

## ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МУЛЬТИРОТОРНОГО БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

*Исаев А.М., Линец Г.И., Исаев М.А.*

*Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, РФ*

*E-mail: quaternion77@gmail.com*

Представлен численный метод, позволяющий обеспечить гладкость формирующей функции, задающей вращательное движение мультироторного беспилотного летательного аппарата. Исследовано поведение образующей функции при конечном шаге интегрирования. Предложенный метод обеспечивает формирование ограниченной по значению угловой скорости вращательного движения с заданными параметрами углового ускорения. Проведено моделирование работы численного метода при формировании виртуального управляющего сигнала для управления типа бэкстеппинг. Результаты моделирования реакции на ступенчатый сигнал показали уменьшение израсходованной энергии, эффективное ограничение угловой скорости и существенное снижение пиковой потребляемой мощности по сравнению с оригинальным методом бэкстеппинга при незначительном увеличении времени переходного процесса. Выбраны значения параметров виртуального управления, обеспечивающие формирование заданных динамических характеристик вращательного движения мультироторного беспилотного летательного аппарата.

**Ключевые слова:** численный метод, управление динамикой, мультироторный беспилотный летательный аппарат, квадрокоптер

### Введение

Мультироторные беспилотные летательные аппараты (БЛА) благодаря простоте конструкции широко применяются в различных отраслях хозяйства для проведения мониторинга протяженных и сосредоточенных объектов, фото- и видеосъемки, картографирования, доставки небольших грузов, что предъявляет высокие требования к точности управления полетом в условиях воздействия возмущающих факторов. С точки зрения моделирования мультироторный БЛА является нелинейным объектом с перекрестными связями, управляемость которого зависит от полетной массы, характера движения и ряда других факторов. Для построения системы управления желательно, чтобы объект управления имел неизменные динамические характеристики, что в реальных условиях практически реализовать не представляется возможным. Данная статья направлена на разработку численного метода управления вращательным движением, обеспечивающим формирование заданных динамических характеристик по крену  $\varphi$ , тангажу  $\theta$ , курсу  $\psi$  и реализацию движения мультироторного БЛА по траектории с ошибкой, не более заданной.

### Состояние вопроса

Контроль мультироторного БЛА рассматривается как сочетание задач управления ориентацией и движением по заданной траектории. Ориентация описывается кинематическими уравнениями, которые являются автономными, что

дает возможность рассматривать процесс управления ориентацией отдельно от задачи полета по траектории [1]. Для построения управления ориентацией мультироторных БЛА используются различные виды регуляторов. Наиболее распространены пропорционально-интегрально-дифференциальные (далее ПИД) регуляторы, простые в реализации, но требующие подстройки коэффициентов при изменении характеристик БЛА [2–4]. В случае применения линейно-квадратичных регуляторов (LQR) успешно решаются задачи стабилизации в режиме зависания БЛА, однако качество управления снижается при внешних возмущениях, перекрестных связях и существенных нелинейностях объекта управления [5]. При использовании ПИД- и линейно-квадратичных регуляторов необходимо реализовать точную модель объекта управления, что в большинстве случаев является непреодолимым препятствием.

Одним из способов управления мультироторными БЛА в условиях воздействия внешних возмущающих факторов является применение скользящего режима SMC [6]. Его применение позволяет обеспечить качественное управление БЛА при отсутствии точной математической модели в условиях внешних возмущений. Основным недостатком метода SMC является использование релейных сигналов управления, которые в идеальном случае должны обеспечивать переключение регуляторов с бесконечной частотой, а для практической реализации управляющих воздействий необходимо обеспечить адаптацию

частоты переключения к режимам полета БЛА [7; 8]. Кроме того, управление в скользящем режиме предполагает точное знание динамики БЛА.

Широкое применение в практической реализации методов стабилизации нелинейных объектов нашел алгоритм обратного обхода интегратора – бэкстеппинг [9]. Возможность обеспечения приемлемого качества стабилизации движения мультироторного БЛА при неполном знании динамики объекта в условиях воздействия возмущающих факторов вызвало широкое применение бэкстеппинга при управлении мультироторными БЛА [10–18]. Данный метод позволяет формировать требуемую динамику движения объекта управления [9]. Алгоритм обеспечивает слежение выхода объекта за входным сигналом с заданной точностью за конечное время. Измерению доступны только скалярные вход и выход объекта, но не их производные. Синтез алгоритма управления условно разбивается на  $r$  шагов, где  $r$  – верхняя оценка относительной степени модели объекта управления. На каждом шаге синтезируется управление, которое стабилизирует каждую подсистему в модели объекта в окрестности нуля. На последнем шаге синтезируется основной закон управления, который обеспечивает слежение выходного сигнала объекта управления за входным сигналом. В общем случае бэкстеппинг требует использования виртуальных управляющих сигналов, включающих производные от управляющих воздействий. Для подсистемы управления ориентацией мультироторного БЛА источником входного сигнала в виде углов  $\varphi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  служит подсистема траекторного управления. Скорости изменения данных углов могут быть недоступны для отработки физической системой, и для качественного управления необходимо обеспечить их гладкость. Наиболее часто подобная задача решается различными методами фильтрации [19], которые не позволяют получать качественные сигналы виртуального управления и в конечном случае обеспечивать точность управления ориентацией мультироторного БЛА.

### Постановка и решение задачи

Будем считать, что известны входные сигналы подсистемы траекторного управления в виде углов крена, тангажа и курса  $(\varphi_d^o, \theta_d^o, \psi_d^o)$ . Управление пространственной ориентацией реализуется методом бэкстеппинга. Формирование виртуального управления производится в опорной системе координат, для чего требуется следующее.

1. Разработать численный метод управления динамикой вращательного движения мультироторного БЛА по каналам крена, тангажа и курса

$(\varphi_d, \theta_d, \psi_d)$ , обеспечивающего гладкость траектории при ограничениях:

$$\begin{aligned} t_p &\leq t_{p \max} \\ \varphi_{\min} &\leq |\varphi_d| \leq \varphi_{\max}, \\ \theta_{\min} &\leq |\theta_d| \leq \theta_{\max}, \\ |\dot{\varphi}_d| &\leq \omega_{x \max}, \\ |\dot{\theta}_d| &\leq \omega_{y \max}, \\ |\dot{\psi}_d| &\leq \omega_{z \max}, \\ |\ddot{\varphi}_d| &\leq \varepsilon_{x \max}, \\ |\ddot{\theta}_d| &\leq \varepsilon_{y \max}, \\ |\ddot{\psi}_d| &\leq \varepsilon_{z \max}. \end{aligned}$$

где  $t_{p \max}$  – ограничение времени переходного процесса;  $\varphi_{\min}$ ,  $\varphi_{\max}$ ,  $\theta_{\min}$ ,  $\theta_{\max}$  – предельные значения соответственно углов крена и тангажа;  $\dot{\varphi}_{\max}$ ,  $\dot{\theta}_{\max}$ ,  $\dot{\psi}_{\max}$  – максимальные программные значения скорости изменения углов крена, тангажа и курса соответственно;  $\varepsilon_{\varphi \max}$ ,  $\varepsilon_{\theta \max}$ ,  $\varepsilon_{\psi \max}$  – максимальные значения угловых ускорений программных значений углов крена, тангажа и курса соответственно.

2. Провести сравнение времени и качества переходного процесса, пиковой потребляемой мощности и энергии, затраченной на тестовый маневр мультироторного БЛА, управление ориентацией которого выполнено на основе бэкстеппинг – контроллера [18] и разработанного численного метода.

3. Провести оценку пикового, суммарного энергопотребления и времени переходного процесса в зависимости от изменения значений  $\dot{\varphi}_{\max}$ ,  $\dot{\theta}_{\max}$ ,  $\dot{\psi}_{\max}$ ,  $\varepsilon_{\varphi \max}$ ,  $\varepsilon_{\theta \max}$ ,  $\varepsilon_{\psi \max}$ .

4. Исследовать факторы, влияющие на время переходного процесса при формировании управления вращательным движением БЛА.

Для решения поставленной задачи воспользуемся функцией наведения в виде [20]

$$u = \dot{\rho} + k\rho^b,$$

где  $u$  – сигнал управления;  $\rho$  – ошибка установки заданного значения угла;  $\dot{\rho}$  – производная ошибки установки заданного значения угла;  $b$ ,  $k$  – положительные числа.

Управление вращательным движением строится по следующему алгоритму. Вначале определяется ошибка отслеживания заданного угла:

$$\varphi_{err(n)} = \varphi_d^o - \varphi_{cont(n)} \begin{cases} \varphi_{err(n)} \geq 0 \operatorname{sgn} = 1; \\ \varphi_{err(n)} < 0 \operatorname{sgn} = -1; \end{cases} \quad (1)$$

где  $\varphi_{cont(n)}$  – значение угла виртуального управления на шаге  $n$ ;  $\varphi_d^o$  – значение угла, полученное от системы траекторного управления.

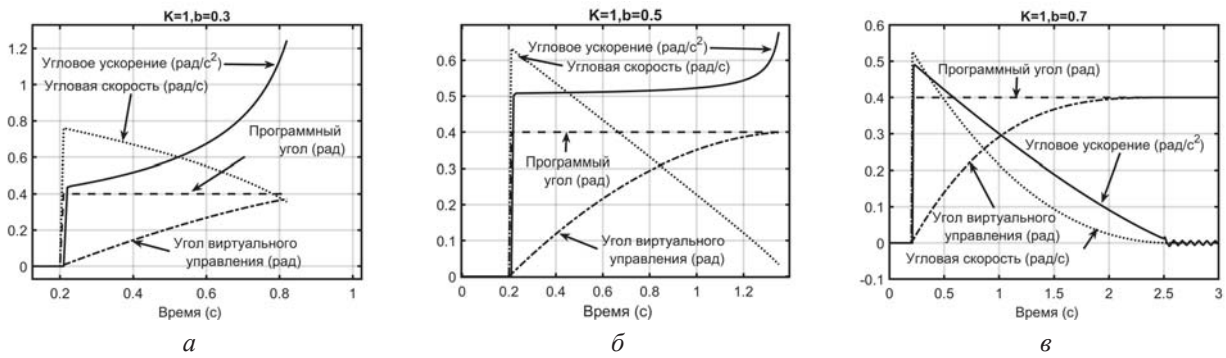


Рисунок 1. Результаты моделирования при: а –  $b = 0.3$ ; б –  $0.5$ ; в –  $0.7$

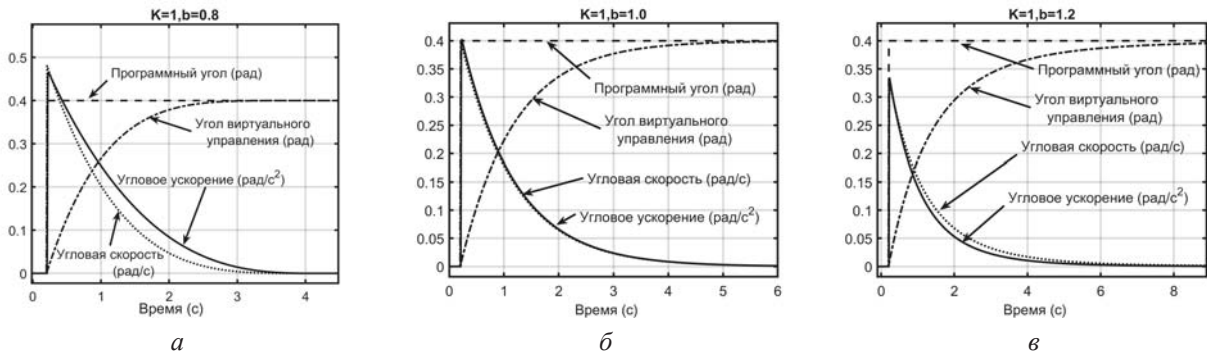


Рисунок 2. Результаты моделирования при  $b = 0.8, 1.0, 1.2$

Затем вычисляется управляющее значение угловой скорости:

$$\omega_{cont(n)} = k \operatorname{sgn}(\varphi_{err(n)}) \times |\varphi_{err(n)}|^b \begin{cases} \operatorname{sgn} = 1 & \text{при } \varphi_{err(n)} \geq 0; \\ \operatorname{sgn} = -1 & \text{при } \varphi_{err(n)} < 0, \end{cases} \quad (2)$$

при ограничении

$$|\omega_{cont(n)}| \leq \omega_{\max}, \quad (3)$$

где  $\omega_{\max}$  – максимальное значение угловой скорости.

После этого определяется значение угла виртуального управления:

$$\varphi_{cont(n)} = \int_{t_1}^{t_2} \omega_{cont(n)} dt. \quad (4)$$

Вычисление (1)–(4) происходит циклически, результаты вычислений на предыдущем шаге становятся исходными для следующего шага. Проведем исследование поведения функции (4) с целью определения приемлемых для практики значений  $b$  при  $k = 1$ .

Определим диапазон изменения  $b = 0.3, 0.5, 0.7, 0.8, 1.0, 1.2$  при шаге интегрирования 0.01 сек. Исследуем изменение угловой скорости и углового ускорения в зависимости от  $\varphi_{err}$ . Результаты моделирования изменений программно-го угла, угла виртуального управления, угловой скорости и ускорения представлены на рисунке 1 и 2.

При  $b = 0.3$  происходит рост значения углового ускорения по мере уменьшения  $\varphi_{err}$ , при  $b = 0.5$  значение углового ускорения является практически постоянным, но вблизи заданного значения угла  $\varphi_d^o$  оно увеличивается, а при времени моделирования более 1.5 с наблюдается колебательный процесс (на рисунке 1, б колебательный процесс не показан). При значении  $b = 0.7$  в окрестности заданного значения  $\varphi_d^o$  возникают колебания величины углового ускорения, амплитуда которых уменьшается с ростом частоты дискретизации. Значение  $0.8 \leq b < 1$  позволяет получить приемлемый переходной процесс с плавным уменьшением значения углового ускорения по мере приближения к заданному значению угла  $\varphi_d^o$ . При значениях  $b = 1.0$  и  $b = 1.2$  наблюдается плавное уменьшение величины углового ускорения, но при этом происходит существенное увеличение времени переходного процесса (см. рисунок 2, б и в).

Проведем моделирование виртуального управления (1)–(4) по каналу крена в случае ступенчатого изменения заданного угла  $\varphi_d^o$ . Зададим следующие параметры виртуального управления:  $\omega_{\max} = 2$  рад/с,  $b = 0.8$ ,  $k = 4$ . Результаты моделирования виртуального управления при ступенчатом изменении управляющего сигнала представлены на рисунке 3.

Недостатком данного вида управления является скачкообразное изменение угловой скорости

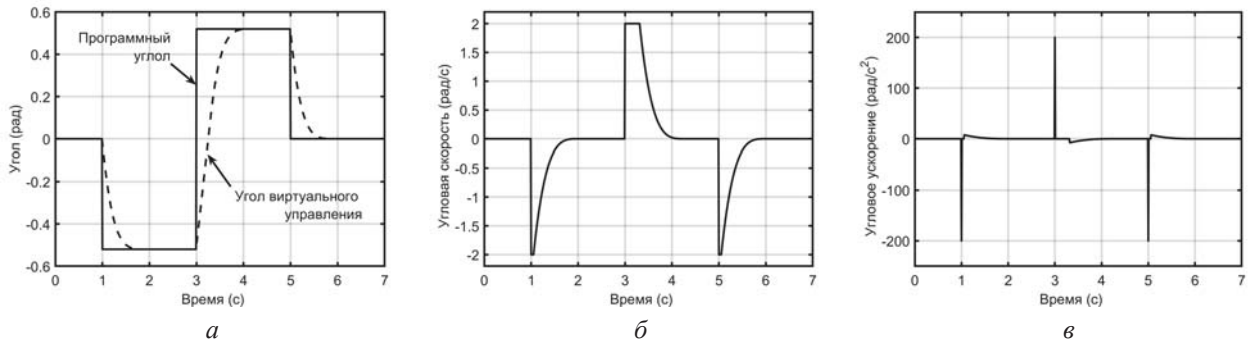


Рисунок 3. Результаты моделирования виртуального управления при ступенчатом изменении управляющего сигнала: *a* – изменение заданного (программного угла) и значения угла на выходе контроллера; *б* – изменение угловой скорости; *в* – изменение углового ускорения при формировании виртуального управления

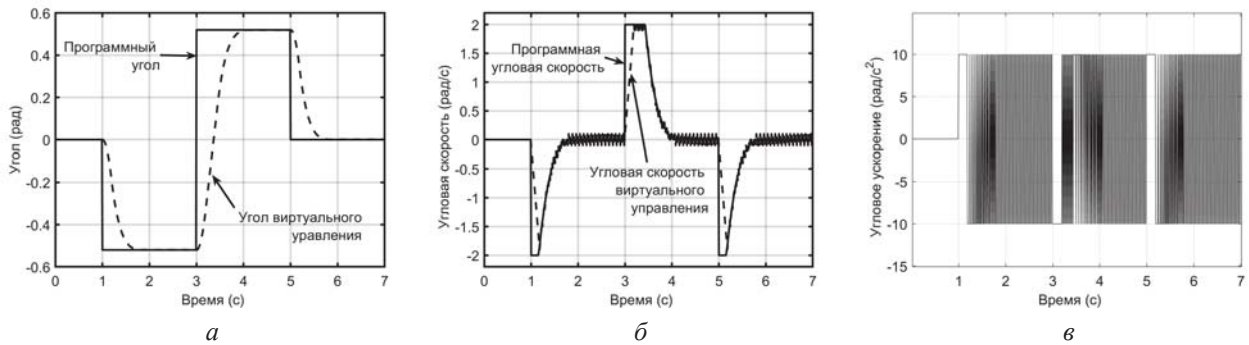


Рисунок 4. Результаты моделирования виртуального управления при ступенчатом изменении управляющего сигнала: *a* – изменение заданного (программного угла) и значения угла на выходе контроллера; *б* – изменение угловой скорости; *в* – изменение углового ускорения при формировании виртуального управления

до максимального значения и, как следствие, пикового значения углового ускорения. Для ограничения углового ускорения введем релейный режим управления с ограниченным значением углового ускорения:

$$\omega_{cont(n)} = \begin{cases} \omega_{cont(n-1)} - \varepsilon_d dt & \text{при } \omega_{cont(n-1)} > \omega_d(n); \\ \omega_{cont(n-1)} + \varepsilon_d dt & \text{при } \omega_{cont(n-1)} < \omega_d(n), \end{cases} \quad (5)$$

где  $\omega_d$  – программная угловая скорость;  $\varepsilon_d$  – программное значение углового ускорения.

Результаты моделирования виртуального управления, при значениях  $\omega_{max} = 2$  рад/с,  $\varepsilon_d = 10$  рад/с<sup>2</sup> и шаге интегрирования 0.01 сек в релейном режиме приведены на рисунке 4.

Недостатком рассмотренного способа является «дрожание» виртуального управления угловой скоростью (см. рисунок 4, *б*), которое уменьшается с увеличением частоты дискретизации. Данный эффект приводит к появлению вибраций конструкции БЛА, излишнему нагреву бесколлекторных двигателей и повышенному расходу энергии аккумуляторной батареи.

Для устранения указанных недостатков изменим функции контроллера таким образом, что-

бы виртуальное управление имело минимальное число переключений при сохранении ограничения времени переходного процесса  $t_p \leq t_{p\max}$ . Для этого введем переменную – ошибку формирования угловой скорости:

$$\omega_{err(n)} = \omega_{cont(n)} - \omega_d(n), \quad (6)$$

условием переключения которой является

$$|\omega_{err(n)}| < \varepsilon_{max} dt, \quad (7)$$

где  $dt$  – время дискретизации. При выполнении данного условия принимается

$$\omega_{cont(n)} = \omega_d, \quad (8)$$

что обеспечивает плавность уменьшения углового ускорения при подходе к целевому значению угла. Результаты работы контроллера виртуального управления приведены на рисунке 5.

Результаты моделирования показывают, что число переключений существенно сократилось, обеспечивается формирование ограниченной по значению угловой скорости вращательного движения с заданными параметрами углового ускорения. Изменяя величины  $\varepsilon_d$ ,  $\omega_{max}$ ,  $k$ ,  $b$  при заданном времени дискретизации  $dt$ , можно изменять вид переходного процесса, обеспечивая при этом заданное качество виртуального сигнала.



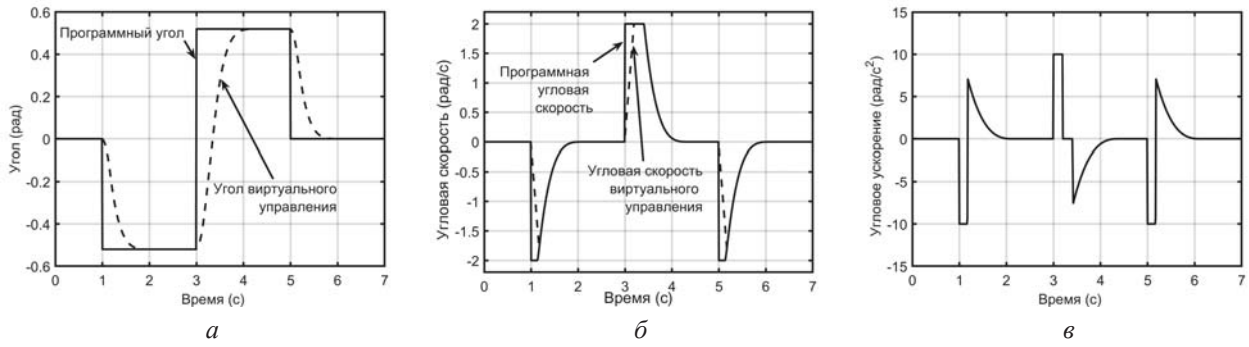


Рисунок 5. Результаты моделирования виртуального управления с переключением в режим плавного уменьшения величины углового ускорения: а – отслеживание заданного угла; б – изменения угловой скорости; в – изменения углового ускорения

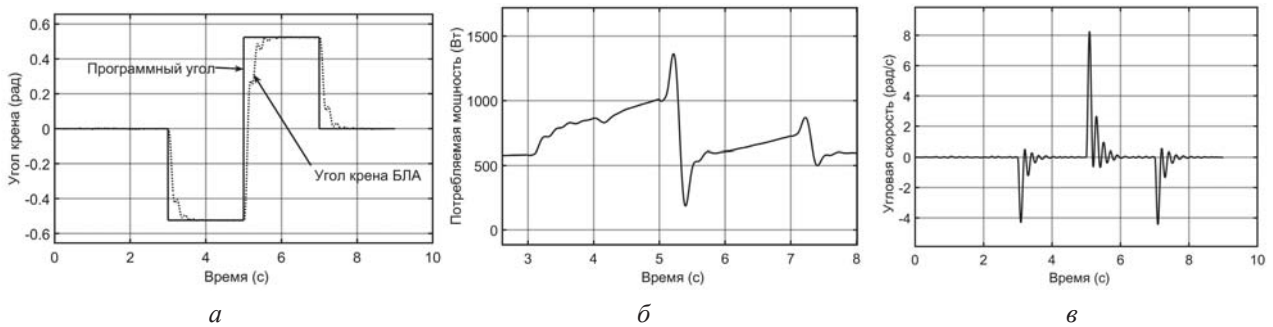


Рисунок 6. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену: а – отслеживание заданного угла; б – потребляемой мощности; в – угловой скорости

ла управления пространственной ориентацией. Канал управления по тангажу ( $\theta_d$ ) и курсу ( $\psi$ ) строится аналогично, при формировании управления по углу курса необходимо ограничить значение  $-\pi \leq \psi_d \leq \pi$ .

Таким образом, разработанный численный метод позволяет задать ограничения на значение угловой скорости вращения, время переходного процесса. Кроме этого, для метода управления пространственной ориентацией БЛА в качестве первой производной сигнала управления может использоваться  $\omega_{cont}$ , а вторая производная гарантированно ограничена значением  $\epsilon_{max}$ .

### Пример

Для исследования характеристик предложенного метода формирования динамики вращательного движения мультироторного БЛА проведем моделирование работы бэкстепинг-контроллера [17]. Моделирование мультироторного БЛА типа квадрокоптер полетной массой 5 кг осуществляется с использованием программно-аппаратного комплекса [21]. Время переходного процесса  $t_{p\ max}$  не должно превышать 0.8 с.

Требуется сравнить характеристики бэкстепинг-контроллера с использованием разработанного метода формирования динамики квадрокоптера и без такового.

Рассмотрим вычисление управления по оси  $x$ :

$$U_x = \frac{1}{b_1}(1 - c_1^2 + \alpha_1)e_1 + (c_1 + c_2)e_2 - c_1\alpha_1\chi_1 + \ddot{\varphi}_d - \dot{\theta}\dot{\psi}a_1 - \dot{\theta}a_2\Omega_r, \quad (9)$$

где  $c_1, c_2, \alpha_1$  – положительные константы.

Ошибки отслеживания заданных значений угла крена и угловой скорости определяются выражениями:

$$e_1 = \varphi_d - \varphi, \quad (10)$$

$$e_2 = \omega_{xd} - \omega_x. \quad (11)$$

Заданное значение угловой скорости вычисляется следующим образом:

$$\omega_{xd} = c_1e_1 + \dot{\varphi}_d + \alpha_1\chi_1, \quad (12)$$

$$\dot{\chi}_1 = e_1.$$

Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера (10), в котором в качестве входного сигнала используется ступенчатое воздействие при значениях  $c_1 = 10, c_2 = 10, \alpha_1 = 0.5$  [18], представлены на рисунке 6.

Применим к управлению (10) разработанный численный метод (1)–(4) с условиями (5)–(8), заменяя в (11)  $\dot{\varphi}_d$  на  $\omega_{cont(n)}$  и  $\ddot{\varphi}_d$  на  $\dot{\omega}_{cont(n)}$  из (2). Проведем моделирование работы бэкстепинг-контроллера при изменении параметров  $\epsilon_{max}$ ,

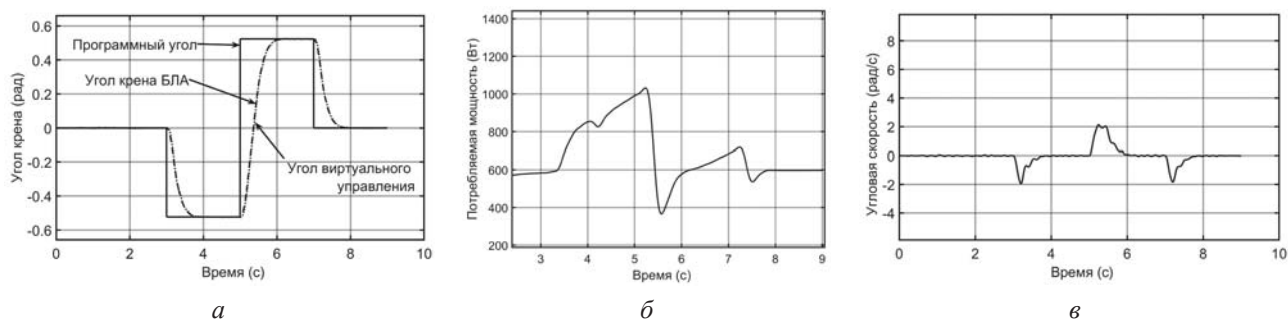


Рисунок 7. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену с применением численного метода при  $\varepsilon_{\max} = 10$  рад/с<sup>2</sup>,  $\omega_{\max} = 2$  рад/с,  $k = 4$ ,  $b = 0.8$ :  
*a* – отслеживание заданного угла; *б* – потребляемой мощности; *в* – угловой скорости

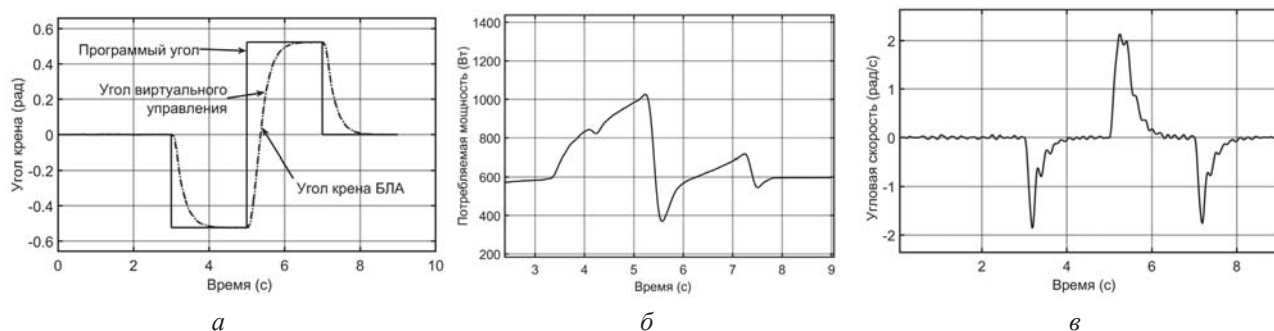


Рисунок 8. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену с применением численного метода при  $\varepsilon_{\max} = 10$  рад/с<sup>2</sup>,  $\omega_{\max} = 2$  рад/с,  $k = 4$ ,  $b = 0.95$ :  
*a* – отслеживание заданного угла; *б* – потребляемой мощности; *в* – угловой скорости

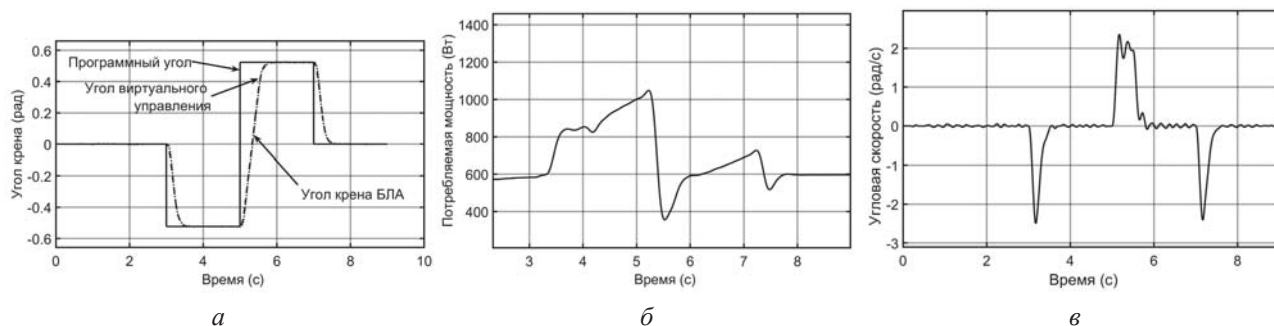


Рисунок 9. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену с применением численного метода при  $\varepsilon_{\max} = 15$  рад/с<sup>2</sup>,  $\omega_{\max} = 2$  рад/с,  $k = 7$ ,  $b = 0.8$ :  
*a* – отслеживание заданного угла; *б* – потребляемой мощности; *в* – угловой скорости

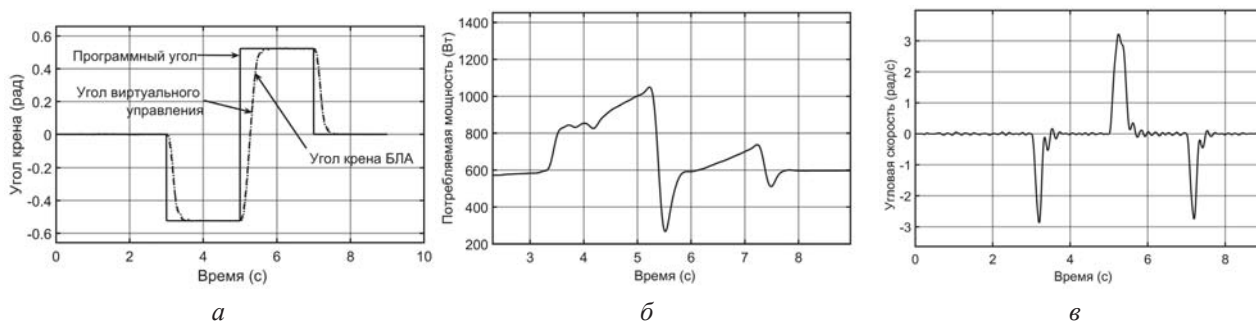


Рисунок 10. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену с применением численного метода при  $\varepsilon_{\max} = 15$  рад/с<sup>2</sup>,  $\omega_{\max} = 3$  рад/с,  $k = 7$ ,  $b = 0.8$ :  
*a* – отслеживание заданного угла; *б* – потребляемой мощности; *в* – угловой скорости

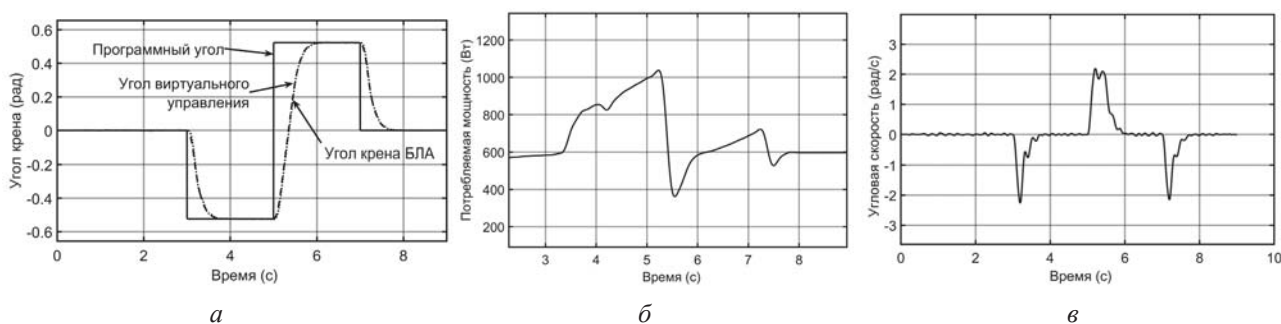


Рисунок 11. Результаты моделирования бэкстепинг-контроллера управления ориентацией по крену с применением численного метода при  $\varepsilon_{\max} = 12$  рад/с<sup>2</sup>,  $\omega_{\max} = 2$  рад/с,  $k = 5$ ,  $b = 0.85$ :  
 а – отслеживание заданного угла; б – потребляемой мощности; в – угловой скорости

Таблица. Сводная таблица результатов моделирования бэкстепинг-контроллера

№	Параметры виртуального управления	Пиковая мощность $P_{\max}$ , Вт	Израсходованная энергия $P_s$ , Вт/ч	Время переходного процесса $t_p$ , с
1	Без использования виртуального управления [18]	1370	1.025	0.6
2	$\varepsilon_{\max} = 10$ рад/с <sup>2</sup> , $k = 4$ , $\omega_{\max} = 2$ рад/с, $b = 0.8$	1032	0.9815	0.8
3	$\varepsilon_{\max} = 10$ рад/с <sup>2</sup> , $k = 4$ , $\omega_{\max} = 2$ рад/с, $b = 0.95$	1025	0.9744	1.2
4	$\varepsilon_{\max} = 15$ рад/с <sup>2</sup> , $k = 7$ , $\omega_{\max} = 2$ рад/с, $b = 0.8$	1047	0.9869	0.53
5	$\varepsilon_{\max} = 15$ рад/с <sup>2</sup> , $k = 7$ , $\omega_{\max} = 3$ рад/с, $b = 0.8$	1049	0.9938	0.5
6	$\varepsilon_{\max} = 12$ рад/с <sup>2</sup> , $k = 5$ , $\omega_{\max} = 2$ рад/с, $b = 0.85$	1039	0.9844	0.7

$\omega_{\max}$ ,  $k$ ,  $b$ . Исследуем пиковое, суммарное энергопотребление и время переходного процесса.

Результаты моделирования реакции управления (9) на ступенчатое воздействие приведены на рисунках 7–11. Значения израсходованной на маневр энергии, пиковое значение мощности и время переходного процесса обозначены в таблице.

### Выводы

1. Разработан численный метод управления динамикой вращательного движения мультироторного БЛА (1)–(8), позволяющий, в отличие от известных методов, обеспечить гладкость формирующей функции вращательного движения, заданную угловую скорость и ограниченную величину второй производной управляющего сигнала.

2. Проведено сравнение формы и времени переходного процесса, израсходованной энергии

и пиковой мощности при использовании подхода реализации бэкстепинга, изложенного в [18], и бэкстепинга с использованием численного метода управления динамикой вращательного движения мультироторного БЛА. Анализ показал, что при использовании предлагаемого численного метода наблюдается снижение пикового значения потребляемой мощности бортовой батареи примерно на 25 %, суммарное энергопотребление при тестовом маневре БЛА снижено на 5 % при увеличении времени переходного процесса менее 0.2 с.

3. В отличие от метода, изложенного в [18], бэкстепинг, использующий разработанный численный метод, позволяет исключить колебания переходного процесса при подходе к целевому значению угла и сформировать переходный процесс требуемой продолжительности.

4. Исследования показали, что основными факторами, влияющими на время переходного процесса, являются: величины  $\varepsilon_d$ ,  $\omega_{\max}$ ,  $k$ ,  $b$ .

Диапазоны их изменений для применения на практике представлены ниже:

$$k = 4 \div 6;$$

$$b = 0.8 \div 0.9;$$

$$\varepsilon_{\max} = 10 \div 12 \text{ (рад / с}^2\text{)};$$

$$\omega_{\max} = 2 \div 3 \text{ (рад / с)}.$$

Проведена проверка корректности разработанного численного метода с использованием полунатурного моделирования. В качестве объекта управления использован мультироторный БЛА типа квадрокоптер массой 5.0 кг. Расхождение результатов имитационного и полунатурного моделирования составили от 3 до 5 %, что для инженерной практики является приемлемым результатом.

Таким образом, разработанный численный метод управления динамикой вращательного движения мультироторного БЛА позволяет формировать требуемую динамику вращательного движения мультироторного БЛА, а совместное использование разработанного численного метода и бэкстепинг-контроллера позволяет: ограничивать угловую скорость, задавать необходимое время переходного процесса, снижать энергопотребление и пиковое значение потребляемой мощности аккумуляторной батареи.

### Финансирование

Данные исследования выполнены при поддержке научного проекта «Разработка роботизированного беспилотного летательного аппарата мультироторного типа с использованием бесплатформенной инерциальной навигационной системы» Федеральной целевой программы на 2014–2020 годы (уникальный идентификатор RFMEFI57818X0222) при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования России.

### Литература

1. Бранец В.Н. Шмыглевский И.П. Введение в теорию бесплатформенных инерциальных навигационных систем. М.: Наука, 1992. 280 с.
2. Luukonen T. Modelling and Control of Quadcopter. Espoo: School of Science, 2011. 23 p. URL: <http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluul1public.pdf> (дата обращения: 29.05.2020).
3. Naidoo Y., Stopforth R., Bright G. Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling and control // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2011. Vol. 8. № 4. P. 139–149. DOI: <https://doi.org/10.5772/45710>.
4. Schmidt M.D. Simulation and Control of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle: Master's Theses. University of Kentucky, 2011. 93 p. URL: [http://uknowledge.uky.edu/gradschool\\_theses/93](http://uknowledge.uky.edu/gradschool_theses/93) (дата обращения: 29.05.2020).
5. Real-time stabilization of a quadrotor UAV: nonlinear optimal and suboptimal control / O. Santos [et al.] // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2013. Vol. 70. № 1–4. P. 79–91. DOI: <https://10.1007/s10846-012-9711-8>.
6. Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique // Journal of Systems and Control Engineering. 2013. Vol. 227. P. 12–23. DOI: <https://doi.org/10.1177/0959651812455293>.
7. Spurgeon S.K. Sliding mode control: a tutorial // European control conf.: ECC 2014. Strasbourg, France, June 25–27. 2014. URL: [https://kar.kent.ac.uk/41730/1/sliding\\_mode.pdf](https://kar.kent.ac.uk/41730/1/sliding_mode.pdf) (дата обращения: 17.05.2020).
8. Ющенко А.С., Лебедев К.Р., Забихафар С.Х. Система управления квадрокоптером на основе адаптивной нейронной сети // Наука и образование. 2017. № 7. С. 262–277. DOI: <https://doi.org/10.7463/0717.0001282>.
9. Krstic M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. Nonlinear and adaptive control design. N.-Y.: Wiley, 1995. 563 p.
10. Bouabdallah S., Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor // Proc. of IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation. Spain, 18–22 April. 2005. Vol. 2005. P. 2247–2252.
11. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping / X. Gong [et al.] // 2012 Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP). 2012. P. 179–184. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413>.
12. Глазков Т.В., Голубев А.Е. Отслеживание программного изменения углового положения квадрокоптера // Математика и математическое моделирование. 2017. № 5. С. 15–28. DOI: <https://doi.org/10.24108/mathm.0517.0000083>.
13. Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter / S. Zeghlache [et al.] // Archives of Control Sciences. 2012. Vol. 22. № 3. P. 315–342.



14. Huo X., Huo M., Karimi H.R. Attitude stabilization control of a quadrotor UAV by using backstepping approach // *Mathematical Problems in Engineering*. 2014. Vol. 2014. P. 749803. DOI: <https://doi.org/10.1155/2014/749803>.
15. Liu Y., Ma J., Tu H. Robust command filtered adaptive backstepping control for a quadrotor aircraft // *Journal of Control Science and Engineering*. 2018. Vol. 2018. P. 1854648. DOI: <https://doi.org/10.1155/2018/1854648>.
16. Гэн К., Чулин Н.А. Алгоритм наведения движения для квадрокоптера с возможностью облета препятствий и отслеживания запланированного маршрута на основе управления нормальным ускорением // *Проблемы современной науки и образования*. 2016. № 31 (73). С. 6–28.
17. Backstepping-based inverse optimal attitude control of quadrotor / A. Honglei [et al.] // *International Journal of Advanced Robotic Systems*. 2013. Vol. 10. P. 223.
18. Bouabdallah S. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying: PhD Thesis. Lausanne, Switzerland: École Polytechnique Federale de Lausanne, 2007. 155 p.
19. Command filtered backstepping / J.A. Farrell [et al.] // *IEEE Transactions on Automatic Control*. 2009. Vol. 54. № 6. P. 1391–1395. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2015562>.
20. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1975. 768 с.
21. Программно-аппаратный комплекс имитационного моделирования полета мультироторного БЛА / А.М. Исаев [и др.] // *Инфокоммуникационные технологии*. 2020. Т. 19. № 2. С. 177–187. DOI: <https://doi.org/10.18469/ikt.2020.18.2.08>.

*Получено 10.07.2020*

**Исаев Александр Михайлович**, старший преподаватель межинститутской базовой кафедры Северо-Кавказского федерального университета (СКФУ). 355028, Российская Федерация, Ставропольский край, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2 (корпус 9). Тел. +7 865 295-69-97. E-mail: [quaternion77@gmail.com](mailto:quaternion77@gmail.com)

**Линец Геннадий Иванович**, д.т.н., заведующий кафедрой инфокоммуникаций (ИК) СКФУ. 355028, Российская Федерация, Ставропольский край, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2 (корпус 9). Тел. +7 865 295-69-97. E-mail: [kbytw@mail.ru](mailto:kbytw@mail.ru)

**Исаев Михаил Александрович**, аспирант кафедры ИК СКФУ. 355028, Российская Федерация, Ставропольский край, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2 (корпус 9). Тел. +7 865 295-69-97. E-mail: [mrraptor26@gmail.com](mailto:mrraptor26@gmail.com)

## NUMERICAL METHOD FOR CONTROLLING THE DYNAMICS OF ROTATION MOTION OF A MULTIROTOR UNMANNED AERIAL VEHICLE

*Isaev A.M., Linets G.I., Isaev M.A.*

*North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation*

*E-mail: [quaternion77@gmail.com](mailto:quaternion77@gmail.com)*

There is a numerical method presented that makes it possible to ensure the smoothness of the forming function defining the rotational motion of a multirotor unmanned aerial vehicle. Behavior of the generating function at the final integration step is investigated. The proposed method provides the formation of a rotational motion limited by the value of angular velocity with specified angular acceleration parameters. The numerical method was simulated when forming a virtual control signal for back-stepping control. The results of simulating the response to a step signal showed a decrease in consumed energy, an effective limitation of angular velocity and a significant decrease in the peak power consumption compared to the original back-stepping method with a slight increase in the transition process time. The values of virtual control parameters which ensure the formation of specified dynamic characteristics of the rotational motion of multirotor unmanned aerial vehicle were selected.

**Keywords:** *numerical method, dynamics control, multirotor unmanned aerial vehicle, quadcopter*

**DOI:** 10.18469/ikt.2020.18.3.06

**Isaev Alexander Michaylovich**, North-Caucasus Federal University, 2 (building 9), Kulakov Avenu, Stavropol, Stavropol Territory, 355028, Russian Federation; Senior Teacher of Inter-Institute Basic Department. Tel. +7 865 295-69-97. E-mail: aisaev@stilsoft.ru

**Linets Gennadiy Ivanovich**, North-Caucasus Federal University, 2 (building 9), Kulakov Avenu, Stavropol, Stavropol Territory, 355028, Russian Federation; Head of Infocommunication Department, Doctor of Technical Science, Associate Professor. Tel. +7 865 295-69-97. E-mail: kbytw@mail.ru

**Isaev Michael Alexandrovich**, North-Caucasus Federal University, 2 (building 9), Kulakov Avenu, Stavropol, Stavropol Territory, 355028, Russian Federation; PhD Student of Infocommunication Department. Tel. +7 865 295-69-97. E-mail: mrraptor26@gmail.com

## References

1. Branets V., Shmyglevskij I.P. *Introduction to the Theory of Strapdown Inertial Navigation Systems*. Moscow: Nauka, 1992, 280 p. (In Russian.)
2. Luukonen T. *Modelling and Control of Quadcopter*. Espoo: School of Science, 2011, 23 p. URL: <http://sal.aalto.fi/publications/pdf-files/eluu11public.pdf> (accessed 29.05.2020).
3. Naidoo Y., Stopforth R., Bright G. Quad-rotor unmanned aerial vehicle helicopter modelling and control. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2011, vol. 8, no. 4, pp. 139–149. DOI: <https://doi.org/10.5772/45710>.
4. Schmidt M.D. *Simulation and Control of a Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle*. Master's Theses. University of Kentucky, 2011. 93 p. URL: [http://uknowledge.uky.edu/gradschool\\_theses/93](http://uknowledge.uky.edu/gradschool_theses/93) (accessed 29.05.2020).]
5. Santos O. et al. Real-time stabilization of a quadrotor UAV: nonlinear optimal and suboptimal control. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, 2013, vol. 70, no. 1, pp. 79–91. DOI: <https://10.1007/s10846-012-9711-8>.
6. Li T., Zhang Y., Gordon B.W. Passive and active nonlinear fault tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2013, vol. 227, pp. 12–23. DOI: <https://doi.org/10.1177/0959651812455293>.
7. Spurgeon S.K. Sliding mode control: a tutorial. *European control conf.: ECC 2014*. Strasbourg, France, June 25–27, 2014. URL: [https://kar.kent.ac.uk/41730/1/sliding\\_mode.pdf](https://kar.kent.ac.uk/41730/1/sliding_mode.pdf) (accessed 17.05.2020).
8. Juschenko A.S., Lebedev K.R., Zabihafar S.H. Adaptive neural network based quadcopter control system. *Nauka i obrazovanie*, 2017, no. 7, pp. 262–277. DOI: <https://doi.org/10.7463/0717.0001282>. (In Russian.)
9. Krstis M., Kanellakopoulos I., Kokotovic P.V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. New York: Wiley, 1995. 563 p.
10. Bouabdallah S., Siegwart R. Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor. *Proc. of IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation*. Spain, 18–22 April, 2005, vol. 2005, pp. 2247–2252.
11. Gong X. et al. Trajectory tracking control of a quad-rotor UAV based on command filtered backstepping. *2012 Third International Conference on Intelligent Control and Information Processing (ICICIP)*, 2012, pp. 179–184. DOI: <https://doi.org/10.1109/ICICIP.2012.6391413>.
12. Glazkov T.V., Golubev A.E. Tracking software changes in the angular position of the quadcopter. *Matematika i matematicheskoe modelirovanie*, 2017, no. 5, pp. 15–28. DOI: <https://doi.org/10.24108/mathm.0517.0000083>. (In Russian.)
13. Zeghlache S. et al. Backstepping sliding mode controller improved with fuzzy logic: Application to the quadrotor helicopter. *Archives of Control Sciences*, 2012, vol. 22, no. 3, pp. 315–342.

14. Huo X., Huo M., Karimi H.R. Attitude stabilization control of a quadrotor UAV by using backstepping approach. *Mathematical Problems in Engineering*, 2014, vol. 2014, pp. 749803. DOI: <https://doi.org/10.1155/2014/749803>.
15. Liu Y., Ma J., Tu H. Robust command filtered adaptive backstepping control for a quadrotor aircraft. *Journal of Control Science and Engineering*, 2018, vol. 2018, pp. 1854648. DOI: <https://doi.org/10.1155/2018/1854648>.
16. Gen K., Chulin N.A. Quadcopter guidance algorithm with obstacle avoidance and planned route tracking based on normal acceleration control. *Problemy sovremennoj nauki i obrazovaniya*, 2016, no. 31 (73), pp. 6–28. (In Russian.)
17. Honglei A. et al. Backstepping-based inverse optimal attitude control of quadrotor. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 2013, vol. 10, pp. 223.
18. Bouabdallah S. *Design and Control of Quadrotors with Application to Autonomous Flying*. PhD Thesis. Lausanne, Switzerland: École Polytechnique Federale de Lausanne, 2007. 155 p.
19. Farrell J.A. et al. Command filtered backstepping. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, vol. 54, no. 6, pp. 1391–1395. DOI: <https://doi.org/10.1109/TAC.2009.2015562>.
20. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Theory of Automatic Control Systems*. Moscow: Nauka, 1975, 768 p. (In Russian.)
21. Isaev A.M. et al. Hardware and software complex for simulating the flight of a multi-rotor UAV. *Infokommunikacionnye tehnologii*, 2020, vol. 19, no. 2, pp. 177–187. DOI: <https://doi.org/10.18469/ikt.2020.18.2.08>. (In Russian.)

*Received 10.07.2020*

УДК 004.75

## ВИРТУАЛИЗАЦИЯ СЕРВЕРНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ КОРПОРАТИВНЫХ ЦЕНТРОВ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

*Мочалов В.П., Линец Г.И., Палканов И.С.*

*Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, РФ*

*E-mail: kbytw@mail.ru*

Объектом исследования являются кластерные системы центров обработки данных, содержащие определенное множество серверов приложений, файл серверов, систем хранения данных, систему ввода-вывода связанных между собой системой коммутации и каналами связи. Целью работы является повышение эффективности использования виртуализированных кластерных систем путем разработки и применения рационального метода распределения виртуальных машин по физическим элементам центров обработки данных. В основу предложенного метода положен итерационный жадный алгоритм и процедура ограниченного перебора, позволяющие увеличить производительность виртуализированной системы за счет рационального распределения данных. Разработана имитационная модель функционирования виртуализированной системы, проведено ее экспериментальное исследование. Представленные подходы обеспечивают определение требуемого числа узлов кластера виртуализированной системы при непредсказуемой интенсивности нагрузки и непредсказуемого уровня запрашиваемых ресурсов виртуальными машинами.

**Ключевые слова:** *центры обработки данных, виртуальные машины, физические серверы, алгоритмы распределения ресурсов, жадный алгоритм, ограниченный перебор*

### Введение

Современные центры обработки данных (ЦОД), используя технологии программно-конфигурируемых сетей, средства виртуализации серверной инфраструктуры FirstFit, RandomFit, Min-Min, Max-Min, CPUload, Windows Azure и поддерживающие разнообразные ИТ-приложения, предоставляют пользователям разно-

образные услуги и сетевые сервисы с учетом соглашений об уровнях обслуживания (SLA). Виртуализация серверной инфраструктуры, направленная на повышение эффективности управления ресурсами ЦОД и основанная на технологиях поддержки гипервизоров, обеспечивает распределение виртуальных машин (ВМ) между физическими серверами ЦОД, используя при этом алгоритмы оптимизации их загрузки.