

11. Maslov O.N. Modelirovanie neopredelennostej [Modelling of uncertainty]. *Nejrokomп'jutery: razrabotka, primenenie*, 2014, no. 9, pp. 79-84.
12. Maslov O.N. Ontologicheskie principy razvitiya statisticheskoj teorii antenn [Ontological principles of statistical antenna theory]. *Antenny*, 2015, no. 4, pp. 15-25.

Received 10.04.2016

УДК 625.395.7:51

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦОВ С УЧЕТОМ ПОВТОРНЫХ ВЫЗОВОВ

*Шерстнева А.А.*

*Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Новосибирск, РФ  
E-mail: sherstneva@ngs.ru*

В статье приведена математическая модель функционирования центра обслуживания вызовов. Модель разрабатывалась для расчета вероятностно-временных характеристик, влияющих на эффективность работы центра обслуживания вызовов. Получены формулы для определения значений среднего времени нахождения вызова в точке входа при поступлении первичного и повторного вызовов, формулы для определения величины служебной нагрузки на операторов первого и второго уровня первичными и повторными вызовами. Приведен график зависимости вероятности потерь вызовов от интенсивности отказа в обслуживании из-за нетерпеливости абонентов, недопустимого значения времени ожидания и повторных вызовов.

**Ключевые слова:** алгоритм, вызов, качественные показатели, обработка вызова, расчетное время ожидания, прогнозируемое время ожидания, интегральный показатель, маркетинговые исследования, уровень обслуживания, очередь на обслуживание.

### Введение

Вопросу технологии обслуживания вызовов посвящены работы многих отечественных и зарубежных авторов. Например, в [1] рассматривается назначение, аппаратно-программный комплекс, алгоритм функционирования центров обслуживания вызовов (ЦОВ). В работе [2] приведен сравнительный анализ моделей ЦОВ и сделаны выводы относительно их практического применения. В работе [3] рассматриваются функциональные особенности ЦОВ, организация очередей и маршрутизация вызовов, а также модели обслуживания и обработки информации.

Отличие предлагаемой математической модели (ММ) от известных заключается в том, что в отдельные состояния выделены внутрисистемные процессы обслуживания вызовов. Выделен процесс организации очереди первичных и повторных вызовов, поскольку они имеют разную интенсивность поступления и требуют обслуживания операторами разной квалификационной группы. При передаче вызова с одного операторского уровня на другой также создается очередь вызовов, но уже между операторскими группами. В связи с этим и процесс обслуживания вызовов из разных очередей также выделен в отдельное состояние.

В предлагаемой ММ учитывается и человеческий фактор, например, степень нетерпе-

ливости абонента, степень удовлетворенности обслуживанием и т.п. Примечательно также и то, что желаемое время ответа (Service Time, sec.) для всех категорий вызовов (LOW ARPU, MIDDLE ARPU, HIGH ARPU, KEY) одинаково и никак не учитывает повторные вызовы. Перечисленные особенности функционирования ЦОВ непосредственно влияют на такой общий показатель производительности, как обслуживание на заданном уровне (Service Level, SL), выраженный в процентах. Предлагаемая ММ и полученные новые формулы расчета позволяют учесть эти особенности функционирования ЦОВ и уточнить значения основных вероятностно-временных характеристик его производительности по статистическим данным системы мониторинга.

Как правило, для оценки эффективности производительности ЦОВ используют понятия «количественные и качественные показатели производительности». К количественным показателям относятся показатели, вычисляемые по статистическим данным, собираемым системой мониторинга производительности ЦОВ. Количественные показатели оцениваются в абсолютных величинах. Вычисление этих показателей связано с организацией процесса обслуживания вызовов. Для наиболее полного представления о производительности ЦОВ осуществляется сбор данных на уровне операторских групп и очередей, на уровне операторов, на уровне то-

чек входа в систему, на уровне соединительных линий. У разных производителей бывают разные наборы отчетов, но эти уровни являются общими для большинства из них.

Точка входа в операторский центр чаще всего представляет собой виртуальный внутренний номер коммутатора, физически не закрепленный ни за каким оборудованием. Так как она является обычным внутренним номером коммутатора, то и доступ к ней может осуществляться практически любым способом, предусмотренным для внутренних номеров. Очередей на уровне точки входа в операторский центр нет, они образуются на уровне операторских групп. Тем не менее отчеты на уровне точек входа очень важны, так как позволяют оценить все время, потраченное на обслуживание вызова, включая и то, когда абонент слышит входное приветствие, а также определить, сколько вызовов теряется еще во время воспроизведения приветствия. Отчеты включают ряд комплексных параметров, которые можно использовать для оценки и расчета производительности и качества обслуживания вызовов ЦОВ.

Однако только по этим показателям оценить производительность ЦОВ в части результата его работы относительно клиентов достаточно сложно. Поэтому вводится понятие качественных показателей производительности [4; 7-10]. Качественные показатели характеризуют уровень предоставления информации и степень удовлетворенности клиентов работой ЦОВ. Таким образом, их значения напрямую могут влиять на алгоритмическую организацию технологических процессов внутри ЦОВ.

К основным качественным показателям относятся, например, индекс потребительской удовлетворенности (Customer Satisfaction Index, CSI), который измеряется в баллах, а также интегральный показатель «метод маркетинговых исследований» (Mystery shopper index, MSI), который предполагает оценку качества обслуживания с помощью специалистов, выступающих в роли «Таинственных Покупателей» и измеряется в процентах. Но наиболее действенным является показатель FCR (First Call Resolution) – процент вызовов, при которых получен ответ на вопрос с первого раза. Показатель FCR управляет степенью удовлетворенности клиентов.

FCR делит все обращения на две категории: первичные и повторные. Расчет показателя производится следующим образом:  $FCR = 100 - \text{повторные/всего взаимодействий} * 100\%$ , где «все-го взаимодействий» – это отработанные вызовы,

с которыми был завершен разговор без перевода на другие направления. Признаком повторного обращения являются повторы ранее созданного взаимодействия с оператором, отличающиеся от текущего не более, чем на 24 ч с любой темой от того же клиента. Например, завершив диалог, клиент перезванивает в ЦОВ в течение 24 ч, и, соответственно, создается взаимодействие, которое будет считаться повторным. В этом случае не имеет значения, сколько раз за 24 ч клиент обратится в ЦОВ еще раз, факт повторного обращения уже есть.

Клиент может многократно обращаться в ЦОВ, при этом его вопрос никак не могут решить. Важность клиента для компании может быть разной, то есть многократно могут обращаться как VIP-клиенты, так и менее приоритетные, и с каждым последующим вызовом степень удовлетворенности и лояльности клиентов снижается. Причины повторных обращений бывают разные, но наиболее часто встречаются следующие:

- отсутствие информации;
- отсутствие полномочий для решения проблемы;
- неверное распределение вызовов (маршрутизация);
- долгое удержание на hold (длина очереди);
- производительность и т.п.

Таким образом, для повышения эффективности функционирования ЦОВ необходимо уменьшить число повторных обращений клиентов. Задача решается созданием экспертного уровня, расчетом прогнозируемого времени ожидания, пересмотром бизнес-процессов, утверждением методики сбора и обработки статистических данных. Однако и эти меры бывают недостаточны. Например, возникают ситуации, когда абонент осуществляет вызов не в первый раз за сутки и знает, что ему нужно связаться сразу с экспертами, при этом он не может попасть в очередь к операторам второй линии, минуя первую линию. Соответственно, число очередей, в которых приходится ожидать абоненту, увеличивается вдвое, а если он звонит уже в третий или в четвертый раз, это приносит существенные неудобства. Кроме этого, при переводе с одного уровня на другой абоненты нередко «срываются», а значит, им приходится перезванивать.

Таким образом, при выборе метода маршрутизации вызова и, соответственно, способа обслуживания клиента необходимо отслеживать и учитывать повторные обращения.

### Математическая модель и расчет показателей производительности ЦОВ

На рис. 1 представлена ММ, предназначенная для оценки влияния повторных вызовов на производительность ЦОВ. Модель разработана в соответствии с обобщенным алгоритмом функционирования, опубликованным в [5], где описан процесс обслуживания клиентских обращений в условиях существования повторных вызовов, вычисления расчетного и прогнозируемого времени ожидания и коэффициента уровня обслуживания (Service Objective, SO). Основу алгоритма составляет прогностический метод маршрутизации вызовов.

Модель позволяет получить аналитические формулы для расчета основных качественных показателей функционирования ЦОВ. В ММ выделены процесс поступления первичного и повторного вызовов на уровне точки доступа, процесс обработки двух видов вызовов операторами первого и второго уровней обслуживания, учтены вероятности неудовлетворенности обслуживанием на каждом уровне. Поскольку очереди, образующиеся первичными и повторными вызовами при обслуживании операторами первого и второго уровня, относятся к разным алгоритмическим процессам, они также выделены в отдельные состояния.

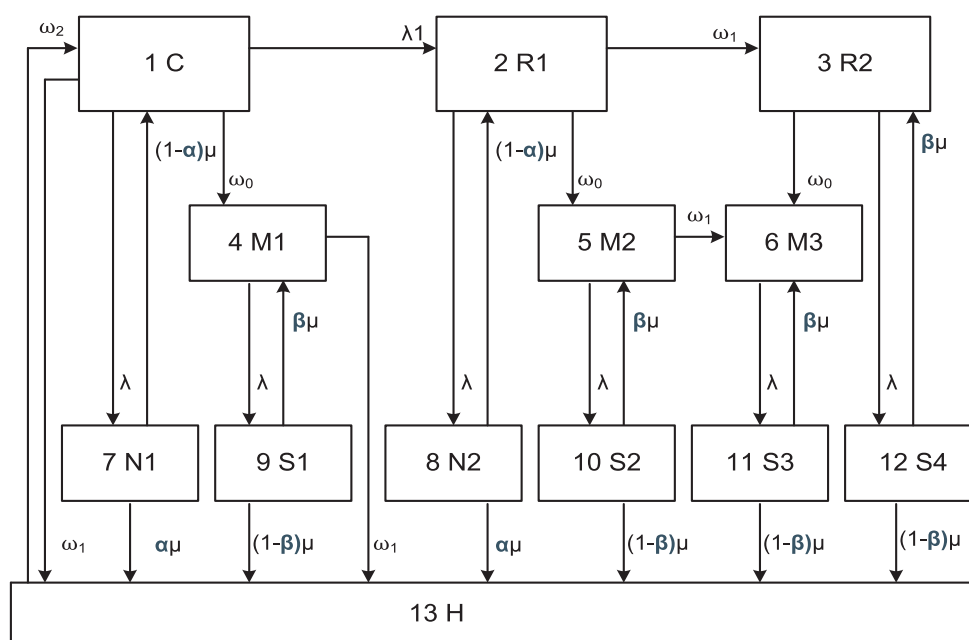


Рис. 1. Схема ММ функционирования ЦОВ с учетом повторных вызовов

В ММ приняты следующие обозначения: С – точка входа в систему ЦОВ; R1 – точка входа повторного вызова к оператору первого уровня; R2 – точка входа повторного вызова к оператору второго уровня с учетом того, что оператор может входить в операторскую группу первого и второго уровня одновременно; N1, N2 – состояния обслуживания первичного и повторного вызовов вне очереди соответственно; M1, M2, M3 – состояния, в которых абонент ожидает ответа оператора, M1 – очередь на обслуживание операторской группой первого уровня, создаваемая первичными вызовами, M2 – очередь на обслуживание операторской группой второго уровня, создаваемая повторными вызовами, M3 – очередь на обслуживание операторами второго уровня, создаваемая повторными вызовами абонентами, неудовлетворенными обслужива-

нием операторами первого уровня; S1 – состояние обслуживания первичного вызова операторами первого уровня; S2 – состояние обслуживания повторного вызова операторами первого уровня, вызов поступает в порядке очереди, расчетное и прогнозируемое время ожидания меньше порогового значения; S3 – состояние обслуживания повторного вызова от абонентов, неудовлетворенных обслуживанием оператором первого уровня и второго уровня, вызов поступает из очереди, обозначенной в ММ как состояния M2 и M3; S4 – состояние обслуживания вызова от абонентов, неудовлетворенных обслуживанием операторами первого уровня вне очереди (по приоритету), H – состояние завершения обслуживания.

Переходы между состояниями обозначены:  $\lambda$  – интенсивность поступления первичного вы-

зова;  $\lambda_1$  – интенсивность поступления повторного вызова;  $\omega_0$  – интенсивность поступления вызовов в очередь;  $\omega_1$  – интенсивность потерь вызовов оператором первого уровня;  $\omega_2$  – интенсивность освобождения оператора;  $\alpha$  – вероятность того, что абонент не будет удовлетворен обслуживанием операторской группой первого уровня;  $\beta$  – вероятность того, что вызов, поступивший из очереди, также будет обслужен неудовлетворительно.

Для вывода формул был использован метод анализа вероятностных систем [6]. Значение средних времен нахождения вызова в точке доступа и в состоянии обслуживания повторного вызова определяются состояниями С и R1, обозначены как  $t_{C1}$  и  $t_{R1}$  соответственно. Значение среднего времени пребывания абонента в очереди ожидания ответа оператора определяется состояниями M1, M2, M3, обозначено как  $t_M = t_{M1} + t_{M2} + t_{M3}$ . Аналогично значение среднего числа вызовов, приходящееся на одного оператора, определяется состояниями обслуживания, обозначенными буквами N и S в MM. Среднее число вызовов, приходящееся на одного оператора, будет состоять из трех составляющих:  $n_1$  соответствует состояниям N1 и S1,  $n_2$  соответствует состояниям N2 и S2,  $n_3$  соответствует состояниям S3 и S4. Для удобства вычислений в расчетных формулах приняты следующие обозначения:

$$a = 1 + \frac{\lambda_1 + \alpha\lambda}{\omega_0 + \omega_1}; \quad b = \omega_0 + \frac{\lambda(1-\beta)}{\omega_0 + \omega_1};$$

$$c = \frac{\omega_1 + \lambda(1-\beta)}{\omega_0 + \omega_1}; \quad d = 1 + \frac{b\lambda}{\omega_0 + \omega_1}.$$

Тогда

$$t_C = \frac{\omega_0 + \omega_1}{\omega_2(\omega_0 + \omega_1 + \lambda_1 + \alpha\lambda)};$$

$$t_{R1} = \frac{\lambda_1}{d} t_{C1}; \quad t_{M1} = \frac{\omega_0}{ac(\omega_0 + \omega_1)};$$

$$t_{M2} = \frac{\lambda_1\omega_0}{acd(\omega_0 + \omega_1)};$$

$$t_{M3} = \frac{\lambda_1}{b} \frac{\omega_1(\lambda(1-\beta)(c + \omega_0\lambda) + \omega_0)}{acd\lambda(1-\beta)(\omega_0 + \omega_1)};$$

$$n_1 = \frac{\lambda(1 + \lambda(1-\beta))}{ac}; \quad n_2 = \frac{\lambda_1\lambda(1 + \lambda(1-\beta))}{acd};$$

$$n_3 = \frac{\lambda_1\omega_1(\lambda(1-\beta)(c + \omega_1(1 + \omega_1)))}{acd}.$$

Вероятность того, что вызов не будет обслужен оператором (вероятность потерь), определяется по формуле

$$P_p = \frac{\omega_2(\omega_0 b^2(d + \lambda_1) + d\lambda_1\omega_1(y(c + \omega_0\lambda) + \omega_0) + 1)}{\omega_2(b^2(d + \lambda_1)(c + \omega_0)) + d\lambda_1\omega_1(y(c + \omega_0\lambda) + \omega_0) + 1},$$

где  $y = \lambda(1 - \beta)$ . В результате проведенных выкладок получены аналитические формулы для определения значений среднего времени нахождения вызова в точке входа при поступлении первичного и повторного вызовов при прослушивании абонентом голосового меню (состояния С и R1 в MM), среднего времени нахождения первичного и повторного вызовов в очереди (состояния M1, M2, M3). При расчете учитывалось то обстоятельство, что вызов может переключаться от одного оператора к другому, а значит, переходить из одной очереди в другую, не покидая систему.

На рис. 2 показан график зависимости вероятности потерь вызовов от интенсивности отказа в обслуживании из-за нетерпеливости абонентов, недопустимого значения расчетного и прогнозируемого времени ожидания.

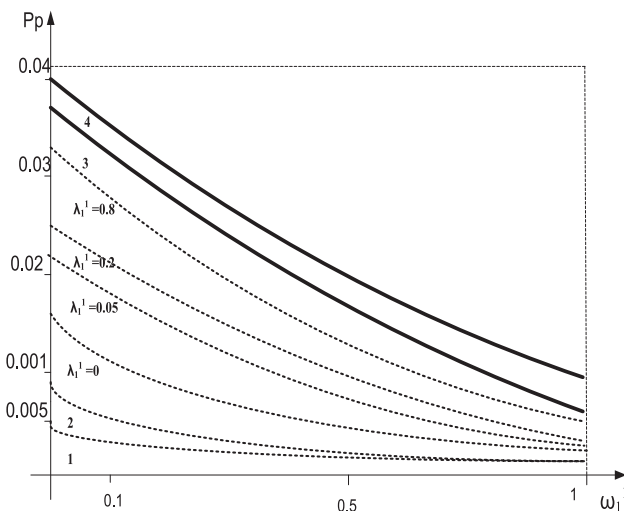


Рис. 2. Зависимость вероятности потерь от интенсивности отказа в обслуживании

Зависимости приведены при разных значениях интенсивности поступления повторных вызовов  $\lambda_1$ , которая выражена относительным параметром  $\lambda_1^1$ . Параметр показывает, во сколько раз интенсивность поступления повторных вызовов превышает общую интенсивность потерь вызовов, включая и уход абонента из очереди при превышении расчетного и прогнозируемого значения времени ожидания:  $\lambda_1^1 = \lambda_1 / (\omega_0 + \omega_1)$ .

Для наглядности на графике интенсивность потерь вызова также выражена относительным

параметром, показывающим долю потерянных вызовов к общему числу поступивших, в том числе и повторно, вызовов:  $\omega_1^1 = \omega_1 / (\omega_0 + \omega_1)$ . Анализ полученных результатов показывает, что значение вероятности потерь существенно зависит от интенсивности поступления повторных вызовов при общей интенсивности отказов  $\omega_0 + \omega_1 = 0,001 \text{ ч}^{-1}$ .

### Заключение

В статье приведена ММ обобщенного алгоритма функционирования ЦОВ с учетом повторных вызовов и проведены исследования основных вероятностно-временных параметров функционирования ЦОВ.

Получены аналитические формулы для расчета среднего числа вызовов, приходящиеся на одного оператора. Формулы позволяют оценить загрузку операторов первого и второго (экспертного) уровня первичными и повторными вызовами отдельно. Это, в свою очередь, дает возможность оценить эффективность работы ЦОВ с учетом повторных вызовов, скорректировать показатель FCR и произвести перерасчет числа операторов на одного супервайзера.

Получена формула расчета вероятности потерь вызовов, в которой учтены все вышеперечисленные особенности функционирования ЦОВ. Выведены графики зависимости вероятности потерь вызовов от интенсивности отказа в обслуживании. Количественные значения переменных, используемых в предлагаемых формулах расчета, определяются по статистическим данным системы мониторинга ЦОВ, и входящей в эту систему системой отчетности и управления (Call Management System, CMS).

Приведенные аналитические зависимости связывают множество исходных данных системы контроля и управления с вероятностно-временными параметрами, характеризующими производительность ЦОВ. Они отражены в формулах, позволяющих оценить производительность системы при стратегическом планировании и разработки бизнес-проектов существующих и проектируемых ЦОВ, а также для организации обучения кадрового состава, расчета общего числа операторов первого и

экспертного уровней с целью повышения эффективности их работы.

### Литература

1. Росляков А.В., Самсонов М.Ю., Шиббаева И.В. Центры обслуживания вызовов (Call Centre). М.: Эко-Трендз, 2002. – 272 с.
2. Росляков А.В., Ваняшин С.В., Решодько А.А. Сравнительный анализ математических моделей центров обслуживания вызовов // Электросвязь, №9, 2004. – С. 32-34.
3. Гольдштейн Б.С., Фрейнкман В.А. Call-центры и компьютерная телефония. Спб.: БХВ-Санкт-Петербург, 2002. – 372 с.
4. ГОСТ Р 55540-2013 Качество услуги «Услуги центра обработки вызовов». Показатели качества. Национальный стандарт РФ. URL: <http://www.internet-low.ru/gosts/54940>.
5. Шерстнева А.А., Шерстнева О.Г. Call-центр. Алгоритм функционирования с учетом повторных вызовов // Мобильные телекоммуникации, №8, 2010. – С. 38-44.
6. Зеленцов Б.П. Аналитическое моделирование сложных вероятностных систем // Моделирование информационных сетей. Изд. ВЦ СО РАН, Серия: Информатика. Новосибирск, №1, 1994. – С. 144-152.
7. Cooper R.B. Introduction to queueing theory. Second edition // Computer systems and management science. Florida Atlantic University. Boca Raton, Florida. North Holland, New York, Oxford, 1981. – 347 p.
8. Adan I., Resing J. Queueing Theory // Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven. The Netherlands, 2015. – 480 p.
9. Cleveland B. Call Center Management on Fast Forward: Succeeding in the New Era of Customer Relationships (3rd Edition) // Third Edition by Brad Cleveland. Call Center Press edition, 2012. – 510 p.
10. Brandt A. Asymptotic results and a Markovian approximation for the M(n)/M(s)/s+GI system // Queueing systems: theory and applications. QUESTA Publ. 2002, No. 41, 2002. – P. 73-94.

*Получено 25.02. 2015*

**Шерстнева Алина Анатольевна**, аспирант Кафедры передачи дискретных сообщений и метрологии Сибирского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Тел. 8-913-453-32-00. E-mail: [sherstneva@ngs.ru](mailto:sherstneva@ngs.ru)

## MATHEMATICAL MODEL WITH ALLOWANCE OF REPEATED CALLS FOR THE SUPPORT CENTERS

*Sherstneva A.A.*

*Siberian State University of Telecommunications and Informatics Sciences, Novosibirsk, Russian Federation*

*E-mail: sherstneva@ngs.ru*

This work presents mathematical model for call center. It was developed for estimation of probabilistic-temporal parameters influence on call center effectiveness. We derived formulas for determination of mean time for call at the input during primary and repeated call receipt, and formulas for evaluation of control traffic overhead value by primary and repeated calls for the first and second level operators. Derived formulas take into account mean time of post-processing calls. The paper represents plot of call loss probability dependence on service failure intensity due to customer impatience, unacceptable waiting time and repeated calls.

**Keywords:** algorithm, call, quality indicators, call processing, expected waiting time, predicted waiting time, integrated index, marketing research, service level, service queue.

**DOI:** 10.18469/ikt.2016.14.2.10

**Sherstneva Alina Anatolevna;** Siberian state university of telecommunications and informatics sciences (SibSUTIs), Russia, Novosibirsk, 86 Kirova-str.; PhD student of the Department of Discrete Messages Transmission and Metrology. Tel.: +79134533200. E-mail: sherstneva@ngs.ru

### References

1. Roslyakov A.V., Samsonov M.U., Shibaeva I.V. *Centry obsluzhivaniya vyzovov (Call Centre)*. Moscow. Eco-Trenz Publ., 2002. 272 p.
2. Roslyakov A.V., Vanyashin S.V., Reshodko A.A. Sravnitel'nyj analiz matematicheskix modelej centrov obsluzhivaniya vyzovov [Comparative analysis of mathematical models of call centre]. *Elektrosvyaz*, 2004, no. 9, pp. 32-34.
3. Goldstein B.S., Freinkman V.A. Call-centry i komp'yuternaya telefoniya [Call-centers and computer telephony]. St. Petersburg, BHV- St. Petersburg Publ., 2002. 372p.
4. GOST R 55540-2013. Quality of service «call center services». [State Standard R 55540-2013 Quality Indicators. National Standard RF. Moscow, Standartinform Publ., 2013. 11p. (In Russian).
5. Sherstneva A.A., Sherstneva O.G. Call-centr. Algoritm funkcionirovaniya s uchetom povtornyx vyzovov [Call centre. Algorithm of functioning in view of repeated calls]. *Mobil'nye telekommunikacii*, 2010, no. 8, pp. 38-44.
6. Zelentsov B.P. Analiticheskoe modelirovanie slozhnyx veroyatnostnyx sistem [Analytical modeling of complex stochastic systems]. *Modelirovanie informacionnyx setej*, 1994, no. 1, pp. 144-152.
7. Robert B. Cooper. *Introduction to queueing theory. Second edition*. North Holland, New York, Oxford, 1981. 347p.
8. Adan I., Resing J. *Queueing Theory*. Eindhoven University of Technology, Eindhoven, The Netherlands, 2015. 480p.
9. Cleveland B. *Call Center Management on Fast Forward: Succeeding in the New Era of Customer Relationships (3rd Edition)*. Call Center Press edition, 2012. 510p.
10. Brandt A. Asymptotic results and a Markovian approximation for the M(n)/M(s)/s+GI system. *Queueing systems: theory and applications*, 2002, no. 41, pp. 73-94.

*Received 25.02.2015*