

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СИГНАЛОВ

УДК 535.015

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КРУГЛОГО ОПТИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С УЧЕТОМ КИРАЛЬНОСТИ МАТЕРИАЛА

Осипов О.В., Сухова Е.А., Кушнир Д.С.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ

E-mail: o.osipov@psuti.ru

В работе рассмотрено влияние оптической активности кристалла на дисперсионные характеристики основной моды круглого волоконного световода. Была построена строгая математическая модель распространения световой волны в круглом оптическом волноводе с учетом оптической активности материала. В аналитическом виде получено дисперсионное уравнение для собственной основной моды, которое в случае отсутствия оптической активности переходит в общеизвестное дисперсионное уравнение для основной моды круглого волоконного световода. Получены выражения для векторов электромагнитного поля в круглом волоконном световоде с учетом оптической активности среды. Проведен анализ дисперсионных характеристик мод оптического волновода для случая кварца и ниобата лития. В работе показано, что учет оптической активности принципиален на частотах значительно выше частоты отсечки каждой моды.

**Ключевые слова:** оптически активная среда, волновод, оптическое волокно, метод разделения переменных, электромагнитное поле, дисперсионные характеристики

### Введение

Современный этап развития оптики характеризуется активным исследованием метаматериалов и фотонных кристаллов. Во многих случаях для подобных структур материальные уравнения обобщаются и в них входит, наряду с диэлектрической и магнитной проницаемостями, как минимум еще один параметр, который определяет дополнительную связь между векторами напряженности электрического и магнитного полей [1-3]. Такой параметр может определять степень киральности или оптической активности среды [4-6]. В большинстве случаев в оптике учет эффектов оптической активности не сильно влияет на процессы распространения волны и отбрасывается.

Цель статьи – анализ влияния параметра оптической активности на распространение волн в круглом оптическом волноводе с целью определения границ использования классических материальных уравнений и необходимости использования более сложных форм материальных уравнений.

### Оптически активные волноводящие структуры

Как известно, большинство кристаллических материалов, используемых при создании активных и пассивных оптических волокон, являются оптически активными. Сразу же оговоримся, что

под оптической активностью материала понимается возможность поворачивать плоскость поляризации оптической волны, а под активностью материала — возможность ее усиления. В данной работе нелинейные эффекты, связанные с усилением мощности волны, не рассматриваются.

Как известно, в случае оптически активных сред при постановке краевых задач нельзя использовать классические материальные уравнения для анизотропного кристалла вида [7]:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon} \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (1)$$

где  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  – векторы электрической и магнитной индукций;  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  – векторы напряженностей электрического и магнитного полей;  $\varepsilon_0, \mu_0$  – абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума;  $\hat{\varepsilon}$  – тензор диэлектрической проницаемости кристалла.

В случае активных материалов диагональные элементы тензора в общем случае являются комплексными величинами вида  $\varepsilon_{ii} = \varepsilon'_{ii} + i\varepsilon''_{ii}$ , где мнимая часть  $\varepsilon''_{ii} > 0$  и определяет усиление в среде за счет инверсии населенностей. Недиagonальные элементы тензора  $\hat{\varepsilon}$  равны нулю, то есть  $\varepsilon_{ij} = 0 (i \neq j)$ .

Однако при такой постановке задачи не учитывается оптическая активность материала. Поэтому необходимо использовать более общие материальные уравнения для оптически активной анизотропной среды вида [4-6]:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} + \chi \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \chi \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \vec{E}, \quad (2)$$

где  $\chi$  – относительный параметр оптической активности вещества.

В дальнейшем уравнения (2) будем записывать в гауссовой системе единиц для гармонической зависимости векторов поля от времени [4-6]:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} - i\chi \vec{H}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H} + i\chi \vec{E}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon$  и  $\mu$  – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости оптически активной среды (ОАС) (у большинства материалов, используемых в оптике,  $\mu = 1$ );  $\chi$  – относительный (безразмерный) параметр оптической активности. Доказательство скалярной формы материальных уравнений для оптически активной среды приведено в [8]. Верхние знаки соответствуют ОАС на основе правых форм атомов, а нижние знаки – ОАС на основе левых форм. Строение атомов ОАС является зеркально асимметричным.

Материальные уравнения для ОАС связывают векторы электрической  $\vec{D}$  и магнитной  $\vec{B}$  индукций как с напряженностью электрического  $\vec{E}$ , так и магнитного  $\vec{H}$  полей. Это является следствием того, что падающее на зеркально асимметричную структуру электрическое поле волны индуцирует на нем не только электрический дипольный момент, но также и магнитный дипольный момент. В свою очередь, переменное магнитное поле в зеркально асимметричной структуре создает как магнитный, так и электрический дипольный момент.

В данной работе рассматривается поход к исследованию распространения собственных волн круглых оптических волноводов с учетом оптической активности (киральности). Геометрия задачи показана на рисунке 1.

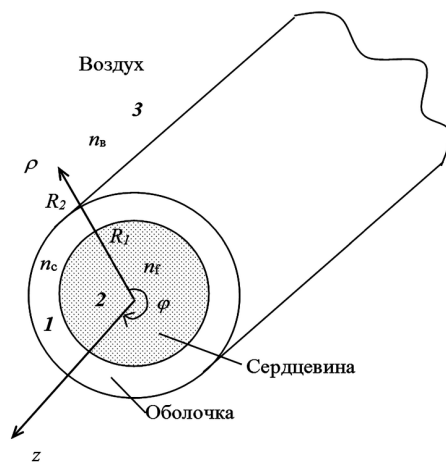


Рисунок 1. Структура круглого оптического волновода

Для геометрического описания волновода будем использовать цилиндрическую систему координат  $(\rho, \varphi, z)$ . Координата  $\rho$  – радиальная координата, направленная по радиусу;  $\varphi$  – азимутальная координата, направленная по окружности в поперечной плоскости волновода;  $z$  – продольная координата, направленная вдоль распространения оптической волны (вдоль волновода).

Волновод состоит из сердцевины радиуса  $R_1$  и оболочки радиуса  $R_2$  с различными показателями преломления. Внешняя область представляет собой воздух. Сердцевина волновода создана на основе оптически активной структуры. Для решения задачи будем использовать метод частичных областей.

### Электromагнитное поле в цилиндрическом оптически активном волноводе

Запишем уравнения Максвелла для электромагнитного поля (ЭМП) в оптически активном волноводе с учетом материальных уравнений (3) [8]:

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H} &= ik_0 \varepsilon \vec{E} + k_0 \chi \vec{H}; \\ \text{rot } \vec{E} &= -ik_0 \mu \vec{H} + k_0 \chi \vec{E}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k_0 = \omega/c$  – волновое число для плоской однородной волны в вакууме.

В проекциях на оси цилиндрической системы координат получаем систему шести дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} &= ik_0 \varepsilon E_\rho + k_0 \chi H_\rho, \\ \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} &= ik_0 \varepsilon E_\varphi + k_0 \chi H_\varphi, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_\rho}{\partial \varphi} &= ik_0 \varepsilon E_z + k_0 \chi H_z; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -ik_0 \mu H_\rho + k_0 \chi E_\rho,$$

$$\frac{\partial E_\rho}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -ik_0 \mu H_\varphi + k_0 \chi E_\varphi,$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho E_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi} = -ik_0 \mu H_z + k_0 \chi E_z.$$

Будем считать зависимость векторов ЭМП от координаты  $z$  гармонической:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\rho, \varphi, z) &= \vec{e}(\rho, \varphi) \exp(-i\gamma z), \\ \vec{H}(\rho, \varphi, z) &= \vec{h}(\rho, \varphi) \exp(-i\gamma z), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\gamma$  – неизвестная пока постоянная распространения собственной волны.

Векторы  $\vec{e}$  и  $\vec{h}$  в соотношениях (6) описывают распределения напряженностей электрического и магнитного полей в поперечном сечении линии передачи. Используя зависимость векторов поля от продольной координаты, несложно получить

$$\partial/\partial z \equiv -i\gamma, \quad (7)$$

Учитывая гармоническую зависимость поля от продольной координаты, из системы уравнений (5) и (6) получаем:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial h_z}{\partial \rho} + i\gamma h_\varphi &= ik_0 \varepsilon e_\rho + k_0 \chi h_\rho, \\ -i\gamma h_\rho - \frac{\partial h_z}{\partial \rho} &= ik_0 \varepsilon e_\varphi + k_0 \chi h_\varphi, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho h_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial h_\rho}{\partial \rho} &= ik_0 \varepsilon e_z + k_0 \chi h_z; \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial e_z}{\partial \rho} + i\gamma e_\varphi &= -ik_0 \mu h_\rho + k_0 \chi e_\rho, \\ -i\gamma e_\rho - \frac{\partial e_z}{\partial \rho} &= -ik_0 \mu h_\varphi + k_0 \chi e_\varphi, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho e_\varphi) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial e_\rho}{\partial \rho} = -ik_0 \mu h_z + k_0 \chi e_z.$$

При получении соотношений (8) и (9) были учтены формулы (6), и поэтому данные выражения получены уже для случая зависимости векторов ЭМП оптической волны от продольной координаты.

Из системы уравнений (8) и (9) азимутальные составляющие  $e_\varphi$  и  $h_\varphi$  выражаются через продольные компоненты векторов поля  $e_z$  и  $h_z$ :

$$\begin{aligned} e_\varphi &= \frac{1}{\delta^4} \left\{ -ik_0 \mu (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) \frac{\partial h_z}{\partial \rho} - \right. \\ &- k_0 \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) \frac{\partial e_z}{\partial \rho} - \\ &\left. - 2k_0^2 \mu \chi \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial h_z}{\partial \rho} + \frac{i\gamma}{\rho} p^2 \frac{\partial e_z}{\partial \rho} \right\}, \\ h_\varphi &= \frac{1}{\delta^4} \left\{ ik_0 \varepsilon (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) \frac{\partial e_z}{\partial \rho} - \right. \\ &- k_0 \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) \frac{\partial h_z}{\partial \rho} + \\ &\left. + 2k_0^2 \varepsilon \chi \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial e_z}{\partial \rho} + \frac{i\gamma}{\rho} p^2 \frac{\partial h_z}{\partial \rho} \right\}, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \delta^4 &= 4k_0^4 \varepsilon \mu \chi^2 - p^4 = \\ &= (2k_0^2 \sqrt{\varepsilon \mu} \chi - p^2) (2k_0^2 \sqrt{\varepsilon \mu} \chi + p^2). \end{aligned}$$

При  $\chi = 0$  формулы (10) переходят в соотношения ( $\delta^4 = -p^4$ ;  $p = \sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu - \gamma^2}$ ) для случая диэлектрического цилиндрического волновода [9]:

$$\begin{aligned} e_\varphi &= \frac{i}{p^2} \left\{ k_0 \mu \frac{\partial h_z}{\partial \rho} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial e_z}{\partial \rho} \right\}; \\ h_\varphi &= -\frac{i}{p^2} \left\{ k_0 \varepsilon \frac{\partial e_z}{\partial \rho} + \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial h_z}{\partial \rho} \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Продольные составляющие  $e_z$  и  $h_z$  определяются из системы дифференциальных уравнений второго порядка [8]:

$$\begin{aligned} i\mu \nabla_\perp^2 h_z + \chi \nabla_\perp^2 e_z + i\mu (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) h_z - \\ - \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) e_z &= 0; \\ -i\varepsilon \nabla_\perp^2 e_z + \chi \nabla_\perp^2 h_z - i\varepsilon (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) e_z - \\ - \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) h_z &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad n_c^2 &= \varepsilon \mu - \chi^2, \\ \nabla_\perp^2 &= \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \end{aligned}$$

В случае диэлектрической среды ( $\chi = 0$ ) из системы (12) получаются два несвязанных уравнения Гельмгольца, описывающих распространение волн  $E$ - и  $H$ -типа в диэлектрической среде с материальными параметрами  $\varepsilon$  и  $\mu$  [8]:

$$\begin{aligned} \nabla_\perp^2 h_z + (k_0^2 \varepsilon \mu - \gamma^2) h_z &= 0; \\ \nabla_\perp^2 e_z + (k_0^2 \varepsilon \mu - \gamma^2) e_z &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений (13) представим функции  $e_z$  и  $h_z$  в виде полей волн с правой (ПКП) и левой круговыми поляризациями (ЛКП) [4-6]:

$$e_z = e_R + e_L, \quad h_z = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} (e_R - e_L). \quad (14)$$

Подставив (14) в систему (13) относительно функций  $e_R$  и  $e_L$ , получим

$$\nabla_\perp^2 e_{R,L} + \left[ k_0^2 (\sqrt{\varepsilon \mu} \pm \chi)^2 - \gamma^2 \right] e_{R,L} = 0. \quad (15)$$

Обозначая через  $k_{R,L} = k_0(\sqrt{\varepsilon\mu} \pm \chi)$  постоянные распространения волн ПКП и ЛКП в области 1 и через  $\alpha_{R,L} = \sqrt{[k_{R,L}]^2 - \gamma^2}$ , получаем:

$$\nabla_{\perp}^2 e_{R,L} + [\alpha_{R,L}]^2 e_{R,L} = 0. \quad (16)$$

Заметим, что в оптически активной среде волны ПКП и ЛКП обладают различными постоянными распространения и, следовательно, разными фазовыми скоростями. Причем в оптически активной среде на основе правовинтовых спиралей волна ЛКП всегда распространяется с большей фазовой скоростью, чем волна ПКП. Обратное, в оптически активной среде на основе левовинтовых спиралей волна ПКП всегда распространяется с большей фазовой скоростью, чем волна ЛКП.

Используя выражения для поперечного оператора Лапласа в цилиндрической системе координат  $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ , перепишем уравнения (16) следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_{R,L}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial e_{R,L}}{\partial \rho} + [\alpha_{R,L}]^2 e_{R,L} = \\ = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 e_{R,L}}{\partial \varphi^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Уравнения (17) являются двумерными и решаются методом разделения переменных. Их решения представляются в виде произведения двух независимых функций радиальной и азимутальной координаты

$$e_{R,L}(\rho, \varphi) = \widetilde{e_{R,L}}(\rho) f(\varphi). \quad (18)$$

Подставляя решения (18) в уравнения (17), деля обе части полученных уравнений на  $\widetilde{e_{R,L}} f$  и умножая на  $\rho^2$ , получаем дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\begin{aligned} \frac{\rho^2}{\widetilde{e_{R,L}}} \frac{d^2 \widetilde{e_{R,L}}}{d\rho^2} + \frac{\rho}{\widetilde{e_{R,L}}} \frac{d\widetilde{e_{R,L}}}{d\rho} + \rho^2 \alpha_{R,L}^2 = \\ = -\frac{1}{f} \frac{d^2 f}{d\varphi^2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Данное равенство может быть удовлетворено только в том случае, когда правая и левая части одновременно равны одной и той же постоянной. Обозначая постоянную разделения переменных через  $n^2$ , после преобразований получаем следующие дифференциальные уравнения относительно функций  $\widetilde{e_{R,L}}(\rho)$  и  $f(\varphi)$ :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \widetilde{e_{R,L}}}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d\widetilde{e_{R,L}}}{d\rho} + \left( \alpha_{R,L}^2 - \frac{n^2}{\rho^2} \right) \widetilde{e_{R,L}} = 0; \\ \frac{d^2 f}{d\varphi^2} + n^2 f = 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $n^2$  – постоянная разделения переменных.

Первое уравнение (20) есть уравнение Бесселя, которое для внутренних задач оптики имеет решение вида

$$\widetilde{e_{R,L}}(\rho) = A_{R,L} J_n(\alpha_{R,L} \rho) + B_{R,L} Y_n(\alpha_{R,L} \rho), \quad (21)$$

где  $A_{R,L}, B_{R,L}$  – неизвестные постоянные;  $J_n(x)$  – функция Бесселя первого рода порядка  $n$ ;  $Y_n(x)$  – функция Неймана порядка  $n$ .

Второе уравнение (20) известно из теории колебаний и имеет гармоническое решение

$$f(\varphi) = C \cos(n\varphi) + D \sin(n\varphi), \quad (22)$$

где  $C$  и  $D$  – неизвестные постоянные. С учетом (21) и (22) для функций  $e_{R,L}$  получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} e_{R,L}(\rho, \varphi) = \\ = [A_{R,L} J_n(\alpha_{R,L} \rho) + B_{R,L} Y_n(\alpha_{R,L} \rho)] f(\varphi). \end{aligned} \quad (23)$$

Продольные составляющие  $e_z$  и  $h_z$  определяются из соотношений (14) с учетом выражений (23):

$$\begin{aligned} e_z = \left[ \begin{aligned} &A_R J_n(\alpha_R \rho) + B_R Y_n(\alpha_R \rho) + \\ &+ A_L J_n(\alpha_L \rho) + B_L Y_n(\alpha_L \rho) \end{aligned} \right] f(\varphi); \\ h_z = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \times \\ \times \left[ \begin{aligned} &A_R J_n(\alpha_R \rho) + B_R Y_n(\alpha_R \rho) - \\ &- A_L J_n(\alpha_L \rho) - B_L Y_n(\alpha_L \rho) \end{aligned} \right] f(\varphi). \end{aligned} \quad (24)$$

Таким образом, ЭМП в сердцевине оптически активного цилиндрического волновода определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} E_z = [A_R J_n(\alpha_R \rho) + A_L J_n(\alpha_L \rho)] \times \\ \times f(\varphi) e^{-iyz}; \\ H_z = i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} [A_R J_n(\alpha_R \rho) - A_L J_n(\alpha_L \rho)] \times \\ \times f(\varphi) e^{-iyz}; \\ E_{\varphi} = \frac{1}{\delta^4} \{ -ik_0 \mu (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[ i \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} (A_R J'_n(\alpha_R \rho) - A_L J'_n(\alpha_L \rho)) \right] - \quad (25) \\
& - k_0 \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) \times \\
& \times [A_R J'_n(\alpha_R \rho) + A_L J'_n(\alpha_L \rho)] \} f(\varphi) e^{-i\gamma z}; \\
H_\varphi &= \frac{1}{\delta^4} \{ ik_0 \varepsilon (k_0^2 n_c^2 - \gamma^2) \times \\
& \times \left[ i \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} (A_R J'_n(\alpha_R \rho) + A_L J'_n(\alpha_L \rho)) \right] - \\
& - k_0 \chi (k_0^2 n_c^2 + \gamma^2) \times \\
& \times [A_R J'_n(\alpha_R \rho) - A_L J'_n(\alpha_L \rho)] \} f(\varphi) e^{-i\gamma z}.
\end{aligned}$$

В диэлектрической оболочке поле определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
e_z^{(1)}(\rho, \varphi) &= C_1 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f(\varphi); \\
h_z^{(1)}(\rho, \varphi) &= C_2 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f(\varphi); \\
e_\varphi^{(1)} &= \frac{i}{p_1^2} \sum_{j=1}^2 \zeta_j(p_1 \rho, \varphi); \\
h_\varphi^{(1)} &= -\frac{i}{p_1^2} \sum_{j=1}^2 \eta_j(p_1 \rho, \varphi); \\
\zeta_1(p_1 \rho, \varphi) &= k_0 \mu_1 C_2 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f(\varphi); \\
\zeta_2(p_1 \rho, \varphi) &= -\frac{\gamma}{\rho} C_1 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f'(\varphi); \\
\eta_1(p_1 \rho, \varphi) &= k_0 \varepsilon_1 C_1 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f(\varphi); \\
\eta_2(p_1 \rho, \varphi) &= C_2 H_n^{(2)}(p_1 \rho) f'(\varphi),
\end{aligned} \quad (26)$$

где  $p_1 = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \gamma^2}$ .

### Вывод дисперсионного уравнения. Граничные условия

Воспользуемся классическими граничными условиями при  $\rho = R_1$ , которые сводятся к требованию непрерывности тангенциальных компонент векторов поля на границах раздела:

$$\begin{aligned}
e_z^{(1)}(\rho = R_1) &= e_z^{(2)}(\rho = R_1); \quad h_z^{(1)}(\rho = R_1) = \\
&= h_z^{(2)}(\rho = R_1); \\
e_\varphi^{(1)}(\rho = R_1) &= e_\varphi^{(2)}(\rho = R_1); \quad h_\varphi^{(1)}(\rho = R_1) = \quad (27) \\
&= h_\varphi^{(2)}(\rho = R_1).
\end{aligned}$$

Составляющие поля находятся из выражений (25) и (26) при  $\rho = R_1$ . После подстановки их в граничные условия (27) была получена система линейных алгебраических уравнений относи-

тельно неизвестных постоянных. Приравняв нулю определитель данной системы, получаем дисперсионное уравнение для собственных волн круглого оптически активного волновода. В результате дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{n^2}{R_1^2} \left( \frac{1}{p_2^2} - \frac{1}{p_1^2} \right) \left( \frac{\varepsilon_2 \mu_2}{\gamma_{L2}^2} - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{p_1^2} \right) = \\
& = (\tau_2 + \theta_1)(\tau_1 + \theta_2); \\
\tau_2 &= \frac{\varepsilon_2}{2p_2^2} \left( \frac{J'_n(\alpha_{R2} R_1)}{J_n(\alpha_{R2} R_1)} + \frac{J'_n(\alpha_{L2} R_1)}{J_n(\alpha_{L2} R_1)} \right); \\
\theta_1 &= -\frac{\varepsilon_1}{p_1^2} \frac{H_n^{(2)}(p_1 R_1)}{H_n^{(2)}(p_1 R_1)}; \\
\tau_1 &= \frac{\mu_1}{p_1^2} \frac{H_n^{(2)}(p_1 R_1)}{H_n^{(2)}(p_1 R_1)}; \\
\theta_2 &= \frac{\mu_2}{2p_2^2} \left( \frac{J'_n(\alpha_{R2} R_1)}{J_n(\alpha_{R2} R_1)} + \frac{J'_n(\alpha_{L2} R_1)}{J_n(\alpha_{L2} R_1)} \right),
\end{aligned} \quad (28)$$

где

$$\begin{aligned}
p_1 &= \sqrt{k_0^2 \varepsilon_1 \mu_1 - \gamma^2}; \quad p_2 = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_2 \mu_2 - \gamma^2}; \\
\alpha_{R,L2} &= \sqrt{k_0^2 \left( \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2} \pm \chi_2 \right)^2 - \gamma^2}.
\end{aligned}$$

Для случая оптически неактивной среды в выражениях (28) необходимо положить:

$$\mu_1 = \mu_2 = 1; \quad \varepsilon_1 = n_1^2; \quad \varepsilon_2 = n_2^2.$$

Здесь:  $n_1$  – показатель преломления оболочки,  $n_2$  – показатель преломления сердцевины;  $\chi_2$  – параметр оптической активности сердцевины;  $n$  – порядковый номер моды (для случая одномодовых волноводов он равен нулю).

### Численные результаты

Дисперсионная характеристика представляет собой график, отображающий решение нелинейного дисперсионного уравнения, то есть графическая зависимость нормированной постоянной распространения  $b = \beta$  от нормированной частоты  $V = k_0 R_1$ . При заданной частоте расчета численно решалось дисперсионное уравнение (28) при помощи метода хорд.

На рисунке 2 приведены нормированные дисперсионные характеристики волны  $HE_{11}$  для кварцевого оптического волновода. Нормированная частота изменялась от 0 до 2,4; в результате чего в волноводе сохраняется одномодовый режим. При расчетах были выбраны следующие параметры волновода:

$$n_1 = 1,474; n_2 = 1,79; \chi_2 = 1,2 \cdot 10^{-4}.$$

На рисунке 2 сплошной линией приведена нормированная дисперсионная характеристика основной моды  $HE_{11}$  при учете оптической активности кварца ( $\chi \neq 0$ ), полученная путем численного расчета из уравнения (28).

Штриховой линией показана дисперсионная характеристика того же самого оптического волновода, только без учета оптической активности, полученная из численного решения уравнения (28).

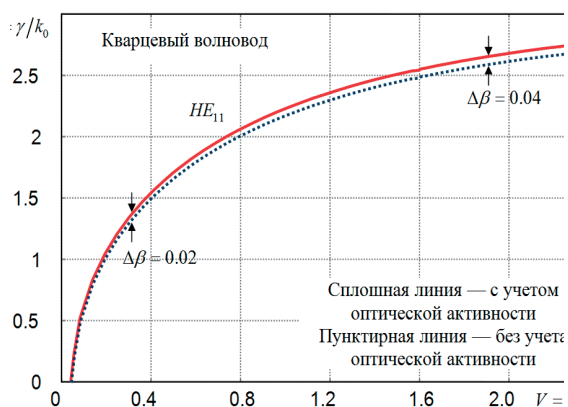


Рисунок 2. Дисперсионные характеристики для кварцевого волновода

Как видно из приведенных графиков, вблизи частоты отсечки влияние оптической активности на дисперсионную характеристику минимальное, что свидетельствует об отсутствии необходимости учета оптической активности при расчете. Однако с ростом частоты различие в значениях постоянных распространения увеличивается и влияние оптической активности становится все более сильным. В связи с этим можно заметить, что для кварцевого круглого оптического волновода учет оптической активности кварца является необязательным. Далее аналогичные дисперсионные характеристик были рассчитаны для волновода из ниобата лития.

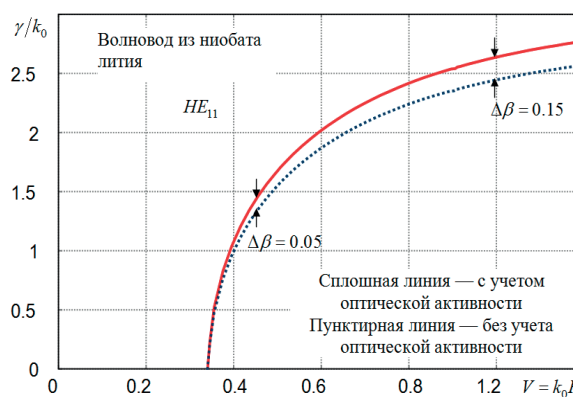


Рисунок 3. Дисперсионные характеристики для волновода из ниобата лития

На рисунке 3 сплошной линией приведена нормированная дисперсионная характеристика основной моды  $HE_{11}$  при учете оптической активности ниобата лития ( $\chi \neq 0$ ), полученная путем численного расчета из уравнения (28). Штриховой линией показана дисперсионная характеристика того же самого оптического волновода, только без учета оптической активности, полученная из численного решения уравнения (28).

Как видно из приведенных графиков, вблизи частоты отсечки влияние оптической активности на дисперсионную характеристику значительно больше, чем в рассмотренном ранее случае кварцевого волновода. Причем с ростом частоты различие в постоянных распространения возрастает сильнее и учет оптической активности является необходимым. Это объясняется тем, что параметр оптической активности кварца на порядок (приблизительно в 10 раз) меньше, чем параметр оптической активности ниобата лития. Более того, можно обобщить это утверждение: чем больше в кристалле двулучепреломление, тем принципиальней учет при расчетах оптической активности.

## Заключение

В работе показано, что для используемых в настоящее время одномодовых оптических волокон учет оптической активности является не критичным. Как показал численный расчет, при удалении частоты сигнала от критической частоты разность постоянных распространения при учете оптической активности и без него увеличивается с ростом частоты. Доказано, что с увеличением параметра оптической активности дисперсионные характеристики все больше расходятся и учет оптической активности становится важным.

## Литература

1. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials. CRC Press – Taylor & Francis, 2009. – 992 p.
2. Smith D.R., Padilla W., Vier D.C. e.a. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity // Phys. Rev. Lett. – 2000. – V.84. – P.4184-4187.
3. Pendry J.B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol.85. – P.3966-3969. doi: 10.1103/PhysRevLett.85.3966.
4. Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A. e.a. Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. London: Artech House, 1994. – 291 p.

5. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Heidelberg and Boston, Springer-Verlag, 1989. – 121 p.
6. Tretyakov S.A. Electromagnetics of complex media: chiral, bi-isotropic, and certain bianisotropic materials (a review) // Journal of Communications Technology and Electronics. – 1994. – Vol. 39(14). – 32 p.
7. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media // Journal of the Optical Soc. Of America. – 1988. – V.5 (2). – P.175-184.
8. Neganov V.A., Osipov O.V. Otrazhayushchie, volnovodushchie i izluchayushchie struktury s kiral'nymi ehlementami. M.: Radio i svyaz' Publisher, 2006. – 280 p. (In Russian).
9. Виноградова М.В., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. – 383 с.

*Получено 30.08.2018*

**Осипов Олег Владимирович**, д.ф.-м.н., Проректор по науке и инновациям Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). Тел.: (8-846) 332-21-61; 8-917-941-10-73. E-mail: o.osipov@psuti.ru

**Сухова Екатерина Алексеевна**, аспирант Кафедры радиоэлектронных систем ПГУТИ. Тел.: (8-927) 904-79-22; E-mail: e.suhova@psuti.ru

**Кушнир Дмитрий Сергеевич**, аспирант Кафедры информационной безопасности ПГУТИ. Тел.: (8-917) 105-00-05; E-mail: d.kushnir@psuti.ru

## DISPERSIVE CHARACTERISTICS OF THE ROUND OPTICAL WAVEGUIDE WITH CONSIDERATION FOR MATERIAL CHIRALITY

*Osipov O.V., Suhova E.A., Kushnir D.S.*

*Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation*

*E-mail: o.osipov@psuti.ru*

The present-day stage of optics development is characterized by active research of metamaterials and photonic crystals. Constitutive equations are generalized from many cases for such structures and include at least one more defining additional coupling between electric-field vectors of electric and magnetic fields parameter along with inductive capacity and magnetic inductivity. This parameter may determine either the chirality degree or optical activity of medium. In most cases in optics the optical activity effects accounting has weak effect for wave propagation processes and discards for that reason. An attempt to take optical activity into consideration in most cases does not result in significant difference and is typically avoided for that reason. The analysis of optical activity parameter effect on wave propagation in round optical waveguide for determination of classical constitutive equation scope of application and necessity of using more complex forms of constitutive equations is conducted at this work.

The crystal optical activity influence on dispersive characteristics of the main mode for round optical fiber is considered in this work. The accurate mathematical model of light wave spreading inside round optical waveguide with consideration for material optical activity was created. The dispersive equation for the main optical eigenmode was derived analytically. In case of absence of optical activity this equation corresponds to generally known dispersive equation for main mode of round optical fiber. Expressions are obtained for the vectors of the electromagnetic field in a circular optical fiber, taking into account the optical activity of the medium. An analysis is made of the dispersion characteristic of an optical waveguide modes for the case of quartz and lithium niobate. The paper shows the necessity of accounting for optical activity at frequencies much higher than the cutoff frequency of each mode.

**Keywords:** *optically active media, waveguide, optical fiber, separation of variables method, electromagnetic field, dispersion characteristics*

**DOI:** 10.18469/ikt.2018.16.4.01

**Osipov Oleg Vladimirovich**, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, L. Tolstoy str., 23, Samara 443010, Russian Federation; Vice-Rector for Science and Innovations, Doctor of Physics and Mathematics. Tel.: +78463322161. E-mail: o.osipov@psuti.ru

**Sukhova Ekaterina Alekseevna**, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, L. Tolstoy str., 23, Samara 443010, Russian Federation; Ph.D Student of the Department of Radio Electronic Systems. Tel.: +78463333204. E-mail: e.suhova@psuti.ru

**Kushnir Dmitry Sergeevich**, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, L. Tolstoy str., 23, Samara 443010, Russian Federation; Ph.D Student of the Department of Information Security. Tel.: +79171050005. E-mail: d.kushnir@psuti.ru

### References

1. Capolino F., eds. *Metamaterials Handbook: Phenomena and Theory of Metamaterials*. CRC Press, Taylor & Francis Group, 2009. 992 p.
2. Smith D.R., Padilla W., Vier D.S., Nemat-Nasser S.C., Shultz S. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett*, 2000, no. 84, pp. 4184-4187.
3. Pendry J.B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens. *Phys. Rev. Lett*, 2000, no. 85, pp. 3966-3969. doi: 10.1103/PhysRevLett.85.3966.
4. Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J. *Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media*. London, Artech House, 1994. 291 p.
5. Lakhtakia A., Varadan V.K., Varadan V.V. *Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics*. Berlin, Heidelberg and Boston, Springer-Verlag, 1989. 121 p.
6. Tretyakov, S.A. Electromagnetics of complex media: chiral, bi-isotropic, and certain bianisotropic materials. *Journal of Communications Technology and Electronics*, 1994, vol. 39 no. 14, pp. 32.
7. Lakhtakia A., Varadan V.V., Varadan V.K. Field equations, Huygens's principle, integral equations, and theorems for radiation and scattering of electromagnetic waves in isotropic chiral media. *Journal of the Optical Soc. Of America*, 1988, vol.5, no. 2, pp. 175-184.
8. Neganov V.A., Osipov O.V. *Otrazhajushhie, volnovodushhie i izluchajushhie struktury s kiral'nymi jelementami* [The reflecting, waveguiding and radiating structures with chiral elements]. Moscow, Radio i svjaz', 2006. 280 p.
9. Vinogradova M.B., Rudenko O.V., Sukhorukov A.P. *Teoriya voln* [Wave theory]. Moscow, Nauka Publ., 1979. 383 p.

Received 30.08.2018

УДК 621.391.6

## СТРУКТУРНО-ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СПУТНИКОВОГО РАДИОКАНАЛА С УЧЕТОМ ПОГЛОЩЕНИЯ И СЦИНТИЛЛЯЦИЙ ВОЛНЫ В ИОНОСФЕРЕ

Пашинцев В.П.<sup>1</sup>, Шевченко В.А.<sup>2</sup>, Песков М.В.<sup>1</sup>, Полежаев А.В.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, РФ

<sup>2</sup>Главное управление развития информационных и телекоммуникаций технологий

Министерства обороны РФ, Москва, РФ

<sup>3</sup>27 Центральный НИИ Министерства обороны РФ, Москва, РФ

E-mail: mvpeskov@hotmail.com

Структурно-физическая модель спутникового радиоканала с учетом поглощения и сцинтилляций волны в ионосфере разработана на базе обоснования комплексной модели изменения электронной концентрации в неоднородной ионосфере. Она представлена в виде совокупности толстого однородного слоя и тонкого слоя неоднородностей, характеризующихся средним значением полного электронного содержания ионосферы и средне-квадратическим отклонением его мелкомасштабных флуктуаций, а также тонкого слоя, в котором происходят соударения электронов с ионами и нейтральными молекулами. Преимуществом разработанной модели по сравнению с известными является возможность определения полного электронного содержания ионосферы и его статистических характеристик методом пассивного мониторинга с использованием двухчастотного приемника спутниковых радионавигационных систем GPS/ГЛОНАСС. На основе описания процесса распространения радиоволн через неоднородную ионосферу методами построения многолучевых моделей и методами описания дифракции волны на неоднородностях ионосферы установлены аналитические зависимости мощности принимаемого сигнала, а также регулярной и флуктуационной составляющих коэффициента передачи (по мощности) трансionoсферного