5. Buranova M.A. Issledovanie statisticheskih harakteristik samopodobnogo telekommunikacionnogo trafika [Research of statistical characteristics of the self-similar telecommunication traffic]. *Infokommunikacionnie tehnologii*, 2012, vol. 10, no. 4, pp. 35-40.
6. Downey A. Lognormal and Pareto distributions in the Internet. *Computer Communications*. 2005, vol. 28, no 7, pp. 790–801.
7. Buzov A.L., Bukashkin S.A. *Spetsial'naya radiosvyaz'. Razvitie i modernizatsiya oborudovaniya i ob»ektov* [Special radio communication. Development and modernization of equipment and facilities]. Moscow, Radiotekhnika Publ., 2017. 448 p.
8. Le Gall P. Single server queuing networks with varying service times and renewal input. *Journal of Applied Mathematics and Stochastic Analysis,* 2000, vol. 13, no. 4, pp. 429-450. DOI: 10.1155/S1048953300000368.
9. Dahmouni H., Girard A., Sanso B. An analytical model for jitter in IP networks. *Annals of telecommunications,* 2012, vol. 67, no. 1-2, pp. 81-90. DOI: 10.1007/s12243-011-0254-y.
10. Matragi W., Bisdikian C., Sohraby K. Jitter calculus in ATM networks: single node case. *Proc. IEEE INFOCOM' 94*, Toronto, 1994, pp. 232-241. DOI: 10.1109/infcom.1994.337612.
11. Matragi W., Sohraby K., Bisdikian C. Jitter calculus in ATM networks: multiple node case. IEEE/ACM Trans Netw5, 1997, pp. 122-133. DOI: 10.1109/infcom.1994.337611.
12. Goldstein A., Yanovsky G. Traffic Engineering in MPLS Tunnels. *International Conference on «Next Generation Teletraffic and Wired/Wireless Advanced Networking (NEW2AN'04)»*, February 02-06, 2004, pp. 200-202.
13. Dbira H., Girard A., Sanso B. Calculation of packet jitter for non-poisson traffic. *Annals of telecommunications*, 2016, vol. 71, issue 5-6, pp. 223-237. DOI: 10.1007/s12243-016-0492-0.
14. Goldstein A.B. Mekhanizm ehffektivnogo tunnelirovaniya v seti MPLS [The mechanism of effective tunneling in a network]. *Vestnik svyazi*, 2004, no. 2, pp. 48-54.
15. Kartashevskii G., Kireeva N.V., Buranova, M.A., Chupakhina, L.R. Study of queuing system G/G/1 with an arbitrary distribution of time parameter system. *2nd International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2015*, 2015, pp. 145-148. DOI: 10.1109/infocommst.2015.7357297
16. Kartashevskii G., Buranova, M.A. Analysis of Packet Jitter in Multiservice Network. *5th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2018*, 2018, (Unpublished).

Received 22.11. 2018

УДК 519.872

СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕНАДЕЖНОЙ СИСТЕМЫ С ВЕТВЯЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ И УЧЕТОМ ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ ЕЕ ЭЛЕМЕНТОВ

Песчанский А.И.
Севастопольский государственный университет, Севастополь, Россия
E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

Объектом исследования является система с ветвящейся структурой древовидного типа, в которой каждый элемент некоторого ранга управляет несколькими элементами более низкого ранга и управляется одним элементом более высокого ранга. В процессе функционирования системы ее элементы могут отказывать, но восстанавливать свои характеристики в результате ремонтных работ. Предполагается, что все случайные величины, описывающие систему, имеют распределения общего вида. Для улучшения надежностных и экономических стационарных показателей функционирования системы предлагается проводить предупредительное техническое обслуживание элементов со стратегией, известной как «восстановление в зависимости от возраста». В этом случае получены итерационные формулы для расчета коэффициента технического использования, среднего удельного дохода и средних удельных затрат системы, которые позволяют находить оптимальные сроки проведения технического обслуживания ее элементов.

Ключевые слова: *линейная ветвящаяся структура, техническое обслуживание «по возрасту», стационарный коэффициент технического использования, средний удельный доход, средние удельные затраты, оптимизация сроков проведения технического обслуживания*

Введение

Многие технические системы имеют иерархическую или ветвящуюся структуру, в которой каждому элементу некоторого ранга непосредственно подчинено несколько элементов более низкого ранга. Примерами являются системы обработки данных, системы и сети связи, транспортные и ресурсо-снабжающие сети (трубопроводные, электрические, энергетические и т.д.). Обеспечение работоспособности таких систем является важной задачей [1-4]. Основное внимание исследователей сосредоточено на двух направлениях: разработка эффективных методов вычисления характеристик, существенных для анализа надежности и эффективности структур; разработка методов повышения надежности и улучшения экономических показателей таких структур [5-10].

Целью статьи является построение итерационного процесса расчета стационарных надежностных и экономических характеристик линейной сетевой структуры древовидного типа с учетом проведения технического обслуживания ее элементов. Предполагается, что времена безотказной работы и восстановления элементов суть случайные величины с функциями распределения общего вида.

Отметим, что в линейной структуре каждый ее элемент имеет связь только с элементами соседних рангов, но не имеет связей в пределах одного ранга и через несколько рангов. В статье рассматривается стратегия обслуживания, известная в литературе под названием «восстановление в зависимости от возраста» [9], или «правило предупредительных замен» [10].

Для однокомпонентных систем данная стратегия исследована в [8-10], а для многокомпонентной системы с монотонной структурой – в [11-13].

Постановка задачи

Рассмотрим ненадежную систему с ветвящейся структурой (см. рисунок 1), где головной элемент a_0 связан с a_1 элементами первого ранга, каждый из которых в свою очередь связан с a_2 элементами второго ранга и т.д.

Каждый из элементов предпоследнего $(n-1)$ ранга связан с a_n элементами последнего n-го ранга, которые называют выходными.

Число элементов i-го ранга равно $N_i = \prod_{k=1}^{i} a_k$, $i = \overline{1,n}$.

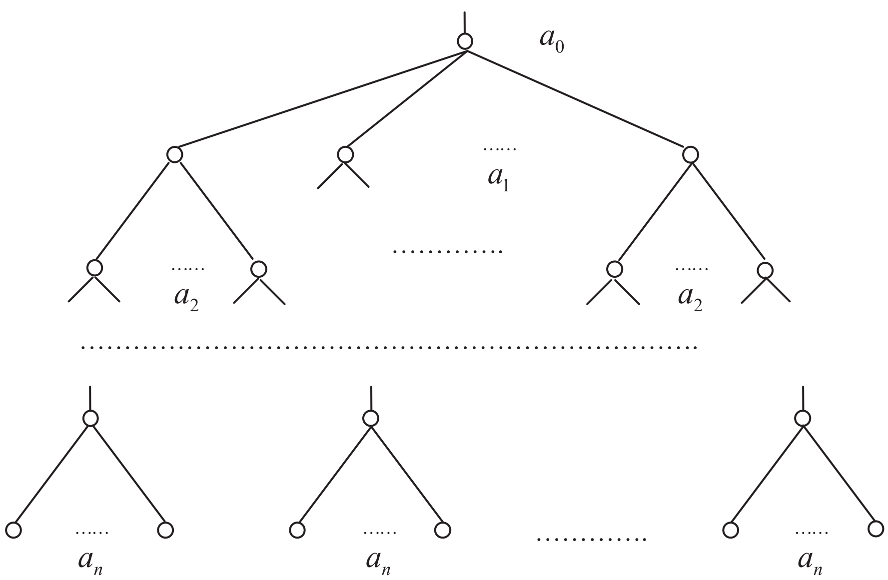

Рисунок 1. Схема линейной однородной ветвящейся структуры

Будем рассматривать однородную систему: это означает, что элементы одного ранга однотипны. Пусть α_i – время безотказной работы элемента i-го ранга с функцией распределения $F_i(t) = P(\alpha_i \le t), i = \overline{0,n}$; а β_i – время восстановления элемента i-го ранга с функцией распределения $G_i(t) = P(\beta_i \le t)$, $i = \overline{0,n}$. Предположим, что указанные случайные величины имеют конечные математические ожидания: $E\alpha_i$ и $E\beta_i$ соответственно.

Отказ любого элемента системы, который будем называть аварийным, обнаруживается мгновенно и сразу же начинается его восстановление. В момент аварийного отказа элемента прекращается как работа, так и восстановление всех связанных с ним элементов, которым он предшествует. Также отключаются все элементы, которые предшествуют отказавшему элементу и не принадлежат более ни одному работоспособному пути. Под работоспособным путем подразумевается цепочка функционально связанных работающих элементов от головного элемента до одного из выходных.

В момент включения в систему восстановившегося элемента одновременно с ним включаются и те, ранее отключенные работоспособные элементы, которые вместе с восстановленным элементом образуют работоспособный путь. При этом их уровень работоспособности такой же, каким он был при отключении. Кроме этого, продолжается восстановление отключенных элементов, связанных функционально с восстановленным элементом.

Система считается отказавшей, если она не содержит ни одного работоспособного пути от головного элемента до выходного. В этот момент все оставшиеся работоспособные элементы отключаются. Итерационный процесс расчета стационарного коэффициента готовности такой системы построен в [14].

Одним из методов повышения надежности и эффективности описанной системы может быть предупредительное техническое обслуживание (ТО) каждого элемента системы со стратегией «восстановление в зависимости от возраста» [9]. Суть этой стратегии заключается в том, что если элемент после завершения очередных восстановительных работ проработал некоторый заранее заданный промежуток времени, то проводится его предупредительное техническое обслуживание.

В начальный момент времени $t=0$ начинается эксплуатация системы и назначается допустимый уровень наработки (возраст) τ_i, $i=\overline{0,n}$ элемента системы, одинаковый для всех элементов i-го ранга. Если после завершения восстановительных работ элемент проработал без отказа время τ_i, то проводится плановое ТО элемента, которое его полностью обновляет.

Так же, как и в моменты аварийного отключения, в моменты начала ТО элемента и его завершения происходит отключение и включение функционально связанных с ним элементов.

Длительность ТО – это случайная величина β_i^p с функцией распределения $G_i^p(t)=P(\beta_i^p \le t)$, $i=0,n$ и конечным математическим ожиданием $E\beta_i^p$. Если до назначенного момента времени τ_i элемент системы отказывает, то начинается его аварийное восстановление, в результате которого элемент также полностью обновляется, и весь процесс обслуживания элемента повторяется заново.

Предполагаются известными следующие экономические показатели элементов системы: c_i – доход в единицу времени безотказной работы элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$; c_i^0 – затраты в единицу времени аварийного восстановления элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$; c_i^p – затраты в единицу времени технического обслуживания элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$.

Целью работы является определение следующих показателей качества функционирования системы:

– стационарного коэффициента технического использования системы $K(\tau_0,\tau_1,...,\tau_n)$;

– среднего удельного дохода $S(\tau_0,\tau_1,...,\tau_n)$ системы, приходящегося на единицу календарного времени;

– средних удельных затрат $C(\tau_0,\tau_1,...,\tau_n)$, приходящихся на единицу времени исправного функционирования системы.

Также требуется определить оптимальные сроки τ_i проведения технического обслуживания элементов системы, при которых показатели качества функционирования системы принимают наилучшие значения.

Определение стационарных характеристик системы

Построим итерационный процесс расчета стационарных показателей системы. Для этого введем следующие обозначения: $K_i(\tau_i)$ – коэффициент готовности элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$; $S_i(\tau_i)$ – средний удельный доход в единицу времени функционирования элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$; $C_i(\tau_i)$ – средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования элемента i-го ранга, $i=\overline{0,n}$.

Данные характеристики элементов i-го ранга определяются следующими формулами [9-11]:

$$K_i(\tau_i)=\frac{T_i^{(1)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i)+T_i^{(0)}(\tau_i)+T_i^{(2)}(\tau_i)};$$

$$S_i(\tau_i)=\frac{c_i\,T_i^{(1)}(\tau_i)-c_i^0\,T_i^{(0)}(\tau_i)-c_i^pT_i^{(2)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i)+T_i^{(0)}(\tau_i)+T_i^{(2)}(\tau_i)}; \qquad (1)$$

$$C_i(\tau_i)=\frac{c_i^0\,T_i^{(0)}(\tau_i)+c_i^pT_i^{(2)}(\tau_i)}{T_i^{(1)}(\tau_i)},$$

где $T_i^{(1)}(\tau_i)=\int_0^{\tau_i}\overline{F}_i(t)dt$ – среднее время работоспособности; $T_i^{(0)}(\tau_i)=F_i(\tau_i)E\beta_i$ – среднее время аварийного восстановления; $T_i^{(2)}(\tau_i)=\overline{F}_i(\tau_i)E\beta_i^p$ – среднее время ТО элемента i-го ранга на периоде регенерации, то есть между двумя соседними моментами начала работы элемента после завершения аварийного восстановления или ТО.

Далее введем аналогичные характеристики для одного семейства из a_i элементов, которые управляются одним и тем же элементом из $(i-1)$-го ранга, $i=\overline{1,n}$ (см. рисунок 2).

Заметим, что семейство считается работоспособным, если работоспособен хотя бы один элемент этого семейства. Очевидно, что показатели будут зависеть от сроков проведения ТО элементом i-го и всех последующих рангов. Обозначим $K^{(i)}(\tau_i,...,\tau_n)$ – коэффициент технического использования; $S^{(i)}(\tau_i,...,\tau_n)$ – средний удельный доход в единицу времени функционирования; $C^{(i)}(\tau_i,...,\tau_n)$ – средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования такого семейства.

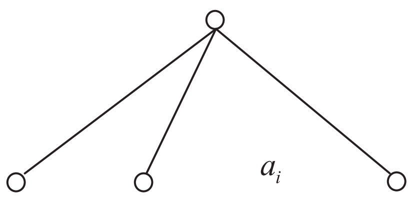

Рисунок 2. Схема семейства i-го ранга

При построении итерационных формул для определения стационарных показателей системы с ветвящейся структурой используем результаты [11], где при помощи аппарата теории полумарковских процессов с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний [15] получены расчетные формулы для нахождения стационарных характеристик ненадежной многокомпонентной системы с монотонной структурой с учетом ТО по возрасту и отключением элементов.

В частности, коэффициент технического использования K, средний удельный доход S и средние удельные затраты C системы, состоящей из N последовательных элементов, есть

$$K=\left[1+\sum_{i=1}^{N}\frac{1-K_i}{K_i}\right]^{-1};\qquad S=K\sum_{i=1}^{N}\frac{S_i}{K_i};\quad C=\sum_{i=1}^{N}C_i, \tag{2}$$

где K_i, S_i, C_i – характеристики элементов системы. В случае параллельного соединения элементов системы эти характеристики есть

$$K=1-\prod_{i=1}^{N}\left(1-K_i\right);\qquad S=\sum_{i=1}^{N}S_i;\quad C=\frac{\sum_{i=1}^{N}C_iK_i}{K}. \tag{3}$$

Семейство из a_n выходных элементов n-го ранга, которые управляются одним и тем же элементом (n-1)-го ранга, будет находиться в отказе, если откажут все элементы этого семейства.

Поэтому для определения стационарных характеристик такого семейства применим формулы (3) стационарных характеристик системы с параллельным соединением:

$$K^{(n)}(\tau_n)=1-\left[1-K_n(\tau_n)\right]^{a_n};\qquad S^{(n)}(\tau_n)=a_n\,S_n(\tau_n);\qquad C^{(n)}(\tau_n)=\frac{a_n\,C_n(\tau_n)\,K_n(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}. \tag{4}$$

При нахождении характеристик семейства элементов (n-1)-го ранга, управляемых одним и тем же элементом (n-2)-го ранга, применим комбинации формул характеристик системы с параллельным (3) и последовательным соединениями элементов (2).

Рассмотрим систему из параллельных элементов (n-1)-го ранга, каждый из которых соединен последовательно с семейством элементов n-го ранга. В результате получим

$$K^{(n-1)}(\tau_{n-1},\tau_n)=1-\left[1-\left(1+\frac{1-K_{n-1}(\tau_{n-1})}{K_{n-1}(\tau_{n-1})}+\frac{1-K^{(n)}(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}\right)^{-1}\right]^{a_{n-1}};$$

$$S^{(n-1)}(\tau_{n-1},\tau_n)=a_{n-1}\frac{\dfrac{S_{n-1}(\tau_{n-1})}{K_{n-1}(\tau_{n-1})}+\dfrac{S^{(n)}(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}}{1+\dfrac{1-K_{n-1}(\tau_{n-1})}{K_{n-1}(\tau_{n-1})}+\dfrac{1-K^{(n)}(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}};$$

$$C^{(n-1)}(\tau_{n-1}\tau_n)=a_{n-1}\frac{\dfrac{C_{n-1}(\tau_{n-1})+C^{(n)}(\tau_n)}{1+\dfrac{1-K_{n-1}(\tau_{n-1})}{K_{n-1}(\tau_{n-1})}+\dfrac{1-K^{(n)}(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}}}{1-\left[1-\left(1+\dfrac{1-K_{n-1}(\tau_{n-1})}{K_{n-1}(\tau_{n-1})}+\dfrac{1-K^{(n)}(\tau_n)}{K^{(n)}(\tau_n)}\right)^{-1}\right]^{a_{n-1}}}.$$

Для семейства элементов m-го ранга, где $m=\overline{1,n-1}$, имеют место аналогичные соотношения, которые после ряда преобразований принимают следующий вид:

$$K^{(m)}(\tau_m,...,\tau_n)=1-\left[1-\frac{K_m(\tau_m)K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)}{K_m(\tau_m)+K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)-K_m(\tau_m)K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)}\right]^{a_m};$$

$$S^{(m)}(\tau_m,...,\tau_n)=\frac{a_m\left[S_m(\tau_m)K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)+K_m(\tau_m)S^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)\right]}{K_m(\tau_m)+K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)-K_m(\tau_m)K^{(m+1)}(\tau_{m+1},...,\tau_n)};\quad (5)$$

$$C^{(m)}(\tau_m,...,\tau_n)=\frac{a_m\left[C_m+C^{(m+1)}\right]\left[K_m+K^{(m+1)}-K_mK^{(m+1)}\right]^{a_m-1}}{\sum_{i=0}^{a_m-1}\left[K_m+K^{(m+1)}-2K_mK^{(m+1)}\right]^i\left[K_m+K^{(m+1)}-K_mK^{(m+1)}\right]^{a_m-i-1}}.$$

Характеристики головного элемента a_0 определяются с помощью формул для системы из последовательно соединенного головного элемента и системы элементов первого ранга. Они являются характеристиками всей системы с ветвящейся структурой в целом и определяются формулами: При пас-

$$K(\tau_0,\tau_1,...\tau_n)=\frac{K_0(\tau_0)K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)}{K_0(\tau_0)+K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)-K_0(\tau_0)K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)};$$

$$S(\tau_0,\tau_1,...,\tau_n)=\frac{S_0(\tau_0)K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)+K_0(\tau_0)S^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)}{K_0(\tau_0)+K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)-K_0(\tau_0)K^{(1)}(\tau_1,...,\tau_n)};\quad (6)$$

$$C(\tau_0,\tau_1,...,\tau_n)=C_0(\tau_0)+\frac{a_1\left[C_1+C^{(2)}\right]\left[K_1+K^{(2)}-K_1K^{(2)}\right]^{a_1-1}}{\sum_{i=0}^{a_1-1}\left[K_1+K^{(2)}-2K_1K^{(2)}\right]^i\left[K_1+K^{(2)}-K_1K^{(2)}\right]^{a_1-i-1}}.$$

сивной стратегии обслуживания, когда ТО элементов не проводится, в итерационные формулы (4)-(6) следует подставить следующие соотношения:

$$K_m=\frac{E\alpha_m}{E\alpha_m+E\beta_m},\ m=\overline{0,n};$$

$$K^{(n)}=1-\left[\frac{E\alpha_m}{E\alpha_m+E\beta_m}\right]^{a_n};$$

$$S_m=\frac{c_mE\alpha_m-c_m^0E\beta_m}{E\alpha_m+E\beta_m},\ m=\overline{0,n};$$

$$S^{(n)}=a_n\frac{c_mE\alpha_m-c_m^0E\beta_m}{E\alpha_m+E\beta_m};$$

$$C_m=\frac{c_m^0E\beta_m}{E\alpha_m},\ m=\overline{0,n};$$

$$C^{(n)}=\frac{a_nc_n^0E\beta_n}{K^{(n)}\left(E\alpha_n+E\beta_n\right)}.$$

Заметим, что в этом случае коэффициент готовности K совпадает с известной формулой в [14].

Частный случай системы

Рассмотрим систему с ветвящейся структурой, изображенной на рис.1, при условии, что все случайные величины, ее определяющие, имеют показательное распределение, а именно:

$$F_i(t)=1-e^{-\lambda_it},\ \ G_i(t)=1-e^{-\mu_it},\ \ G_i^p(t)=1-e^{-\mu_i^pt},\ \ i=\overline{0,n}.$$

В этом случае в (4)-(6) для вычисления стационарных характеристик системы следует полагать

$$K_m(\tau_m)=\left[\frac{\lambda_m+\mu_m}{\mu_m}+\frac{\lambda_m}{\mu_m^p}\left(e^{\lambda_m\tau_m}-1\right)^{-1}\right]^{-1},\ m=\overline{0,n};$$

$$K^{(n)}(\tau_n)=1-\left[\frac{\dfrac{\lambda_n}{\mu_n}+\dfrac{\lambda_n}{\mu_n^p}\left(e^{\lambda_n\tau_n}-1\right)^{-1}}{\dfrac{\lambda_n+\mu_n}{\mu_n}+\dfrac{\lambda_n}{\mu_n^p}\left(e^{\lambda_n\tau_n}-1\right)^{-1}}\right]^{a_n};$$

$$S_m(\tau_m)=\frac{c_m\mu_m-c_m^0\lambda_m-\dfrac{c_m^p\lambda_m\mu_m}{\mu_m^p}\left(e^{\lambda_m\tau_m}-1\right)^{-1}}{\lambda_m+\mu_m+\dfrac{\lambda_m\mu_m}{\mu_m^p}\left(e^{\lambda_m\tau_m}-1\right)^{-1}},\ m=\overline{0,n}\,;\quad S^{(n)}(\tau_n)=a_nS_n(\tau_n)\,;$$

$$C_m(\tau_m)=\frac{c_m^0\lambda_m}{\mu_m}+\frac{c_m^p\lambda_m}{\mu_m^p}\left(e^{\lambda_m\tau_m}-1\right)^{-1},\ m=\overline{0,n}\,;$$

$$C^{(n)}(\tau_n)=\frac{a_n}{K^{(n)}(\tau_n)}\frac{\dfrac{c_n^0\lambda_n}{\mu_n}+\dfrac{c_n^p\lambda_n}{\mu_n^p}\left(e^{\lambda_n\tau_n}-1\right)^{-1}}{1+\dfrac{\lambda_n}{\mu_n}+\dfrac{\lambda_n}{\mu_n^p}\left(e^{\lambda_n\tau_n}-1\right)^{-1}}\,.$$

Оптимизация периодичности проведения ТО элементов системы

Стационарные характеристики (6) системы с ветвящейся структурой явно зависят от пороговых значений возрастов элементов, при достижении которых принимается решение о проведении ТО. Поэтому задача определения оптимальных сроков проведения ТО элементов системы сводится к задаче нахождения точек абсолютного экстремума выбранной критериальной функции:

$$K(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)\to\max_{\tau_i\in(0,\infty);\,i=\overline{0,n}}\,;$$

$$S\,(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)\to\max_{\tau_i\in(0,\infty);\,i=\overline{0,n}}\,.$$

$$C\,(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)\to\min_{\tau_i\in(0,\infty);\,i=\overline{0,n}}\,.$$

Приравнивая к нулю частные производные функций $K(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)$, $S(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)$ и $C(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)$, получаем соответственно системы уравнений, которым удовлетворяют оптимальные значения наработок:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial\tau_i}K(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)=0,\ i=\overline{0,n}\,;\\&\frac{\partial}{\partial\tau_i}S(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)=0,\ i=\overline{0,n}\,;\\&\frac{\partial}{\partial\tau_i}C(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)=0,\ i=\overline{0,n}\,.\end{aligned}\tag{7}$$

Можно показать, что система уравнений (7) для определения критических точек функции $K(\tau_0,\tau_1,\ldots\tau_n)$ равносильна системе уравнений

$$\frac{\partial K_i(\tau_i)}{\partial\tau_i}=0,\ i=\overline{0,n}\,.$$

Таким образом, система будет иметь максимальный коэффициент использования при таких сроках проведения ТО, при которых достигается максимальное значение коэффициента технического использования каждого элемента системы.

Заметим, что техническое обслуживание не всегда приводит к улучшению стационарных характеристик системы. Так, в случае показательного распределения всех случайных величин, описывающих систему, проведение ТО элементов только снижает коэффициент технического использования. Положительный эффект от проведения ТО следует ожидать в том случае, когда со временем возрастает интенсивность отказов элементов, а затраты и время на проведение их ТО значительно меньше соответствующих показателей в случае аварийных отказов.

Численный пример

Рассмотрим линейную однородную систему с ветвящейся структурой, которая содержит элементы четырех рангов ($n=3$). Времена безотказной работы α_i, аварийного восстановления β_i и технического обслуживания β_i^p имеют соответственно распределения Эрланга с функциями распределения:

$$F_i(t)=1-e^{-\lambda_i t}\sum_{j=0}^{3}\frac{(\lambda_i\,t)^j}{j!},\ G_i(t)=1-e^{-\mu_i t}\sum_{j=0}^{2}\frac{(\mu_i\,t)^j}{j!},$$

$$G_i^p(t)=1-e^{-\mu_i^p t}\sum_{j=0}^{4}\frac{(\mu_i^p\,t)^j}{j!}.$$

В таблице 2 через K^∞, S^∞, C^∞ обозначены показатели качества функционирования системы в случае, когда используется пассивная стратегия обслуживания, то есть ТО элементов не проводится.

Таблица 1. Исходные данные системы для численного примера

№ ранга	Число элементов в семействе ранга	Среднее время безотказной работы $M\alpha_i$, сут	Среднее время восстановления $M\beta_i$, сут.	Среднее время ТО $M\beta_i^p$, час.	Доход элемента c_i, ден. ед./мес.	Затраты на восстановление c_i^0, ден. ед./мес.	Затраты на ТО c_i^p, ден. ед./мес.
0	$a_0 = 1$	400	8,6	21,3	1500	1800	500
1	$a_1 = 3$	150	6,0	19,3	1200	1400	300
2	$a_2 = 3$	109	4,6	18,8	1000	1000	200
3	$a_3 = 2$	92,3	3,8	17,3	1000	700	200

Таблица 2. Результаты оптимизации характеристик системы по различным критериям

№ ранга	τ_i^K, сут.	$K^{\max}$	K^{∞}	τ_i^S, сут.	$S^{\max}$, ден. ед./мес.	S^{∞}, ден. ед./мес.	τ_i^C, сут.	$C^{\min}$, ден. ед./мес.	C^{∞}, ден. ед./мес.
0	131,8	0,987	0,969	129,6	29050,7	25641,4	83,1	320,6	1443,0
1	55,1			52,6			27,9		
2	44,7			40,1			22,9		
3	40,1			34,0			23,5		

Проведение ТО элементов при достижении времен безотказной работы элементов τ_i^K, τ_i^S, $\tau_i^C, i = \overline{0,3}$; в зависимости от выбранного критерия, улучшает эти показатели соответственно на 1,86%; 13,30% и 77,78%.

Выводы

В статье представлен итерационный процесс расчета стационарных надежностностных и экономических характеристик ненадежной системы с линейной однородной ветвящейся структурой с учетом проведения технического обслуживания ее элементов по возрасту.

На примере системы с конкретной сетевой структурой показана возможность определения оптимальных сроков проведения технического обслуживания. При этом коэффициент технического использования системы увеличивается незначительно, но доходность системы может быть значительно увеличена, а затраты существенно снижены.

Заметим, что по аналогичной методике можно получить расчетные формулы для стационарных характеристик системы в случае других стратегий проведения ТО ее элементов и выбрать оптимальную из них.

Литература

1. Надежность систем энергетики и их оборудования: Справочник в 4 т. Под ред. Ю.Н. Руденко. Т.1. Справочник по общим моделям анализа и синтеза надежности систем энергетики. – М: Энергоатомиздат, 1994. – 472 с.
2. Надежность систем энергетики и их оборудования: Справочник в 4 т. Под общ. ред. Ю.Н. Руденко. Т.4. Надежность систем теплоснабжения. – Новосибирск: Наука, 2000. – 351 с.
3. Сеннова Е.В., Кирбхин С.Н., Шиманская А.О. Методология и алгоритм расчета показателей надежности теплоснабжения потребителей и резервирования тепловых сетей при разработке схем теплоснабжения // Новости теплоснабжения // URL: http://www.ntsn.ru/ (д.о. 16.10.2018).
4. Скворцов М.С. Методика оптимизации систем с сетевой структурой // Труды СПИИРАН. – 2011. – Вып. 1(16). – С.231-242.
5. Черкесов Г.Н. Оценка надежности систем с учетом ЗИП. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 480 с.
6. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
7. Ushakov I.A. Probabilistic Reliability Models. – Wiley, 2012. – 248 p.

8. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
9. Байхельт Ф., Франкен П. Надежность и техническое обслуживание. Математический подход. Пер. с нем. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
10. Барлоу Р., Хантер Л. Оптимальный порядок проведения профилактических работ // Оптимальные задачи надежности. Пер. с англ. – М.: Стандарты, 1968. – С. 244-255.
11. Песчанский А.И. Полумарковская модель технического обслуживания монотонной системы с учетом возраста и отключением ее элементов // Системные технологии. Сб. науч. тр. – Днепропетровск: 2009. – №2(61). – С. 29-41.
12. Obzherin Y. E., Peschansky A.I. Semi-Markovian Model of Monotonous System Maintenance with Regard to its Element Deactivation and Age // Applied Mathematics. – 2010. – Vol.1. – No. 3. – P. 234-243. DOI: 10.4236/am.2010.13029.
13. Обжерин Ю.Е., Песчанский А.И. Календарное техническое обслуживание систем с произвольной структурой // Кибернетика и системный анализ. – 2006. – №2. – С. 69-86.
14. Корлат А.Н., Кузнецов В.Н., Турбин А.Ф. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. – Кишинев: Штиинца, 1991. – 209 с.
15. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – Киев: Наукова думка, 1982. – 236 с.

Получено 28.11.2018

Песчанский Алексей Иванович, д.т.н., профессор Кафедры высшей математики Севастопольского государственного университета. Тел. (8-846) 333-27-70. E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

STATIONARY CHARACTERISTICS OF UNRELIABLE SYSTEM WITH BRANCHING STRUCTURE AND ELEMENTS' MAINTENANCE

Peschansky A.I.
Sevastopol State University, Sevastopol, Russian Federation
E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

The research object is a tree-system of the branching structure. Each element of any level con-trols several elements of a lower level and is controlled by one element of a higher level. The elements of the same rank are assumed to be of the same type. Any element failure of the sys-tem is detected instantly and its restoration begins immediately. During the element failure, all the following associated elements stop operating and being restored. It also disables all elements that precede the failed element and do not belong to any other operable path. When the element is restored, all the previously disabled functional elements, which form a workable path with the restored element, also begin operating. The system is considered to fail if there is not a single operable path connecting the main element and output. All the random variables describing the system are assumed to have distributions of general kind. To improve stationary reliability and economical indexes preventive maintenance is carried out according to the age strategy. By means of an apparatus of the theory of semi-Markov processes with a discrete-continuous set of states, iteration formulas for calculating operating efficiency, average specific income and average specific expenses are obtained. The expressions obtained for these stationary characteristics in explicit form allow to get optimal intervals of elements' maintenance. A numerical example of applying the obtained calculation formulas is given.

Keywords: *linear branching structure, age maintenance, stationary operating efficiency, average specific income, average specific expenses, optimization of preventive maintenance intervals*

DOI: 10.18469/ikt.2019.17.1.07

Peschansky Alexey Ivanovich, Sevastopol State University, 33 Universitetskaya Str., Sevastopol, 299053, Russian Federation; Professor of the Department of Higher Mathematics, Doctor of Technical Science. Tel. +78463332770. E-mail: peschansky_sntu@mail.ru

References

1. Rudenko Yu. N. *Nadezhnost' sistem energetiki i ih oborudovaniya. Spravochnik po obschim modelyam analiza i sinteza nadezhnosti sistem energetiki* [Reliability of energy systems and their equipment. Handbook of general models of analysis and synthesis of energy systems reliability]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1994. 472 p.

2. Rudenko Yu. N. Nadezhnost' sistem energetiki i ih oborudovaniya. Nadezhnost' system snabz-heniya [Reliability of energy systems and their equipment. Reliability of heating systems]. Mos-cow, Nauka Publ., 2000. 351 p.
3. Sennova Ye.V., Kirbhin S.N., Shymanskaya A.O. Metodologiya i algoritm rascheta pokazateley nadezhnosti teplosnabzheniya potrebiteley i rezervirovaniya teplovyh setey pri razrabotke shem teplosnabzheniya [Methodology and algorithm for calculating indicators of reliability of heat supply to consumers and reservation of heat networks in the development of heat supply schemes]. *Novosti teplosnabzheniya*. Available at: http://www.ntsn.ru/ (accessed: 16.10.2018).
4. Skvortsov M.S. Metodika optimizatsii sistem s setevoi strukturoy. [Methods of optimization of systems with network structure]. *Trudy SPIIRAN*, 2011, vol. 1, no. 16, pp. 231-242.
5. Cherkesov G.N. Otsenka nadezhnosti system s uchetom ZIP [Evaluation of systems' reliability with regard to spare parts and accessories]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2012. 480 p.
6. Cherkesov G.N. *Nadezhnost' apparatno-programmnyh kompleksov*. [Reliability of hardware and software systems. Tutorial]. St. Petersburg, Piter Publ., 2005, 479 p.
7. Ushakov I.A. *Probabilistic Reliability Models.* Wiley, 2012. 248 p.
8. Polovko A.M., Gurov S.V. *Osnovy teorii nadezhnosti* [Fundamentals of the reliability theory]. St. Petersburg, BHV-Peterburg Publ., 2006. 704 p.
9. Baikhel't F., Franken P. *Nadezhnost' i tehnicheskoye obsluzhivaniye. Matematicheskiy podhod* [Reliability and maintenance. Mathematical approach]. Moscow, Radio i sviaz Publ., 1988. 392 p.
10. Barlow P., Hunter L. Optimal'nyi poryadok provedeniya profilakticheskih rabot [Optimal order of preventive maintenance]. Optimal'nyye zadachi nadezhnosti. Moscow, Standarty Publ., 1968, pp. 244-255. (In Russian).
11. Peschansky A.I. Polumarkovaskaya model' tehnicheskogo obsluzhyvaniya monotonnoy sistemy s uchetom vozrasta i otklyucheniyem elementov [Semi-Markov model of maintenance of a monotonous system with regard to age and its elements' deactivation]. *Sistemnyye tehnologii*, 2009, vol. 61, no. 2, pp. 29-41.
12. Obzherin Y.E., Peschansky A.I. Semi-Markovian Model of Monotonous System Maintenance with Regard to its Element Deactivation and Age. *Applied Mathematics*, 2010, vol. 1, no. 3, pp. 234-243. DOI: 10.4236/am.2010.13029.
13. Obzherin Y.E., Peschansky A.I. Kalendarnoye tehnicheskoye obsluzhyvaniye sistem s proizvol'noy strukturoy [Calendar maintenance of systems with an arbitrary structure]. *Kibernetika i sistemnyj analiz*, 2006, no. 2, pp. 69-86.
14. Korlat A.N., Kuznetsov B.N., Novikov M.I., Turbin A.F. *Polumarkovskiye modeli vosstanav-livayemyh sistem i system massovogo obsluzhyvaniya* [Semi-Markov models of restorable and queuing systems]. Kishinev, Shtiintsa Publ., 1991. 209 p. (In Russian).
15. Korolyuk V.S., Turbin A.F. *Protsessy markovskogo vosstanovleniya v zadachah nadezhnosti sistem* [Markovian restoration processes in the system reliability problems]. Kiev, Nauk. dumka Publ., 1982. 236 p. (In Russian).

Received 28.11.2018

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 681.518: 339.13

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БИЗНЕС-ПРОЦЕССА РАЗРАБОТКИ И КАСТОМИЗАЦИИ ИНТЕГРАЦИОННЫХ РЕШЕНИЙ В ИНТЕРЕСАХ УПРАВЛЕНИЯ ИТ-КОМПАНИЕЙ

Димов Э.М., Маслов О.Н., Хаджиева С.В.
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ
E-mail: ssv2507@mail.com

В современных условиях ИТ-компании системные интеграторы вынуждены бороться не только за возможность быть первыми на рынке с новым разработанным на инновационных технологиях продукте или сервисе, но и за такой важный ресурс, как персонал. Предметом исследования является процесс формирования команды, реализующей разработку и кастомизацию интеграционных решений, который протекает в сложной нерефлекторной системе социально-экономического типа. Для исследования влияния распределения исполнителей по командам на результат функционирования бизнес-процесса предложено использовать метод статистического имитационного моделирования по версии Димова-Маслова. Авторами изучена специфика деятельности ИТ-компаний при реализации современных интеграционных решений, описана модель функционирования исследуемого бизнес-процесса, описана постановка задач моделирования в интересах управления, которые можно решить с помощью