} dy', \quad (21)$$

$$\text{где } B = -\frac{i\omega\mu_0(\mu_1 + \mu_2)}{(k^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(\mu_1 + \mu_2) - (k\chi)^2)};$$

$$\Delta Z_{11}(\beta, h) = Z_{11}(\beta, h) - Z_{11}^{\infty}(\beta, h),$$

где $E_y^{\text{ст}}(y)$ – напряженность стороннего электрического поля в зазоре. При выводе данного уравнения было положено $x = 0$, так как граничное условие (1в) справедливо для любой точки области $z = d$, $x \in [-a, a]$, $y \in [-l, l]$.

Главной особенностью СИУ (21) является то, что оно справедливо для любого способа возбуждения микрополоскового вибратора при учете только одной составляющей поверхностной плотности тока. В зависимости от способа возбуждения меняется только $E_y = -E_y^{\text{ст}}$ в левой части данного СИУ. Это обусловлено тем, что в соответствии с физической моделью излучателя поверхностная плотность тока в области зазора остается непрерывной функцией.

Литература

1. Митра Р. Критический взгляд на метаматериалы // Радиотехника и электроника. Т. 52, №9, 2007. – С. 1051-1058.
2. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006. – 280 с.
3. Третьяков С.А. Электродинамика сложных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника. Т.39, №10, 1994. – С. 1457-1470.
4. Шевченко В.В. Киральные электромагнитные объекты и среды // Соросовский образовательный журнал. №2, 1998. – С. С. 109-114.
5. Васильева Т.Д., Просвирнин С.Л. Дифракция электромагнитных волн на плоской решетке из киральных полосковых элементов сложной формы // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. Т.1, №4, 1998. – С. 5-9.
6. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. – 285 с.
7. Неганов В.А., Клюев Д.С., Соколова Ю.В. Метод расчета входного сопротивления микрополоскового электрического вибратора // Известия вузов. Радиофизика. Т. LI, №12, 2008. – С. 1061.
8. Неганов В.А., Матвеев И.В. Новый метод расчета тонкого электрического вибратора // Известия вузов. Радиофизика. Т. 43, № 3, 2000. – С. 335-344.
9. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн. М.: Радио и связь, 2002. – 416 с.
10. Неганов В.А. Самосогласованный метод расчета электромагнитных полей в ближних зонах излучающих структур, описываемых координатными цилиндрическими поверхностями // ДАН. Т. 408, № 2, 2006. – С. 178-181.
11. Воробьев Н.Н. Теория рядов. М.: Наука. Физматлит, 1979. – 408 с.
12. Курушин Е.П., Нефедов Е.И. Электродинамика анизотропных волноведущих структур. М.: Наука, 1983. – 304 с.
13. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Полосково-щелевые структуры сверх- и крайневых частот. М: Наука, 1996. – 304 с.
14. Митра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. – 323 с.
15. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. – 752 с.
16. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981. – 798 с.
17. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. М.: Наука, 1978. – 296 с.

Получено 02.06.2015

Клюев Дмитрий Сергеевич, д.ф.-м.н., заведующий Кафедрой электродинамики и антенн (ЭА) Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Тел. 8-927-749-16-52. E-mail: klyuevd@yandex.ru

Нецерет Анатолий Михайлович, аспирант Кафедры ЭА ПГУТИ. Тел. 8-927-738-26-33. E-mail: neshceret_a@list.ru

Осипов Олег Владимирович, д.ф.-м.н., доцент, проректор по информатизации и образовательным технологиям ПГУТИ. Тел. (8-846) 333-32-04, 8-917-941-10-73. E-mail: o.osipov@psuti.ru

METHOD FOR ANALYSIS OF MICROSTRIP ANTENNA BASED ON CHIRAL SUBSTRATE

Klyuev D.S., Neshcheret A. M., Osipov O.V.

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation

E-mail: klyuevd@yandex.ru

This work presents description of self-consistency method for solution interior electrodynamics problem concerned on distribution of current over surface of microstrip antenna based on chiral substrate. Requirements to physical model of microstrip antenna radiator were formulated. We represent derivation of elements of surface impedance matrix and elements of input admittance matrix for chiral layer where right-handed helixes were considered as conductor dopants. Singular integral equation with a Cauchy kernel for computing current density over microstrip antenna surface was obtained, and numerical solution of this equation is a well-set mathematical problem.

Keywords: *chiral media, microstrip antenna, method of singular integral equations, self-consistency method, surface impedance matrix, current density, well-set mathematical problem*

DOI: 10.18469/ikt.2015.13.3.02

Klyuev Dmitriy Sergeevich, Doctor of Physico-Mathematical Science, the Head of Department of Electrodynamics and Antennas, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Tel.: +79277491652. E-mail: klyuevd@yandex.ru

Neshcheret Anatoly Mihaylovich, postgraduate student, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Russian Federation, Samara. Tel.: + 79277382633. E-mail: neshcheret_a@list.ru

Osipov Oleg Vladimirovich, Doctor of Physico-Mathematical Science, Vice-Rector for Information and Educational Technology, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Russian Federation, Samara, Tel.: +79179411073. E-mail: o.osipov@psuti.ru

References

1. Mitra R. Kriticheskiy vzglyad na metamaterialy [A critical view on metamaterials]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2007, no. 9, pp. 1051-1058.
2. Neganov V.A., Osipov O.V. *Otragayushchie, volnovodushchie i izlyuchayushchie struktury s kiralnymi elementami* [Reflective, waveguide and radiating structure with chiral elements]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 2006. 280 p.
3. Tret'yakov S.A. Elektrodinamika slozhnykh sred: kiralnye, biizotropnye i nekotorye bianizotropnye materialy [Electrodynamics complex environments: chiral, biisotropic and some bianisotropic materials]. *Radiotekhnika i elektronika*, 1994, no. 10, pp. 1457-1470.
4. Shevchenko V.V. Kiralnye elektromagnitnye objekty i sredy [Chiral electromagnetic objects and environment]. *Sorosovskiy obrazovatel'nyy zhurnal*, 1998, no. 2, pp. 109-114.
5. Vasil'eva T.D., Prosvirnin S.L. Difraktsiya elektromagnitnykh voln na ploskoy reshetke iz kiralnykh poloskovykh elementov slozhnoy formy [Diffraction of electromagnetic waves on a flat lattice chiral strip elements of complex shape]. *Fizika volnovykh processov i radiotekhnicheskie sistemy*, 1998, no. 4, pp. 5-9.
6. Tihonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metodi resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of solving ill-posed problems]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 285 p.
7. Neganov V.A., Klyuev D.S., Sokolova Yu.V. Metod rascheta vhodnogo soprotivleniya micropoloskovogo vibratora [The method of calculating the input impedance of the microstrip electric vibrator]. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, 2008, no 12, pp. 1061.
8. Neganov V.A., Matveev I.V. Noviy metod rascheta tonkogo elektricheskogo vibratora [A new method of calculating the fine electric vibrator]. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, 2000, no 3, pp. 335-344.
9. Neganov V.A., Nefedov E.I., Yarovoy G.P. *Elektrodinamicheskie metody proektirovaniya ustroystv i SVCh anten* [Electrodynamic methods of designing microwave devices and antennas]. Moscow, Radio i svyaz Publ., 2002, 416 p.

10. Neganov V.A. Samosoglasovanny metod rascheta elektromagnitnyh poley v bliznykh zonah izluchyushchih struktur, opisyvaemyh cilindricheskimi poverhnostyami [Self-consistent method for calculating electromagnetic fields in near zones radiating structures described coordinate cylindrical surfaces]. *DAN*, 2006, no. 2, pp. 178-181.
11. Vorob'ev N.N. *Teoriya ryadov* [The theory of series]. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1979, 408 p.
12. Kurushin E.P., Nefedov E.I. *Elektrodinamika anizotropnykh volnovodushchih struktur* [Electrodynamics of anisotropic waveguide structures]. Moscow, Nauka Publ., 1983, 304 p.
13. Neganov V.A., Nefedov E.I., Yarovoy G.P., *Polosko-shchelevye struktury sverh- i kraynevysokih chastot* [The strip-gap structure of SHF and EHF]. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1996, 304 p.
14. Mittra, R., Lee, S.W. *Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves*. New York, Mac-millan, 1971, 302 p. (Russ. ed.: Mitra R., Li S. *Analiticheskie metody teorii volnovodov*. Moscow, MIR Publ., 1974, 323 p.).
15. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integraly i ryady. Specialnye funktsii* [Integrals and series. Special functions]. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1983, 752 p.
16. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. *Integraly i ryady. Elementarnye funktsii* [Integrals and series. Elementary functions]. Moscow, Nauka. Fizmatlit Publ., 1981, 798 p.
17. Gahov F.D., Cherskiy Yu.I. *Uravneniya tipa svertki* [Equations of convolution type]. Moscow, Nauka Publ., 1978, 296 p.

Received 02.06.2015

ТЕХНОЛОГИИ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ

УДК 519.872

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ОБЩЕГО ВИДА С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ

Буранова М.А., Карташевский В.Г., Киреева Н.В., Чупахина Л.Р.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ

E-mail: buranova-ma@psuti.ru

В работе проанализирована структура трафика мультимедийных приложений. На основе анализа было проведено моделирование процессов сетевой обработки трафика в программе ns2. Рассмотрены два частных случая систем массового обслуживания общего вида: P1/W/1 и P2/P3/1. Получены оценки значений задержки в очереди для двух рассматриваемых случаев, проведена оценка задержки в очереди аналитически с применением аппарата теории массового обслуживания на основе решения уравнения Линдли спектральным методом.

Ключевые слова: системы массового обслуживания, среднее время задержки, имитационное моделирование, сетевое управление, интегральное уравнение Линдли, аппроксимация суммой затухающих экспонент.

Введение

Анализ структуры современного трафика на всех уровнях архитектуры мультисервисных сетей [1-2; 9] показывает, что он является самоподобным. Вследствие этого предлагаемые модели современного трафика основываются на процессах, отражающих свойства самоподобия. Наиболее популярными являются модели, построенные на базе ON/OFF процессов [2-3], учитывающих пачечный характер трафика. При этом ON и OFF периоды задаются распределениями с тяжелыми хвостами.

В инфокоммуникационных сетях большую часть трафика составляет мультимедийная нагрузка, которую не всегда можно описать моделями на основе ON/OFF процессов [9]. Здесь более корректной представляется модель, построенная на базе теории массового обслуживания [1; 9]. Следует заметить, что математический аппарат для расчетов параметров систем массового обслуживания (СМО) достаточно развит. В этой связи важным представляется возможность сравнения результатов имитационного моделирования с результатами аналитических расчетов.