

**Fedosin Sergey Alekseevich**, National Research Mordovia State University, 68 Bolshevistskaya str., Saransk, 430005, Russian Federation; the Head of Department of automated information processing systems and management, PhD in Technical Sciences. Tel.: +78342478691. E-mail: fe-dosinsa@mrsu.ru.

### References

1. Ayvazyan S.A., Yenyukov I.S., Meshalkin L.D. *Prikladnaya statistika. Osnovy modelirovaniya i pervichnaya obrabotka dannykh* [Applied Statistics. Basics of modeling and primary data processing]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 1982. 465 p.
2. Korenjuk T.S. Voprosy dostovernosti telezmerenij moshhnosti v zadachah vedenija rezhima jelektrojenergeticheskoy sistemy [Studies on Reliability of remote metering data in controlling of power system modes]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovanija*, 2005, no.1, pp. 78-80.
3. Sarkisov S.A. Analiz osnovnyh osobennostej sbora periodicheskikh tipov dannyh v sovremennyh ASKUIJe [Overview of time series data aggregation process in modern SCADA systems]. *Nauka, tehnika i obrazovanie*, 2015, no. 11, pp. 46-49.
4. Fedosin A.S., Savkina A.V. Problemy kachestva dannyh v avtomatizirovannyh sistemah kommercheskogo ucheta potreblenija jenergoresursov [Data quality issues for energy management systems]. *Prikaspiyskiy zhurnal: upravlenie i vysokie tekhnologii*, 2014, no. 2, pp. 158-164.
5. Jiyi Chen, Wenyuan Li, Adriel Lau, Jiguo Cao, Ke Wang. Automated Load Curve Data Cleaning in Power Systems. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2010, vol. 1, no. 2, pp. 213-221. doi: 10.1109/TSG.2010.2053052.
6. Loureiro A., Torgo L., Soares C. *Outlier Detection Using Clustering Methods: a data cleaning application* Available at: <http://www.dcc.fc.up.pt/~ltorgo/Papers/ODCM.pdf> (accessed: 13.05.2016).
7. Luedicke J. *Friedman's Super Smoother* Available at: [http://fmwww.bc.edu/repec/bocode/s/supsmooth\\_doc.pdf](http://fmwww.bc.edu/repec/bocode/s/supsmooth_doc.pdf) (accessed: 13.05.2016).
8. Rahm E., Do H.H. *Data Cleaning: Problems and Current Approaches*. Available at: [http://www.witi.cs.uni-magdeburg.de/iti\\_db/lehre/dw/paper/data\\_cleaning.pdf](http://www.witi.cs.uni-magdeburg.de/iti_db/lehre/dw/paper/data_cleaning.pdf) (accessed 15.07.2015)
9. Seo S. *A Review and Comparison of Methods for Detecting Outliers in Univariate Data Sets*. Available at: <http://d-scholarship.pitt.edu/7948/1/Seo.pdf> (accessed: 13.05.2016).
10. Xiaoxing Z., Caixin S. Dynamic intelligent cleaning model of dirty electric load data. *Energy Conversion and Management*, 2008, vol. 49, no. 4, pp. 564-569. doi:10.1016/j.enconman.2007.08.007

Received 25.05.2016

## НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК: 004.056.5; 681.142.342

### ФУНКЦИОНАЛ ОЖИДАЕМОЙ ПОЛЕЗНОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ СИСТЕМАМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКОГО ТИПА

Маслов О.Н., Фролова М.А.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

E-mail: maslov@psati.ru

Рассматриваются теоретические принципы моделирования функционала ожидаемой полезности (ФОП), необходимые для его применения при управлении сложными системами организационно-технического типа. Приведены результаты тестирования разработанной модели ФОП.

**Ключевые слова:** управление сложными системами, принятие решений, моделирование ожидаемой полезности, функционал ожидаемой полезности.

#### Введение

Принципы моделирования и пути практического применения функционала ожидаемой полезности (ФОП) рассмотрены в [1]. Показано, что конвергенция теории ожидаемой полезности с теорией сложных систем (СС) организационно-

технического типа, которая включает методы сценариев и функционально-стоимостного анализа, а также использование компьютерного варианта метода Монте-Карло (ММК), открывает новые возможности для применения метода статистического имитационного моделирования (СИМ) по

версии метода Димова-Маслова (МДМ) в интересах управления СС [2-4]. Цель настоящей статьи – обоснование целесообразности использования ФОП в качестве критерия выбора управленческих решений с учетом современного состояния теории ожидаемой полезности и особенностей реализации СИМ по МДМ.

### Модели ожидаемой полезности

Рассмотрим основные математические модели (ММ) ожидаемой полезности – здесь и далее, согласно [5], включая приводимые в кавычках цитаты.

1. Ожидаемый выигрыш или суммарный риск  $Q = \sum_{n=1}^N p_n x_n$ , где  $p_n$  – вероятность  $n$ -го события (сценария реализации проекта, развития ситуации и т.п.);  $x_n$  – «стоимость» (далее без кавычек) данного события.

2. Ожидаемая полезность Д. Бернулли  $Q = \sum_{n=1}^N p_n v(x_n)$ , где логарифмическая функция  $v(x_n) = b \ln[(a + x_n)/a]$  с положительными параметрами моделирует убывание приращений полезности, вызванных приращениями стоимости  $x_n$ , поскольку производная  $dv(x_n)/dx_n = b/(a + x_n)$ , что было предложено еще в XVIII веке при изучении Санкт-Петербургского парадокса.

3. Ожидаемая полезность фон Неймана-Моргенштерна  $Q = \sum_{n=1}^N p_n u(x_n)$ , соответствующая аксиомам, регламентирующим модель рационального поведения лица, принимающего решения (ЛПР), где  $u(x_n) = a x_n + b$  – произвольная линейная функция;  $a > 0$ .

4. Теория достоверных эквивалентов де Финетти  $Q = \sum_{n=1}^N f(p_n) x_n$ , где  $f(p_n)$  – субъективная вероятность, в количественном виде отражающая степень убежденности ЛПР в том, что наступит событие  $x_n$ , а также соответствующая аксиоме о согласованности предпочтений ЛПР, моделирующая отношение ЛПР к риску, и т.п.

5. Субъективная ожидаемая полезность Эдвардса  $Q = \sum_{n=1}^N f(p_n) v(x_n)$ , где  $v(x_n)$  – стоимость события  $x_n$ , найденная в условиях полной определенности знаний о нем.

6. Субъективная ожидаемая полезность Сэвиджа  $Q = \sum_{n=1}^N f(p_n) u(x_n)$ , где  $u(x_n)$  – стои-

мость события  $x_n$ , найденная в условиях риска, обусловленного неопределенностью знаний о нем.

7. Взвешенный ожидаемый выигрыш  $Q = \sum_{n=1}^N w(p_n) x_n$ , где  $w(p_n)$  – «весовая» оценка действий ЛПР, связанных с событием  $x_n$  – субъективный эквивалент  $p_n$ , на который могут не распространяться правила теории вероятностей (ТВ).

8. Теория перспектив Канемана и Тверски  $Q = \sum_{n=1}^N w(p_n) v(x_n)$ , где  $w(p_n)$  и  $v(x_n)$ , соответственно – «вес» решения, связанного с  $x_n$ , и оценка изменения его стоимости в условиях полной определенности знаний о нем.

9. Субъективная взвешенная полезность Кармаркара  $Q = \sum_{n=1}^N w(p_n) u(x_n)$ , где  $w(p_n)$  и  $u(x_n)$ , соответственно – «вес» решения и оценка стоимости  $x_n$  в условиях риска, обусловленного неопределенностью знаний о нем.

Большинство представленных ММ представляют познавательный (гносеологический, эпистемиологический) интерес и не ориентированы на конкретные приложения. Исключение составляют модели фон Неймана-Моргенштерна и Сэвиджа, различие между которыми состоит, во-первых, в аксиоматике, на которой они основаны, а во-вторых, в понятиях вероятности, которые они используют. Поскольку эти ММ перспективны и для управления СС (при поддержке действий ЛПР), и для предсказания поведения СС, на различиях между ними остановимся более подробно.

### Аксиомы ожидаемой полезности

В рамках теории объективной ожидаемой полезности фон Неймана-Моргенштерна [7] принимаемые решения считаются результатом упорядоченного (поддающегося структурированию и формализации) процесса мышления ЛПР, при этом вводятся правила их действий в виде следующих аксиом рационального поведения:

- аксиома полноты и транзитивности – с точки зрения ЛПР полнота означает, что для двух исходов:  $A$  и  $B$  рассматриваемого события либо  $A$  предпочтительнее  $B$ , либо  $B$  предпочтительнее  $A$ , либо  $A$  и  $B$  одинаково привлекательны; транзитивность означает, что если исход  $A$  предпочтительнее  $B$ , а  $B$  предпочтительнее  $C$ , то  $A$  предпочтительнее  $C$ ;

- аксиома безразличия: если у наблюдаемого события возможны три исхода:  $A$ ;  $B$  и  $C$  и если ЛПР предпочитает исход  $A$  исходу  $B$ , а исход  $B$  исходу  $C$ , то для ЛПР одинаковую ценность имеют две альтернативы: получить  $B$  наверняка; принять участие в игре, где можно выиграть  $A$  с вероятностью  $P$  или  $C$  с вероятностью  $(1 - P)$ ;

- аксиома независимости: если для ЛПР исходы  $A$  и  $B$  имеют одинаковую ценность, то для него безразлично, какой из них может быть реализован:  $A$  или  $B$ ;

- аксиома рациональности, первый вариант: если исход  $A$  предпочтительнее исхода  $B$ , ЛПР предпочтет игру с выигрышем  $A$  игре с выигрышем  $B$ ; второй вариант: если исход  $A$  предпочтительнее исхода  $B$ , ЛПР выберет игру, где вероятность выигрыша  $P$  больше;

- аксиома о составной игре: привлекательность игры, исходы которой сами являются играми, так же привлекательна, как игра, которая соответствует перемножению вероятностей для всех возможных перспектив по правилу определения вероятностей сложных событий.

Теория субъективной ожидаемой полезности Сэвиджа [8] базируется на понимании ЛПР того, что объективно существуют и управляют их решениями общие для них эвристики (от греч. *heurisko* – нахожу) в виде совокупности логических приемов и методических правил, которые определяют закономерности отклонения их действий от правил рационального поведения. К числу таких эвристик относятся:

- суждение по представительности: ЛПР склонны судить о принадлежности объекта  $A$  к классу  $B$  только по кажущейся им похожести  $A$  на типовой объект класса  $B$ , игнорируя размер выборки, на основании которой выносится суждение, а также другие характеристики  $A$  и  $B$ ;

- суждение по встречаемости: ЛПР часто определяет вероятности событий  $p_n$  на основании субъективных данных, предполагая, что доступная ему незначительная выборка является вполне достаточной для обобщения и выводов;

- суждение по точке отсчета: начальная информация о значениях  $p_n$  и  $f(p_n)$  – в том числе искусственно завышенных или заниженных, может сыграть решающую роль при формировании окончательного решения, независимо от промежуточных результатов анализа ситуации;

- сверхдоверие личному опыту: чрезмерное увлечение воспоминаниями о прошлых событиях, участником которых был ЛПР, неправомерный перенос свойственных им причин и следствий на качественно новую обстановку;

- стремление к исключению риска: ЛПР стараются избегать ситуаций, в которых наряду с большим выигрышем возможен проигрыш, если в их распоряжении имеются беспроигрышные варианты.

Заметим, что понятие неприятия риска (*risk aversion*) при этом играет важную самостоятельную роль, и одним из вариантов его локальной меры является отношение второй производной функции ожидаемой полезности к первой. Современная теория ожидаемой полезности базируется как на аксиомах рационального поведения ЛПР, так и на приведенных субъективных эвристиках.

### Концепции вероятности

Аксиоматику объективной ТВ определил А.Н. Колмогоров в 20-е годы XX века: под случайностью понимается принципиально неустраиваемая неопределенность; стохастическую ситуацию характеризуют три признака: непредсказуемость (невозможность спрогнозировать ее исход с заданной точностью); воспроизводимость (имеется возможность повторять ситуацию  $N \gg 1$  раз в примерно одинаковых условиях) и устойчивость частот наблюдаемых событий (отношение к  $N$  числа случаев, когда событие имеет место, колеблется возле некоторого конечного числа, приближаясь к нему по мере увеличения  $N$ ) [9]. В историческом плане это соответствует развитию идеи П. Лапласа (1812), который определил вероятность как «число благоприятных исходов некоторого события, отнесенное к числу всех возможных исходов».

Однако задолго до этого Я. Бернулли (1713) отделил понятие вероятности от способа ее измерения и определил вероятность как «степень доверия» к исходу события – хотя оценивал ее он по способу П. Лапласа. Широко распространенный до настоящего времени объективный частотный подход определяет вероятность как «предельное значение процента благоприятных исходов в бесконечной последовательности независимых испытаний» – отсюда видно, во-первых, что вероятность невозможно вычислить точно, поскольку нельзя обеспечить ни бесконечно большую выборку однородных независимых данных, ни вообще постоянное на бесконечности пространство возможных исходов любого события. Во-вторых, что объективная ТВ призвана «работать» при исследовании и моделировании многократно повторяющихся событий, относящихся к хорошо структурированным СС, но требует осторожности в других случаях.

Важным шагом Дж. Кейнса [6] и Г. Джеффриса была прагматичная идея использовать вероятность «вслепую», не вникая в тонкости ее определения на том основании, что «каждое множество эмпирических данных находится в логическом объективном отношении к истинности некоторой гипотезы», имеющей актуальное практическое значение, а «вероятность измеряет силу этой связи с точки зрения рационального индивида».

Впоследствии Г. Шэфер предложил четко отличать объективную вероятность наступления случайных событий от субъективной вероятности в виде степени убежденности ЛПР (степени доверия, по Я. Бернулли) в их наступлении, а Л. Сэвидж заложил основу субъективной ТВ в современном виде – где вероятности, с точки зрения ММ, не отличаются от своих объективных аналогов, но на их основе создана полноценная альтернативная «процедура одновременного измерения полезности и вероятности, основанная на выявленных предпочтениях» ЛПР [7].

Таким образом, в ММ фон Неймана-Моргенштерна, наряду со стоимостью  $u(x_n)$  события  $x_n$  фигурирует его объективная вероятность  $p_n$ , тогда как в ММ Сэвиджа – субъективная вероятность  $f(p_n)$ , характеризующая оценку ЛПР возможности наступления  $x_n$ . Поскольку разные ЛПР могут делать разный выбор из одинаковых альтернатив, руководствуясь личными соображениями (которые зависят от их знаний, опыта, предпочтений, предубеждений и т.п.), эти две полезности в общем случае не совпадают друг с другом.

Поэтому выработка группового решения требует от ЛПР организационных усилий, но если они договорятся между собой и придут к согласию относительно совместных оценок и правил сотрудничества, то  $f(p_n) = p_n$  и субъективная ожидаемая полезность будет максимально приближена к объективной полезности, которая существует в любой рассматриваемой ситуации.

Изложенное показывает, что принятая в технических вузах трактовка вероятности является далеко не единственной и на том основании, что в ряде случаев она не отвечает запросам прикладных наук, нельзя утверждать, что концепция вероятности для них неприемлема в целом. В условиях расширенного применения новых информационных технологий, эффективного «дополнения» реальности виртуальной средой компьютерного моделирования СС для ЛПР важно сделать правильный выбор между  $p_n$  и  $f(p_n)$ , поскольку от этого зависят и рабочая процедура

определения вероятности, и результат моделирования.

### Методы определения субъективной вероятности

Различают качественную и количественную субъективную вероятность (СБВ). Качественная СБВ основана на использовании бинарных отношений превосходства и равенства событий по вероятности. Для определения количественной СБВ обычно проводят опрос эксперта или группы экспертов – в интересах решения задач с конечным или с бесконечным множеством событий (числом исходов). В первом случае дается оценка вероятности каждого события, во втором – строятся функции распределения рассматриваемых СЧВ по отдельным точкам (если тип функции распределения считается заранее известным, определяются ее числовые параметры) [10].

Для расчета ФОП представляются интересом методы с конечным множеством  $N$  несовместных (исключающих друг друга) событий  $A_1; A_2; \dots; A_N$ , для каждого из которых необходимо указать соответствующую ему вероятность  $p_1; p_2; \dots; p_N$ :

- метод прямой оценки, когда эксперт должен оценить вероятность  $p_n$  появления каждого  $n [1; N]$  события из предоставленного ему списка или время его существования, причем сумма всех СБВ должна отвечать условию нормировки  $\sum_{n=1}^N p_n = 1$ ;

- метод отношений, когда эксперту предлагается выбрать из списка наиболее вероятное событие с вероятностью  $p_1$ , а затем оценить отношения  $p_n/p_1$  для всех других вероятностей и пересчитать полученные значения СБВ с учетом условия нормировки.

Компьютерный вариант метода отношений предусматривает анализ матрицы вида

$$M = \begin{vmatrix} 1 & p_1/p_2 & \dots & p_1/p_N \\ p_2/p_1 & 1 & \dots & p_2/p_N \\ \dots & \dots & 1 & \dots \\ p_N/p_1 & p_N/p_2 & \dots & 1 \end{vmatrix}, \quad (1)$$

элементы которой находятся эвристическим способом – путем опроса экспертов. Неизвестные вероятности при этом образуют вектор-столбец: матрицу  $P = \begin{vmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_N \end{vmatrix}^T$ , элементы которого должны отвечать условию нормировки  $\sum_{n=1}^N p_n = 1$ .

Произведение матриц  $MP$  представляет собой

$$MP = \begin{pmatrix} 1 & p_1/p_2 & \dots & p_1/p_N \\ p_2/p_1 & 1 & \dots & p_2/p_N \\ \dots & \dots & 1 & \dots \\ p_N/p_1 & p_N/p_2 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_m p_1 \\ \lambda_m p_2 \\ \dots \\ \lambda_m p_N \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\lambda_m$  – собственное значение матрицы М, соответствующее результатам оценки экспертов.

Подчеркнем, что элементы матрицы М характеризуют отношения интересующих нас СБВ, которые соответствуют оценкам экспертов, тогда как в матрицу Р входят сами эти неизвестные нам вероятности. Критерием их взаимного соответствия (вследствие непротиворечивости и согласованности мнений экспертов) является мера отличия параметра  $\lambda_m$  от теоретического собственного значения  $N$  матрицы М: найденная, например, как  $\chi = (\lambda_m - N)/N$ .

Таким образом, задача состоит в том, чтобы найти значение параметра  $\lambda_m$  для матрицы М вида (1) и определить элементы матрицы-столбца Р, который называется собственным вектором матрицы М.

Рассмотрим конкретный пример. Если у экспертов, изучавших ситуацию, где имеют место события  $A_{1-3}$ , сложилось мнение (общее представление, согласованное суждение) о том, что событие  $A_2$  в три раза более вероятно, чем  $A_1$ ; событие  $A_3$  в два раза более вероятно, чем  $A_1$ ; событие  $A_2$  в три раза более вероятно, чем  $A_3$ , то исходная матрица (1) имеет вид

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 1/3 & 1/2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 1/3 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

В результате ее умножения на Р получаем систему из трех линейных уравнений

$$\begin{aligned} p_1 + (1/3)p_2 + (1/2)p_3 &= \lambda_m p_1; \\ 3p_1 + p_2 + 3p_3 &= \lambda_m p_2; \\ 2p_1 + (1/3)p_2 + p_3 &= \lambda_m p_3. \end{aligned} \quad (4)$$

Последовательно выражая вероятности  $p_{1-3}$  друг через друга и параметр  $\lambda_m$ , приходим к кубическому уравнению канонического вида

$$(1 - \lambda_m)^3 - 3(1 - \lambda_m) - 5/2 = 0, \quad (5)$$

единственным интересующим нас корнем которого является  $\lambda_m = 3,054$ . Воспользовавшись условием нормировки в итоге получаем  $p_1 = 0,157$ ;  $p_2 = 0,593$ ;  $p_3 = 0,250$ . Значение параметра  $\chi = 0,018$  (то есть менее 2%), что свидетельствует о приемлемом уровне непротиворечивости и со-

гласованности мнений экспертов – в противном случае их необходимо было бы скорректировать и возобновить все проводимые действия.

### Роль и место ФОП при проведении СИМ по МДМ

Методика СИМ по МДМ объектов различного назначения предусматривает проведение следующих действий [2 и др.].

1. Определение состава исходных данных (детерминированных и случайных, входных, внутренних и внешних), оказывающих влияние на процесс функционирования объекта, а также, что особенно важно: обоснованный выбор выходных характеристик (результатов СИМ) и критериев их оценки – для анализа эффективности работы объекта в реальных условиях по итогам экспериментов с его виртуальной СИМ-моделью.

2-3. Проведение комплексного (в том числе статистического) исследования объекта, которое включает сбор и обработку информации о нем с целью выявления законов распределения исходных данных, идентификацию типов и расчет статистических оценок параметров этих законов.

4. Разработка математических моделей для отдельных блоков, а затем для объекта в целом – с последующим программированием СИМ-модели на ЭВМ и разработкой плана компьютерного эксперимента.

5-6. Имитация процесса функционирования объекта на СИМ-модели – обычно в диалоговом режиме, с выводом сначала промежуточных, а затем и окончательных результатов – которые обычно подлежат статистической обработке для удобства последующей интерпретации пользователем.

Мы видим, что применение ФОП возможно на самом первом и наиболее ответственном этапе данной методики – от которого во многом зависит эффективность процесса СИМ по МДМ в целом.

### Развитие математической модели ФОП

Вернемся к модели ФОП согласно [1], где в качестве критерия эффективности  $k$ -го сценария была предложена расчетная величина

$$Q_k = p_k (p_F F_k - p_G G_k), \quad (6)$$

где  $k [1; K]$ ;  $K$  – общее число возможных сценариев;  $F_k$  – позитивный эффект (выигрыш, прибыль, доход и т.п.), прогнозируемый ЛППР  $S_n$ , принадлежащим совокупности  $n [1; N]$ , при затратах ресурсов, равных  $G_k$ , которые могут быть обеспечены им с вероятностью  $p_G$ . Значение  $p_F$  учитывает меру правильности прогноза  $S_n$  получить

на выходе проекта по  $k$ -му сценарию выигрыш  $F_k$ , а значение вероятности  $p_k$  – шансы ЛПР на разрешение (одобрение) «сверху» выполнения проекта по данному сценарию. Следуя логике и терминологии теории ожидаемой полезности, критерий  $Q_k$  был назван ФОП, поскольку в его состав входят вероятности  $p_k$ ;  $p_F$  и  $p_G$ .

Напомним также, во-первых, что формально простой по составу («доходы» минус «расходы»), ФОП оказывается СС с достаточно разнообразной (объективной и субъективной, детерминированной и стохастической, статической и динамической и т.д.) структурой. Во-вторых, что ключевым элементом (6) является  $G_k$  – так как при отсутствии необходимых ресурсов о его реализации речи быть не может. При анализе ФОП в [1] предполагалось рассмотреть и промоделировать следующие связи:

- $G_k$  и  $p_G$ , на предмет того, есть ли возможность у ЛПР  $S_n$  собрать ресурсы, необходимые для начала проекта;

- $G_k$  и  $F_k$ , поскольку ЛПР надо знать, «стоит ли игра свеч»: для этого предлагалось рассмотреть «нулевой» (базовый, бесприбыльный и т.п.) сценарий, соответствующий параметрам  $G_0$  и  $F_0$ , относительно которого реализуется стратегия «синтез через анализ» рассматриваемой СС при помощи СИМ по МДМ;

- $G_k$  и  $p_F$ , так как, не собрав необходимые ресурсы и не имея под них гарантий, нельзя начинать проект: успех может быть неприемлемо маловероятным и получить выигрыш  $F_k$  от его реализации вряд ли удастся;

- $G_k$  и  $p_k$ , в силу того, что получить разрешение «сверху» (в форме утверждения плана действий ЛПР в надсистеме) на реализацию проекта без необходимых ресурсов тоже вряд ли возможно;

- $F_k$  и  $p_k$ , поскольку указанное разрешение «сверху» без весомого стимула в виде реальной возможности выигрыша  $F_k$  также обеспечить трудно;

- $p_k$  и  $p_G$ ;  $p_F$  – если считать, что вероятность начала проекта обусловлена перспективой получения ресурсов и возможностью достижения выигрыша  $F_k$ .

Не претендуя на определение характера и моделирование этих связей в полном объеме, в качестве первого приближения и в дополнение к данным обобщенного анализа состава и структуры ФОП, приведенным в [1], обозначим

- $X_k = F_k / G_k$  – параметр, оценивающий «привлекательность» (далее без кавычек)  $k$ -го сценария проекта по его прогнозируемой эффективности, после чего примем

- $p_k = 1 - \exp(-\alpha X_k)$ , – предполагая, что вероятность одобрения  $k$ -го сценария тем больше, чем больше его привлекательность;

- $p_G = \exp(-\beta G_k / G_0)$  – полагая, что вероятность получения ЛПР ресурсов, больших по сравнению с  $G_0$ , уменьшается по мере роста  $G_k$ ;

- $p_F = \exp(-\gamma X_k)$  – считая, что вероятность получения ЛПР выигрыша  $F_k$ , определяющего привлекательность  $k$ -го сценария, может снижаться в зависимости от меры этой привлекательности;

- $\alpha$ ;  $\beta$ ;  $\gamma$  – положительные параметры неопределенности, призванные «регулировать» моделируемые зависимости.

Преобразуем ФОП и представим (6) как

$$Q_k = G_k [1 - \exp(-\alpha X_k)] \exp(-\beta G_k / G_0) \times [X_k \exp(-\gamma X_k + \beta G_k / G_0) - 1]. \quad (7)$$

Калибровку  $Q_k$  выполним, полагая, во-первых, что при «нулевом» сценарии ( $k = 0$ ) должно иметь место  $F_0 = G_0$ ;  $X_0 = 1$  и  $Q_0 = 0$ . Тогда при  $\alpha > 0$  из (7) следует  $\exp(-\gamma + \beta) = 1$  и  $\gamma = \beta$ , что позволяет ограничиться двумя параметрами неопределенности:  $\alpha$  и  $\beta$ . Заметим, что смысл данного равенства в том, что две неопределенности знаний ЛПР: о том, получит ли он необходимые ресурсы  $G_k$  и о том, получит ли он в итоге выигрыш  $F_k$ , оказывается одинаковой. Во-вторых, что ФОП, без ущерба для информативности результатов СИМ по МДМ, удобно моделировать в нормированном виде:

$$Q_k / G_0 = Z_k [1 - \exp(-\alpha X_k)] \exp(-\beta Z_k) \times \{X_k \exp[\beta (Z_k - X_k)] - 1\}, \quad (8)$$

где  $Z_k = G_k / G_0$ . Сравнивая формы представления ФОП в виде (6) и (8), можно видеть, что первая из них ориентирована на практическое применение в целях управления СС, тогда как вторая больше подходит для тестирования СИМ-модели и исследования ее потенциальных возможностей.

### Принципы тестирования СИМ-модели ФОП

В соответствии с изложенным, главным компонентом и детерминированным аргументом ФОП вида (8) является  $Z_k$ . Воспользовавшись методом функционально-стоимостного анализа, для каждого  $k$ -го сценария можно составить смету расходов на выполнение проекта и определить с нужной точностью и достоверностью значения  $G_k$  и  $G_0$ , а стало быть, и значение  $Z_k$ .

В отношении  $X_k$  этого сделать нельзя – поскольку степень неопределенности данного параметра трудно оценить любыми доступными ЛПР методами: теоретико-вероятностными, статистическими, вероятностно-статистическими, эвристическими [1]. Поэтому  $X_k$  необходимо признать случайной числовой величиной (СЧВ), для которой в лучшем случае известны пределы (минимальное и максимальное значения) и закон распределения, а в худшем случае – только пределы распределения. Возможности СИМ по МДМ позволяют преодолевать влияние такого рода неопределенности знаний с помощью ММК [2-4; 10].

Числовые параметры  $\alpha$  и  $\beta$ , с одной стороны, дают возможность исследовать влияние неопределенности знаний ЛПР о параметрах СИМ-модели на эффективность ее применения, с другой стороны, позволяют оценить требуемую (желаемую) точность знания этих параметров. В обоих случаях точные значения  $\alpha$  и  $\beta$  вряд ли можно найти какими-либо из перечисленных методов, кроме эвристических (экспертных). Но области их целесообразных значений можно определить заранее.

Анализ вероятности одобрения «нулевого» сценария, например, показывает, что при  $\alpha$  [0,5; 2] значения  $p_0$  [0,4; 0,865], поэтому можно предположить, что и для  $k$ -го сценария вероятность  $p_k$  также будет сравнительно мало зависеть от  $\alpha$  и находиться в тех же пределах. Значение  $\beta$ , напротив, можно принять близким к нулю, если ЛПР будет добиваться и получения ресурсов  $G_k$ ,

и выигрыша  $F_k$  – что вполне естественно для его поведения. Поэтому при тестировании (8) представляет интерес случай  $\beta = 0$ , где ФОП

$$Q_k/G_0 = Z_k (X_k - 1) [1 - \exp(-\alpha X_k)], \quad (9)$$

что для неэффективных сценариев реализации СС, когда  $\alpha \ll 1$ , соответствует вероятности  $p_k \approx \alpha X_k$  и дает упрощение вида

$$Q_k/G_0 = \alpha X_k Z_k (X_k - 1), \quad (10)$$

где участок  $X_k$  [0; 1] в области  $X_k > 0$  отражает режим работы СС, в котором выигрыш  $F_k$  невозможен и любые затраты ресурсов  $G_k$ , определяющие значения  $Z_k$ , приводят только к убыткам – поскольку отрицательный ФОП растет здесь «в обратную сторону» (что, заметим, может наблюдаться и на практике).

Начиная с «нулевого» сценария, когда  $X_0 = 1$ ,  $Z_0 = 1$  и  $Q_0 = 0$ , все встает на свои места, и, поскольку аргументы  $X_k$  и  $Z_k$  в (9) и (10) разделены, ФОП возрастает прямо пропорционально затратам  $G_k$  и привлекательности  $k$ -го сценария  $X_k$  практически независимо от параметра неопределенности  $\alpha$ .

### Результаты тестирования СИМ-модели ФОП

В соответствии с изложенным, при расчете ФОП согласно (8) были приняты следующие значения его числовых компонентов:

- основная детерминированная переменная  $Z_k$  [1; 10] с шагом 1;

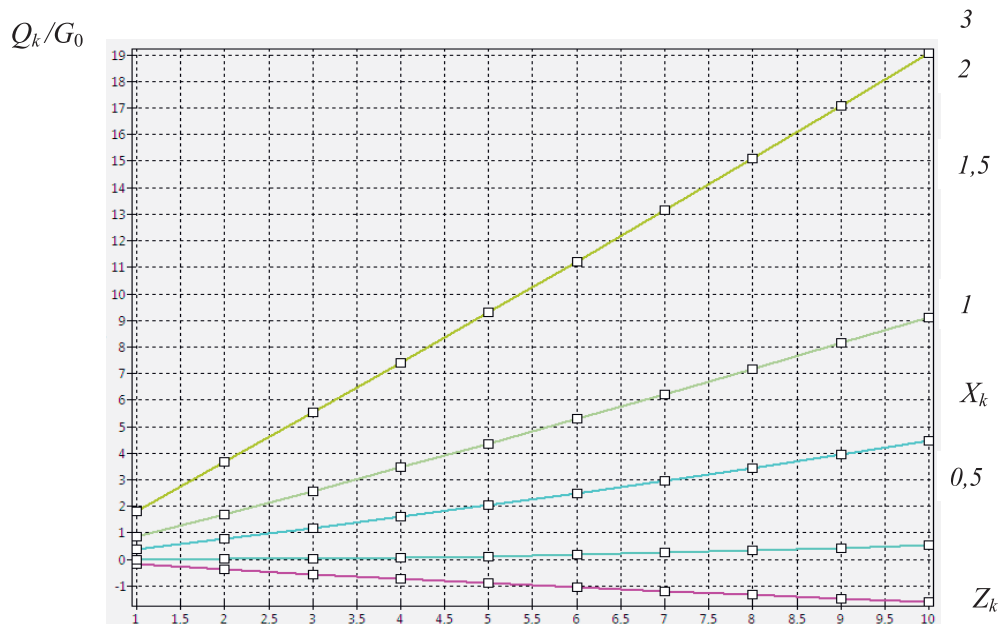


Рис. 1. Графики зависимости  $Q_k/G_0$  от  $Z_k$  при  $\alpha = 1$ ;  $\beta = 0,01$



Рис. 2. Графики зависимости  $Q_k/G_0$  от  $Z_k$  при  $\alpha = 0,5; \beta = 0,5$

- основной «стохастический» параметр  $X_k$  [0,5; 3];
- вторичные параметры неопределенности  $\alpha$  [0,5; 2] и  $\beta$  [0,01; 0,5].

Целью тестирования СИМ-модели является анализ ее «правильности» с точки зрения соответствия имеющимся представлениям ЛПР и о процессе функционирования самой модели, и о работе моделируемого объекта. В нашем случае это означает проверку управляемости модели путем изменения параметров  $Z_k$  и  $X_k$ , а также оценку влияния на ФОП параметров неопределенности  $\alpha$  и  $\beta$ .

Ясно, что объем вычислений при проведении такого рода процедуры должен быть достаточно большим – поэтому разработанный план тестирования предусматривает анализ девяти основных вариантов, соответствующих сочетаниям  $\alpha = 0,5; 1; 2$  и  $\beta = 0,01; 0,1; 0,5$ . В каждом из этих основных вариантов представлены пять подвариантов, соответствующих значениям  $X_k = 0,5; 1; 1,5; 2; 3$ , которые представляют собой зависимости  $Q_k/G_0$  от  $Z_k$  [1; 10], полученные согласно (8).

Типовые графики  $Q_k/G_0$  ( $Z_k$ ) представлены в качестве примера на рис. 1 ( $\alpha = 1; \beta = 0,01$ ) и рис. 2 ( $\alpha = 0,5; \beta = 0,5$ ). Данные рис. 1-2 демонстрируют хорошую «управляемость» СИМ-модели и ее отображение требуемых закономерностей: в частности, нижний график на рис. 1 (для  $X_k = 0,5$ ) соответствует прогнозируемой согласно (9)-(10) области убыточности проекта при  $X_k < 1$  и  $\beta \ll 1$ .

Более сложную зависимость: переход с возрастом  $Z_k$  от убыточности к бесприбыльности

проекта (при  $Q_k/G_0 < 1$ ) демонстрируют аналогичные кривые для  $X_k = 0,5$  и  $\beta = 0,1$ . В то же время в других ситуациях рост  $Z_k$  и особенно  $X_k$  в относительно широкой области значений  $\alpha$  и  $\beta$  ведут к существенному увеличению относительного выигрыша  $Q_k/G_0$ , что также безусловно свидетельствует о «правильности» разработанной СИМ-модели.

По результатам тестирования и предварительного исследования СИМ-модели детерминированным методом можно сделать вывод о том, что она пригодна для статистического экспериментирования с применением технологии ММК.

### Заключение

В рамках теории ожидаемой полезности возможны четыре подхода к применению ФОП:

- в описательных целях – для исследования процессов принятия решений в СС;
- в предсказательных (позитивистских) целях – для прогнозирования будущих состояний СС организационно-технического типа;
- для объяснения имеющихся данных о состоянии СС и оценки степени оптимальности управленческих действий ЛПР;
- с целью определения нормативной модели поведения ЛПР в интересах повышения эффективности функционирования СС.

По нашему мнению, перспективы применения ФОП следует отличать от путей развития теории ожидаемой полезности как таковой – которые в свое время были подвергнуты всестороннему анализу в [5]. Это вызвано тем, что ФОП явля-



ется в большей мере рабочим «инструментом» – практичным и удобным критерием выбора управленческих решений при помощи СИМ по МДМ, поэтому к нему не относятся, например, критические указания на то, что реальные ЛПР часто действуют вопреки приведенным ММ, аксиомам и эвристикам и, даже получив информацию об этом, не отменяют своих решений.

Одновременно авторы согласны с тем, что ЛПР в своем большинстве стремятся вести себя рационально, но для этого им не хватает ни вычислительных (естественных умственных) способностей, ни объемов памяти, ни методов и средств обработки непрерывно поступающих оперативных данных – они склонны к предубеждениям и предрассудкам, при поступлении новой информации забывают о старой, подвержены эмоциональным срывам, устают, заболевают и т.д. [5-8].

В этой связи ФОП каждый раз «подсказывает», каким образом, с объективной точки зрения, ЛПР следует поступить – однако право окончательного решения всегда остается за каждым из них. Важно подчеркнуть, что в данном случае новые информационные технологии (ИТ) помогают ЛПР, но не подменяют его. Еще более важно, что многоэлементные альтернативы ЛПР все-таки сравнивают по выбранным (доступным) отдельным частям, тогда как это следует делать в целом, реализуя комплексный (холистический, лексикографический), а не покомпонентный подход. Но возможности новых ИТ [2-4] как раз и позволяют устранить указанные недостатки – даже в условиях неопределенности знаний об СС [11], что показано на примере метода СИМ по МДМ в [12] и др. Поэтому продолжение работ в данном направлении (в том числе в учебно-производственных целях) также целесообразно связать с применением ФОП в интересах СИМ по МДМ, с использованием технологии ММК для «разыгрывания» входящих в его состав СЧВ.

### Литература

1. Маслов О.Н., Фролова М.А. Функционал ожидаемой полезности: принципы моделирования и практического применения // Инфокоммуникационные технологии. Т. 13, №3, 2015. – С. 291-297.

**Маслов Олег Николаевич**, д.т.н., профессор, заведующий Кафедрой экономических и информационных систем (ЭИС) Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Тел. 8-902-371-06-24. E-mail: maslov@psati.ru

**Фролова Маргарита Александровна**, магистрант Кафедры ЭИС ПГУТИ. Тел (8-846) 228-00-36; 8-903-302-40-10.

2. Димов Э.М., Маслов О.Н., Пчеляков С.Н., Скворцов А.Б. Новые информационные технологии: подготовка кадров и обучение персонала. Часть 2. Имитационное моделирование и управление бизнес-процессами в инфокоммуникациях. Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. – 350 с.
3. Ануфриев Д.П., Димов Э.М., Маслов О.Н., Трошин Ю.В. Статистическое имитационное моделирование и управление бизнес-процессами в социально-экономических системах. Астрахань: Изд-во АстИСИ, 2015. – 366 с.
4. Димов Э.М., Маслов О.Н., Трошин Ю.В. Снижение неопределенности выбора управленческих решений с помощью метода статистического имитационного моделирования // Информационные технологии. №6, 2014. – С. 51-57.
5. Шумейкер П. Модель ожидаемой полезности: разновидности, подходы, результаты и пределы возможностей // THESIS, вып. 5, 1994. – С. 29-80.
6. Кейнс Дж. Общая теория занятости, процента и денег. Пер. с англ. М.: Гелиос АРВ, 2002. – 352 с.
7. Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. Пер. с англ. М.: Наука, 1970. – 708 с.
8. Savage L.J. The Foundations of Statistics. N.Y.: Wiley, 1954. – 310 p.
9. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. М.: Физматлит, 2007. – 544 с.
10. Дулесов А.С., Семенова М.Ю. Субъективная вероятность в определении меры неопределенности состояния объекта // Фундаментальные исследования. №3, 2012. – С. 81-86.
11. Маслов О.Н. Моделирование неопределенностей // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №9, 2014. – С. 79-84.
12. Маслов О.Н. Онтологические принципы развития статистической теории антенн // Антенны. №4, 2015. – С. 15-25.

*Получено 10.04.2016*

## FUNCTIONAL OF EXPECTED UTILITY: PRINCIPLES OF MODELING AND APPLICATION

*Maslov O.N., Frolova M.A.*

*Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation*

*E-mail: maslov@psati.ru*

This work is concerned on principles and futures of functional of expected utility application for management of organization-technical complex systems. Complex system management applies theory of decision-making, theory of knowledge, theory of risk and expected utility theories (both objective and subjective). We demonstrated advantages and disadvantages of objective and subjective approaches to simulation of functional of expected utility. Here we applied statistical simulation method according to earlier on developed Dimov-Maslov method and computational scheme based on Monte Carlo method to reduce influence of knowledge uncertainty. By using the functional of expected utility as a criterion of effectiveness of statistical simulation method modified by Dimov-Maslov method we improved the effectiveness of decision-making relating with complex system management.

**Keywords:** complex systems, decision-making, theory of knowledge and risk, criterion of expected utility.

**DOI:** 10.18469/ikt.2016.14.2.09

**Maslov Oleg Nikolayevich**, Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, 23 Lev Tolstoy str., Samara 443010, Russian Federation; the Head of Department of Economic Information Systems, Doctor of Technical Science, Professor. Tel.: +79023710624. E-mail: maslov@psati.ru

**Frolova Margarita Aleksandrovna**, Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, 23 Lev Tolstoy str., Samara 443010, Russian Federation; student. Tel.: +79033024010.

### References

1. Maslov O.N., Frolova M.A. Funkcional ozhidaemoj poleznosti: principy modelirovaniya i prakticheskogo primeneniya [Functional of expected utility: principles of modeling and application]. *Infokommunikacionnye tehnologii*, vol. 13, no. 3, 2015, pp. 291-297. doi: 10.18469/ikt.2015.13.3.09
2. Dimov E.M., Maslov O.N., Pcheljakov S.N., Skvorcov A.B. *Novye informacionnye tehnologii: podgotovka kadrov i obuchenie personala. Ch. 2. Imitacionnoe modelirovanie i upravlenie biznes-processami v infokommunikacijah* [New information technologies: personnel training. P.2. Simulation modelling and management of business processes in infocommunications]. Samara, SNC RAN Publ., 2008, 350 p.
3. Anufriev D.P., Dimov E.M., Maslov O.N., Troshin Ju.V. *Statisticheskoe imitacionnoe modelirovanie I upravlenie biznes-processami v social'no-jekonomicheskikh sistemah* [Statistical simulation modeling and business process management in the socio-economic systems]. Astra-han, AstISI Publ., 2015. 366 p.
4. Dimov E.M., Maslov O.N., Troshin Ju.V. Snizhenie neopredelennosti vybora upravlencheskih peshenij s pomoshh'ju metoda statisticheskogo imitacionnogo modelirovaniya [Reducing Uncertainty in a Choice of Management Decisions Using Statistical Simulation]. *Informacionnye tehnologii*, 2014, no. 6, pp. 51-57.
5. Shumejker P. Model' ozhidaemoj poleznosti: raznovidnosti, podhody, rezul'taty i predely vozmozhnostej [Model of expected utility: varieties, approaches, results and limits opportunities]. *THESIS*, 1994, no. 5, pp. 29-80.
6. Keynes J.M. *The General Theory of Employment, Interest and Money*. Palgrave Macmillan, 1936. (Russ. ed. Kejns Dzh. Obshhaja teoriya zanjatosti, procenta i deneg. Moscow, Gelios ARV Publ., 2002, 352 p.).
7. John von Neumann, O. Morgenstern. *Theory of games and economic behavior*. Princeton Un-iv. Press, 1953. (Russ. ed.: Nejman Dzh. fon, Morgenshtern O. Teoriya igr i jekonomicheskoe povedenie, Moscow, Nauka Publ., 1970. 708 p.).
8. Savage L.J. *The Foundations of Statistics*. N.Y., Wiley, 1954. 310 p.
9. Korolev V.Ju., Bening V.E., Shorgin S.Ja. *Matematicheskie osnovy teorii riska* [Mathematical foundations of Risk Theory]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2007. 544 p.
10. Dulesov A.S., Semenova M.Ju. Sub»ektivnaya veroyatnost' v opredelenii mery neopredelennosti sostoyaniya ob»ekta [Subject probability in measure detection of object state uncertainty]. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2012, no. 3, pp. 81-86.

11. Maslov O.N. Modelirovanie neopredelennostej [Modelling of uncertainty]. *Nejrokomп'jutery: razrabotka, primenenie*, 2014, no. 9, pp. 79-84.
12. Maslov O.N. Ontologicheskie principy razvitiya statisticheskoj teorii antenn [Ontological principles of statistical antenna theory]. *Antenny*, 2015, no. 4, pp. 15-25.

Received 10.04.2016

УДК 625.395.7:51

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦОВ С УЧЕТОМ ПОВТОРНЫХ ВЫЗОВОВ

*Шерстнева А.А.*

*Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, РФ  
E-mail: sherstneva@ngs.ru*

В статье приведена математическая модель функционирования центра обслуживания вызовов. Модель разрабатывалась для расчета вероятностно-временных характеристик, влияющих на эффективность работы центра обслуживания вызовов. Получены формулы для определения значений среднего времени нахождения вызова в точке входа при поступлении первичного и повторного вызовов, формулы для определения величины служебной нагрузки на операторов первого и второго уровня первичными и повторными вызовами. Приведен график зависимости вероятности потерь вызовов от интенсивности отказа в обслуживании из-за нетерпеливости абонентов, недопустимого значения времени ожидания и повторных вызовов.

**Ключевые слова:** алгоритм, вызов, качественные показатели, обработка вызова, расчетное время ожидания, прогнозируемое время ожидания, интегральный показатель, маркетинговые исследования, уровень обслуживания, очередь на обслуживание.

### Введение

Вопросу технологии обслуживания вызовов посвящены работы многих отечественных и зарубежных авторов. Например, в [1] рассматривается назначение, аппаратно-программный комплекс, алгоритм функционирования центров обслуживания вызовов (ЦОВ). В работе [2] приведен сравнительный анализ моделей ЦОВ и сделаны выводы относительно их практического применения. В работе [3] рассматриваются функциональные особенности ЦОВ, организация очередей и маршрутизация вызовов, а также модели обслуживания и обработки информации.

Отличие предлагаемой математической модели (ММ) от известных заключается в том, что в отдельные состояния выделены внутрисистемные процессы обслуживания вызовов. Выделен процесс организации очереди первичных и повторных вызовов, поскольку они имеют разную интенсивность поступления и требуют обслуживания операторами разной квалификационной группы. При передаче вызова с одного операторского уровня на другой также создается очередь вызовов, но уже между операторскими группами. В связи с этим и процесс обслуживания вызовов из разных очередей также выделен в отдельное состояние.

В предлагаемой ММ учитывается и человеческий фактор, например, степень нетерпе-

ливости абонента, степень удовлетворенности обслуживанием и т.п. Примечательно также и то, что желаемое время ответа (Service Time, sec.) для всех категорий вызовов (LOW ARPU, MIDDLE ARPU, HIGH ARPU, KEY) одинаково и никак не учитывает повторные вызовы. Перечисленные особенности функционирования ЦОВ непосредственно влияют на такой общий показатель производительности, как обслуживание на заданном уровне (Service Level, SL), выраженный в процентах. Предлагаемая ММ и полученные новые формулы расчета позволяют учесть эти особенности функционирования ЦОВ и уточнить значения основных вероятностно-временных характеристик его производительности по статистическим данным системы мониторинга.

Как правило, для оценки эффективности производительности ЦОВ используют понятия «количественные и качественные показатели производительности». К количественным показателям относятся показатели, вычисляемые по статистическим данным, собираемым системой мониторинга производительности ЦОВ. Количественные показатели оцениваются в абсолютных величинах. Вычисление этих показателей связано с организацией процесса обслуживания вызовов. Для наиболее полного представления о производительности ЦОВ осуществляется сбор данных на уровне операторских групп и очередей, на уровне операторов, на уровне то-