

АНАЛИЗ НОВОЙ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ $E_2/E_2/1$ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Ахметшина Э.Г.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, Россия

E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

В теории массового обслуживания исследования систем $G/G/1$ особо актуальны в связи с тем, что до сих пор не существует решения в конечном виде в общем случае. В статье представлены результаты по системам массового обслуживания $G/G/1$: системы $E_2/E_2/1$ с эрланговскими входными распределениями второго порядка и системы $E_2^-/E_2^-/1$ с запаздыванием во времени. В качестве входных распределений для рассматриваемой системы выбраны сдвинутые вправо от нулевой точки распределения Эрланга 2-го порядка. Для таких законов распределений метод спектрального разложения позволяет получить решение в замкнутой форме. Показано, что в такой системе с запаздыванием среднее время ожидания требований в очереди меньше, чем в обычной системе. Это связано с тем, что операция сдвига во времени уменьшает величину коэффициентов вариаций интервалов между поступлениями и времени обслуживания, а как известно из теории массового обслуживания, среднее время ожидания требований связано с этими коэффициентами вариаций квадратичной зависимостью. Система $E_2/E_2/1$ работает только при коэффициентах вариации, равными $1/\sqrt{2}$, а система $E_2^-/E_2^-/1$ позволяет работать с коэффициентами вариаций интервалов поступления и обслуживания из интервала $(0, 1/\sqrt{2})$, что расширяет область применения этих систем. Для вывода решений использован классический метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли.

Ключевые слова: системы массового обслуживания $E_2/E_2/1$, $E_2^-/E_2^-/1$ среднее время ожидания в очереди, метод спектрального разложения, интегральное уравнение Линдли, преобразование Лапласа

Введение

Статья посвящена исследованию систем массового обслуживания (СМО) $E_2/E_2/1$ с эрланговскими входными распределениями 2-го порядка и $E_2^-/E_2^-/1$ с запаздыванием во времени. Обе эти системы относятся к типу $G/G/1$. В теории массового обслуживания исследования систем $G/G/1$ особо актуальны в связи с тем, что до сих пор не существует решения в конечном виде для общего случая.

В работе авторов [1] впервые приведены результаты по исследованию системы $M/M/1$ с запаздыванием во времени со сдвинутыми экспоненциальными входными распределениями. Результаты работы [1] позволяют развить теорию метода спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли (ИУЛ) также на сдвинутые гиперэкспоненциальные и эрланговские распределения.

Метод спектрального разложения решения ИУЛ составляет важную часть теории систем $G/G/1$. Для записи ИУЛ введем следующие обозначения: $W(y)$ – функция распределения вероятностей (ФРВ) времени ожидания требования в очереди; $C(u) = P(\tilde{u} < u)$ – ФРВ случайной величины $\tilde{u} = \tilde{x} - \tilde{t}$; \tilde{x} – случайное время обслуживания требования; \tilde{t} – случайный интервал времени между поступлениями требований. Тогда одна из форм ИУК выглядит так:

$$W(y) = \begin{cases} \int_{-\infty}^y W(y-u) dC(u), & y \geq 0; \\ 0, & y < 0. \end{cases}$$

При кратком изложении метода решения ИУЛ будем придерживаться подхода и символики автора теории СМО [2]. Для этого через $A^*(s)$ и $B^*(s)$ обозначим преобразования Лапласа функций плотности распределения интервалов между поступлениями и времени обслуживания соответственно. Суть решения ИУЛ методом спектрального разложения состоит в нахождении для выражения $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1$ представления в виде произведения двух множителей, которое дало бы рациональную функцию от s .

Следовательно, для нахождения закона распределения времени ожидания необходимо следующее спектральное разложение: $A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s)/\psi_-(s)$, где $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ – рациональные функции от s , которые можно разложить на множители. Функции $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ согласно [2] должны удовлетворять следующим условиям.

1. Для $\text{Re}(s) > 0$ функция $\psi_+(s)$ является аналитической без нулей в этой полуплоскости.

2. Для $\text{Re}(s) < D$ функция $\psi_-(s)$ является аналитической без нулей в этой полуплоскости, где D – некоторая положительная константа, определяемая из условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t)}{e^{-Dt}} < \infty. \tag{1}$$

Кроме того, функции $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ должны обладать следующими свойствами:

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) > 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = 1; \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) < D} \frac{\psi_-(s)}{s} = -1. \tag{2}$$

Таким образом, функции $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$ должны удовлетворять условиям (1)-(2).

Исследование системы E₂/E₂/1

Для системы E₂/E₂/1 законы распределения интервалов входного потока и времени обслуживания задаются функциями плотности вида:

$$a(t) = 4\lambda^2 t e^{-2\lambda t}; \tag{3}$$

$$b(t) = 4\mu^2 t e^{-2\mu t}. \tag{4}$$

Для такого общего вида задания функций (3) и (4) решения для среднего времени ожидания для системы E₂/E₂/1 в классике по теории СМО [2-3] авторами не найдено, поэтому решение находим классическим методом спектрального разложения решения ИУЛ, как это показано в [3]. Такой подход позволяет определить не только среднее время ожидания, но и моменты высших порядков времени ожидания.

Тогда, учитывая определение джиттера в телекоммуникациях как разброс времени ожидания от его среднего значения [5], тем самым получим возможность определения джиттера через дисперсию. Преобразования Лапласа функций (3) и (4) есть, соответственно:

$$A^*(s) = \left(\frac{2\lambda}{2\lambda + s} \right)^2; \quad B^*(s) = \left(\frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2.$$

Спектральное разложение решения ИУЛ для системы E₂/E₂/1:

$$A^*(-s) \cdot B^*(s) - 1 = \psi_+(s) / \psi_-(s)$$

имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} &= A^*(-s) B^*(s) - 1 = \left(\frac{2\lambda}{2\lambda - s} \right)^2 \left(\frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2 - 1 = \\ &= \frac{16\lambda^2 \mu^2 - (2\lambda - s)^2 (2\mu + s)^2}{(2\lambda - s)^2 (2\mu + s)^2} = \\ &= \frac{-s [s^2 + 2(\mu - \lambda)s - 8\lambda\mu] [s + 2(\mu - \lambda)]}{(2\lambda - s)^2 (2\mu + s)^2}. \end{aligned}$$

Квадратное уравнение, полученное из числителя:

$$s^2 + (2\mu - \lambda)s - 8\lambda\mu = 0$$

имеет один отрицательный корень:

$$-s_1 = -(\mu - \lambda) - \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu},$$

так как в случае стабильной системы $\lambda < \mu$; $\mu - \lambda > 0$, и один положительный корень:

$$s_3 = -(\mu - \lambda) + \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu}.$$

Тогда нули $s = 0$ числителя разложения $\psi_+(s) / \psi_-(s)$:

$$-s_1 = -(\mu - \lambda) - \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu}; \quad -s_2 = -2(\mu - \lambda),$$

$$s_3 = -(\mu - \lambda) + \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu},$$

то есть два отрицательных корня и один положительный корень, а полюсы разложения $\psi_+(s) / \psi_-(s)$: $s = 2\lambda$; $s = -2\mu$, см. рисунок 1. Теперь с учетом условий (1) построим функции $\psi_+(s)$ и $\psi_-(s)$:

$$\psi_+(s) = \frac{s(s + s_2)(s + s_3)}{(2\mu + s)^2}; \quad \psi_-(s) = -\frac{(2\lambda + s)^2}{(s - s_3)}.$$

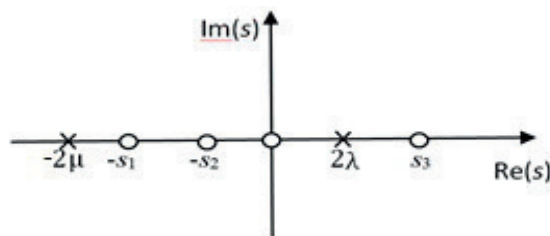


Рисунок 1. Нули и полюсы функции для системы E₂/E₂/1

При построении этих функций удобнее нули и полюса отношения $\psi_+(s) / \psi_-(s)$ отметить на комплексной s – плоскости для исключения ошибок построения. На рисунке 1 полюсы отмечены крестиками, а нули – кружками. Остается проверить выполнение условий (2):

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{\psi_+(s)}{s} = 1; \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{\psi_-(s)}{s} = \lim_{|s| \rightarrow \infty} \frac{2(2\lambda - s)}{2s - s_3} = -1,$$

то есть эти условия выполнены. Далее по методике спектрального разложения найдем константу K :

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s + s_1)(s + s_2)}{(2\mu + s)^2} = \frac{s_1 s_2}{4\mu^2},$$

где $s_1 = (\mu - \lambda) + \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu}$, $s_2 = 2(\mu - \lambda)$.
Построим функцию

$$\Phi_+(s) = \frac{K}{\Psi_+(s)} = \frac{s_1 s_2 (2\mu + s)^2}{4\mu^2 s (s + s_1)(s + s_2)}.$$

Преобразование Лапласа функции плотности времени ожидания

$$W^*(s) = s * \Phi_+(s) = \frac{s_1 s_2 (2\mu + s)^2}{4\mu^2 s (s + s_1)(s + s_2)}. \quad (5)$$

Для нахождения среднего времени ожидания найдем производную от функции $W^*(s)$ со знаком минус в точке $s = 0$:

$$\begin{aligned} -\left. \frac{dW^*(s)}{ds} \right|_{s=0} &= -\frac{s_1 s_2}{4\mu^2} \times \\ &\times \left[\frac{2(2\mu + s)(s + s_1)(s + s_2) - (2\mu + s)^2(2s + s_1 + s_2)}{(s + s_1)^2 (s + s_2)^2} \right]_{s=0} = \\ &= \frac{s_1 s_2}{4\mu^2} \left[\frac{4\mu^2 (s + s_1) - 4\mu s_1 s_2}{s_1^2 s_2^2} \right]_{s=0} = \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} - \frac{1}{\mu}. \end{aligned}$$

Окончательно, среднее время ожидания для системы $E_2/E_2/1$ есть

$$\bar{W} = \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} - \frac{1}{\mu}, \quad (6)$$

где корни

$$s_1 = (\mu - \lambda) + \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu}; \quad s_2 = 2(\mu - \lambda)$$

определяются через параметры (3) и (4).

Среднее время ожидания в системе $E_2/E_2/1$ с запаздыванием

Рассмотрим СМО, для которой законы распределения входного потока и времени обслуживания заданы функциями плотности:

$$a(t) = 4\lambda^2 (t - t_0) e^{-2\lambda(t-t_0)}, \quad (7)$$

$$b(t) = 4\mu^2 (t - t_0) e^{-2\mu(t-t_0)}. \quad (8)$$

Такую систему обозначим $E_2^- / E_2^- / 1$.

Утверждение. Спектральное разложение решения ИУЛ для системы $E_2^- / E_2^- / 1$: $A^*(-s) * B^*(s) - 1 = \Psi_+(s) / \Psi_-(s)$ имеет точно такой же вид, как и для системы $E_2 / E_2 / 1$.

Доказательство. Преобразование Лапласа функции (7) имеет вид

$$A^*(-s) = \left(\frac{2\lambda}{2\lambda - s} \right)^2 e^{t_0 s},$$

а функции (8):

$$B^*(s) = \left(\frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2 e^{-t_0 s}.$$

Тогда выражение

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)} &= \left(\frac{2\lambda}{2\lambda - s} \right)^2 e^{t_0 s} \times \left(\frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2 e^{-t_0 s} - 1 = \\ &= \left(\frac{2\lambda}{2\lambda - s} \right)^2 \left(\frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2 - 1. \end{aligned}$$

Здесь показатели степени у экспонент обнуляются и тем самым операция сдвига в спектральном разложении нивелируется. Таким образом, для системы $E_2^- / E_2^- / 1$ справедливы все выкладки, проведенные для системы $E_2 / E_2 / 1$, но уже с измененными вследствие операции сдвига параметрами λ и μ . Утверждение доказано.

Определение неизвестных параметров распределения E_2^-

Для определения неизвестных параметров распределения E_2^- воспользуемся преобразованием Лапласа функции (7). Среднее значение интервала между поступлениями дает первая производная от преобразования Лапласа со знаком минус в точке $s = 0$:

$$\begin{aligned} -\left. \frac{dA^*(s)}{ds} \right|_{s=0} &= \\ &= \left[\frac{8\lambda^2}{(2\lambda + s)^3} e^{-t_0 s} + \left(\frac{2\lambda}{2\lambda + s} \right)^2 t_0 e^{t_0 s} \right]_{s=0} = \\ &= 1/\lambda + t_0. \end{aligned}$$

Отсюда

$$\bar{\tau}_\lambda = \lambda^{-1} + t_0. \quad (9)$$

Второй начальный момент интервала между поступлениями $\left. \frac{d^2 A^*(s)}{ds^2} \right|_{s=0} = \frac{3}{2\lambda^2} + 2\frac{t_0}{\lambda} + t_0^2$, отсюда

да $\bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{3}{2\lambda^2} + 2\frac{t_0}{\lambda} + t_0^2$. Определим квадрат коэффициента вариации

$$c_\lambda^2 = \frac{\bar{\tau}_\lambda^2 - (\bar{\tau}_\lambda)^2}{(\bar{\tau}_\lambda)^2} = \frac{1}{2(1 + \lambda t_0)^2}.$$

Отсюда

$$c_\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\lambda t_0)}. \quad (10)$$

Заметим, что для распределения E_2 : $\bar{\tau}_\lambda = 1/\lambda$, $c_\lambda = 1/\sqrt{2}$. Сравнивая результаты числовых характеристик $\bar{\tau}_\lambda$, c_λ для распределений E_2 и E_2^- можно увидеть разницу между ними, полученную в результате сдвига законов распределений на величину $t_0 > 0$.

Сравнивая результаты числовых характеристик для распределений E_2 и E_2^- , можно увидеть разницу между ними в результате указанного сдвига.

Коэффициент вариации для E_2^- : c_λ уменьшается при сдвиге в $(1+\lambda t_0)$ раз по сравнению с коэффициентом c_λ для распределения E_2 . Для времени обслуживания по закону E_2^- получим аналогичные выражения для интенсивности обслуживания μ и коэффициента вариации c_μ

$$\bar{\tau}_\mu = \mu^{-1} + t_0; \quad (11)$$

$$c_\mu = 1/\sqrt{2(1+\mu t_0)}. \quad (12)$$

Учитывая, что среднее время ожидания в системе G/G/1 связано с коэффициентами вариаций времени между поступлениями требований и времени обслуживания квадратичной зависимостью, в системе с запаздыванием время ожидания будет меньше, чем в обычной системе.

Теперь исходя из полученных параметров распределения для системы $E_2^-/E_2^-/1$, время ожидания для нее определяем из выражения:

$$\bar{W} = \frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} - \frac{1}{\mu}, \quad (13)$$

где параметры:

$$\mu = \frac{1}{\bar{\tau}_\mu - t_0}; \quad \lambda = \frac{1}{\bar{\tau}_\lambda - t_0}; \quad s_2 = (2\mu - \lambda);$$

$$s_1 = (\mu - \lambda) + \sqrt{(\mu - \lambda)^2 + 8\lambda\mu}.$$

За входные параметры для системы $E_2^-/E_2^-/1$, для расчетов удобнее взять: $\bar{\tau}_\lambda$ – средний интервал между соседними требованиями входного потока; $\bar{\tau}_\mu$ – среднее время обслуживания; t_0 – параметр сдвига.

Тогда коэффициент загрузки определяется отношением средних интервалов: $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda$, в отличие от системы $E_2/E_2/1$, в котором ρ определяется отношением $\rho = \lambda / \mu$.

В таблице 1 приведены данные расчетов для системы $E_2^-/E_2^-/1$ для малой ($\rho = 0,1$), средней ($\rho = 0,5$) и высокой нагрузки ($\rho = 0,9$). Для сравнения в правой колонке приведены данные для обычной системы $E_2/E_2/1$. Среднее время ожидания в системе с запаздыванием $E_2^-/E_2^-/1$, как и ожидалось, меньше, чем в системе $E_2/E_2/1$, и при убывании значения параметра сдвига $t_0 > 0$ приближается к среднему времени ожидания в обычной системе.

Таблица 1. Результаты экспериментов для СМО $E_2^-/E_2^-/1$ и $E_2/E_2/1$

Входные параметры				Среднее время ожидания	
ρ	c_λ	c_μ	t_0	Для $E_2^-/E_2^-/1$	Для $E_2/E_2/1$
0,1	0,64	0,07	0,9	0,000	0,017
	0,67	0,35	0,5	0,002	
	0,70	0,64	0,1	0,013	
	0,71	0,70	0,01	0,016	
0,5	0,39	0,07	0,9	0,001	0,390
	0,53	0,35	0,5	0,081	
	0,67	0,64	0,1	0,309	
	0,70	0,70	0,01	0,382	
0,9	0,13	0,07	0,9	0,034	4,359
	0,39	0,35	0,5	1,057	
	0,64	0,64	0,1	3,519	
	0,70	0,70	0,01	4,271	

Заключение

Полученные результаты приводят к следующим выводам.

1. Систему $E_2^-/E_2^-/1$ с запаздыванием для анализа телетрафика можно использовать в том случае, если коэффициенты вариации интервалов поступления c_λ и времени обслуживания c_μ меньше $1/\sqrt{2}$.

2. В отличие от обычной системы $E_2/E_2/1$, систему $E_2^-/E_2^-/1$ можно использовать для диапазона изменения коэффициентов вариаций интервалов поступления c_λ и времени обслуживания c_μ от 0 до $1/\sqrt{2}$.

3. Система $E_2^-/E_2^-/1$ с запаздыванием на выходе обеспечивает меньшее время ожидания, чем обычная система $E_2/E_2/1$, за счет уменьшения коэффициентов вариаций интервалов поступления

ния c_λ и времени обслуживания c_μ в результате сдвига законов распределения на величину $t_0 > 0$.

Литература

1. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Блатов И.А. Анализ и расчет системы массового обслуживания с запаздыванием // Автоматика и телемеханика. – 2015. – № 11. – С.51-59.
2. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. Пер. с англ. М. Машиностроение, 1979. – 432 с.
3. Brannstrom N. A Queueing Theory analysis of wireless radio systems – Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004. – 79 p.
4. Тарасов В.Н. Исследование систем массового обслуживания с гиперэкспоненциальными входными распределениями // Проблемы передачи информации. – 2016. – №1. – С.16-26.
5. URL <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) (д.о. 26.02.2016).
6. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Горелов Г.А. Математическая модель трафика с тяжелохвостым распределением на основе системы массового обслуживания H2/M/1 // Инфокоммуникационные технологии. – 2014. – №3. – С.36-41.
7. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Горелов Г.А., Малахов С.В. Анализ входящего трафика на уровне трех моментов распределений временных интервалов // Информационные технологии – 2014. – №9. – С. 54-59.
8. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Липилина Л.В. Математическая модель телетрафика на основе системы G/M/1 и результаты вычислительных экспериментов // Информационные технологии. – 2016. – №2. – С. 121-126.
9. Тарасов В.Н., Горелов Г.А., Ушаков Ю.А. Восстановление моментных характеристик распределения интервалов между пакетами входящего трафика // Инфокоммуникационные технологии – 2014. – №2. – С. 40-44.
10. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods // Operation Research, 30. – 1982. – No. – P. 125-147.

Получено 02.04.2018

Тарасов Вениамин Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий Кафедрой программного обеспечения и управления в технических системах (ПОУТС) Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики» (ПГУТИ). Тел. (8-846) 228-00-13. E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

Бахарева Надежда Федоровна, д.т.н., профессор, заведующая Кафедрой информатики и вычислительной техники ПГУТИ. Тел. (8-846) 339-11-31. E-mail: bakhareva-nf@psuti.ru

Ахметшина Элеонора Газинуровна, ассистент Кафедры ПОУТС ПГУТИ. Тел. (8-846) 228-00-13. E-mail: elyamalusha@mail.ru

ANALYSIS OF NEW QUEUEING SYSTEM $E_2/E_2/1$ WITH DELAY

Tarasov V.N., Bakhareva N.F., Akhmetshina E.G.

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation

E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

In queuing theory, the G/G/1 systems are especially relevant in view of the fact that until now there is no solution in the final form for the general case. This article presents the results of queuing systems (QS) G/G/1: system $E_2/E_2/1$ with Erlang input distributions of the second order and the system $E_2^-/E_2^-/1$ with delay in time. We choose the second-order Erlang distributions as an input for the system considered, which are shifted to the right from the zero point. For such distribution laws, the method of spectral decomposition allows one to obtain a solution in closed form. It is shown that in such a system with delay, the average waiting time of calls in queue is less than in the usual system. Which is explained by the fact that the time shift operation reduces the value of variation coefficients of the intervals between the receipts and the service time, and as it is known from queuing theory, the average requirements waiting time is related to these variation coefficients by a quadratic dependence. The $E_2/E_2/1$ system works only for variation coefficients equal to 1, and the system $E_2^-/E_2^-/1$ allows us to work with the variation coefficients of the arrival and service intervals from the interval $(0, 1/\sqrt{2})$, which extends the scope of these systems. To derive solutions, the classical method of spectral decomposition of the Lindley's integral equation solution is used.

Keywords: QS $E_2/E_2/1$, $E_2^-/E_2^-/1$, the average waiting time, spectral decomposition method, Lindley's integral equation, Laplace transform

DOI: 10.18469/ikt.2018.16.3.03

Tarasov Veniamin Nikolaevich, Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, 443090, Russian Federation; the Head of Department of Software and Management in Technical Systems, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +78462280013. E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

Bakhareva Nadezhda Fedorovna, Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, 443090, Russian Federation; the Head of Department of Informatics and Computer Technics, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +78463391131. E-mail: bakhareva-nf@psuti.ru

Akhmetshina Eleonora Gazinurovna, Povolzhsky State University of Telecommunications and Informatics, 77, Moskovskoe shosse, Samara, 443090, Russian Federation; Assistant of the Department of Software and Management in Technical Systems. Tel. +78462280013. E-mail: elyamalusha@mail.ru

References

1. Tarasov V.N., Bakhareva N. F., Blatov I.A. Analysis and calculation of queuing system with delay. *Automation and Remote Control*, 2015, no.11, pp.1945-1951. doi: 10.1134/S0005117915110041.
2. Kleinrock L. *Teoriya massovogo obsluzhivaniyz* (Queuing theory) Moscow, Mashinostroeinie Publ, 1979, 432p.
3. N. Brannstrom. *A Queueing Theory analysis of wireless radio systems – Appllied to HS-DSCH*. Lulea university of technology, 2004. 79 p.
4. Tarasov V.N. Analysis of queues with hyperexponential arrival distributions. *Problems of Information Transmission*, 2016, no.52:1, pp.14-23. doi:10.1134/S0032946016010038
5. RFC 3393 [IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM)] Available at: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>. (accessed: 26.02.2016).
6. Tarasov V.N., Bahareva N.F., Gorelov G.A. Matematicheskaya model trafika s tyazhelohvostnym raspredeleniem na osnove sistemy massovogo obsluzhivaniya H2/M/1 [Mathematical model of traffic with heavytailed distribution based on the queuing system H2/M/1] *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2014, no. 3, pp. 36-41.
7. Tarasov V. N., Bahareva N. F., Gorelov G. A., Malakhov S. V. Analiz vkhodiaschego trafika na urovne treh momentov raspredeleniy [Analyzing the Incoming Traffic at the Three Moments Distribution of Time Intervals]. *Informacionnye tekhnologii*, 2014, no. 9, pp. 54-59.
8. Tarasov V. N., Bahareva N. F., Lipilina L.V. Matematicheskaya model teletrafika na osnove sistemy G/M/1 i rezultaty vychislitelnyh eksperimentov [Mathematical Model of Teletraffic on the Based G/M/1 System and Results of Computational Experiment]. *Informacionnye tekhnologii*, 2016, no. 2, pp.121-126.
9. Tarasov V.N., Gorelov G.A., Ushakov Y.A. Vosstanovlenie momentnykh harakteristik raspredeleniya intervalov vremeni mezhdu paketami vkhodyaschego trafika [Restoring moment distribution characteristics interval between packets of incoming traffic]. *Informacionnye tekhnologii*, 2014, no. 2, pp.40-44.
10. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods. *Operation Research*, 1982, vol. 30 no. 1, pp. 125-147.

Received 02.04.2018