

3. Markova V.D. *Cifrovaya ekonomika* [The Digital Economy]. Moscow: INFRA-M, 2018, 186 p. (In Russian).
4. *IS: Universitet PROF – Vozmozhnosti* [1C: University PROF – Abilities]. URL: <https://solutions.1c.ru/catalog/university-prof/features> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
5. *Rukontekst – antiplagiat, nauchnyj poisk i analiz dokumentov* [Rukontekst – anti-plagiarism, scientific search and analysis of documents]. URL: <https://text.rucont.ru> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
6. *Elektronnaya biblioteka (ebs) Rukont* [Electronic library (ebs)]. URL: <https://rucont.ru> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
7. *NAUMEN – informacionnaya sistema upravleniya rastushchim biznesom* [NAUMEN – information systems for managing a growing business]. URL: <https://www.naumen.ru> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
8. *eFront a part of BlackRock*. URL: <https://www.efront.com> (accessed: 16.11.2019).
9. *Programmy dlya sozdaniya testov i elektronnyh knig* [Applications for creating tests and e-books]. URL: <https://sunrav.ru> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
10. *Oficial'nyj sajt OTRS, vedushchego paketa uslug po upravleniyu* [Official Site of OTRS, a leading service management suite]. URL: <https://otrs.com> (accessed: 16.11.2019).
11. *Prilozhenie Skype dlya vsekh ustrojstv* [Skype app for all devices]. URL: <https://products.office.com/ru-ru/skype-for-business/download-app> (accessed: 16.11.2019).
12. *Programmnye produkty laboratorii MMIS* [Software products MMIS laboratory]. URL: <https://www.mmis.ru/programs> (accessed: 16.11.2019). (In Russian).
13. Ob'yavlenie o provedenii v 2019 godu otbora i dokumentaciya o konkursnom otbore na predostavlenie grantov v forme subsidij iz federal'nogo byudzhetu nekommercheskim organizaciyam po meropriyatiyu «Sozdanie i obespechenie funkcionirovaniya seti centrov na baze obrazovatel'nyh organizacij vysshego obrazovaniya dlya razrabotki modelej "Cifrovoj universitet" federal'nogo proekta "Kadry dlya cifrovoj ekonomiki" nacional'noj programmy "Cifrovaya ekonomika v Rossiskoj Federacii" v 2019–2021 godah» [Announcement on the selection in 2019 and documentation on the competitive selection of grants in the form of subsidies from the federal budget to non-profit organizations for the event «Creating and maintaining a network of centers based on educational institutions of higher education for the development of Digital University models of the federal project "Personnel for of the digital economy" of the national program "Digital economy in the Russian Federation" in 2019–2021»]. URL: [https://minobrnauki.gov.ru/ru/documents/card/?id\\_4=678](https://minobrnauki.gov.ru/ru/documents/card/?id_4=678) (accessed: 16.11.2019). (In Russian).

*Received 16.12.2019*

## УПРАВЛЕНИЕ И ПОДГОТОВКА КАДРОВ ДЛЯ ОТРАСЛИ ИНФОКОММУНИКАЦИЙ

УДК 004

### ЛЕОНАРД ДЖИММИ СЭВИДЖ И ЕГО СУБЪЕКТИВНАЯ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. ЧАСТЬ I. УСЛОВИЯ ВОЗНИКОВЕНИЯ, ПРЕДПОСЫЛКИ И ПЕРСПЕКТИВЫ

*Абрамов В.Е., Маслов О.Н., Шаталов И.С., Юкласов К.А.*

*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ*

*E-mail: maslov@psati.ru*

Статья открывает цикл публикаций, целью которых является ознакомление специалистов в области инфокоммуникационных технологий с наследием одного из основоположников субъективной теории вероятностей, которая именуется сегодня теорией вероятностей Бернулли – Сэвиджа. Отмечено, что содержание фундаментального

труда «Основы статистики» выводит современного читателя далеко за пределы названия данной книги, поскольку непосредственно связано с субъективными теориями риска и ожидаемой полезности. Показано, что теория вероятностей Бернулли – Сэвиджа соответствует подклассу сложных систем, которые принято называть нерефлекторными квазиреальными системами. К числу таких систем (инновационных, проектируемых, разведанных), неотъемлемым компонентом которых является «человеческий фактор», относятся социально-экономические, экологические, производственные, военные и другие иерархические системы. В данной первой статье рассматриваются условия возникновения, исходные представления, исторические предпосылки и перспективы, а также область применения теории вероятностей Бернулли – Сэвиджа.

**Ключевые слова:** субъективная теория вероятностей, условия возникновения, исходные представления, исторические предпосылки и перспективы, область применения

## Введение

Фундаментальный труд одного из отцов субъективной теории вероятностей (ТВ) Бернулли – Сэвиджа [1] более чем полувековой давности до сих пор недооценен, на наш взгляд, научной общественностью по целому ряду причин. Во-первых, он не был оперативно переведен на русский язык по непонятным причинам – скорее всего, далеким от науки. Во-вторых, безусловно, сдерживающим моментом является его название, поскольку статистика в полном смысле этого слова до сих пор мало кого интересует. В-третьих, впечатляющие достижения объективной ТВ Лапласа – Колмогорова долгое время достаточно хорошо удовлетворяли потребностям прикладных наук, и в каком-то субъективном дополнении эта версия ТВ не нуждалась. В-четвертых, вербальные, эвристические, эмпирические и другие методы, изначально присущие ей, в известной мере компрометировали ее как науку вообще, признаком которой всегда считались строгие аналитические методы, математические вычислительные процедуры.

Времена, однако, с тех пор существенно изменились, и потребность в субъективной ТВ Бернулли – Сэвиджа самым парадоксальным образом стала объективной реальностью. Поэтому авторы статьи в данном случае взяли на себя смелость не столько выполнить перевод [1], сколько подготовить своего рода дайджест, реферативный конспект и обзор – не претендую, естественно, на авторство, но постаравшись более-менее связно изложить принципы субъективной ТВ, осветить ее основные подходы и методы. Чтобы избежать бесчисленного множества кавычек при цитировании, фрагменты [1], включая мысли и утверждения автора книги, ими было решено набирать обычным простым шрифтом, тогда как их собственные, к сожалению, неизбежные, краткие комментарии и добавления – простым курсивом.

*Остается добавить, что все выявленные недочеты и неточности перевода, теоретические и стилистические огрехи текста они целиком принимают на себя и будут благодарны за соответствующий критический анализ.*

## Предварительные замечания

Книга по столь актуальной и спорной тематике может иметь значение в образовательном процессе, но это не учебник и не инструкция по применению, которых, впрочем, тоже не так уж много. В открытом или завуалированном виде, пряча за вежливостью заинтересованность, она даже в большей мере, чем другие публикации, должна отражать в первую очередь взгляды самого автора. Каждый ученый, выражаящий свое мнение, всерьез опасается (как можно судить об этом из других предисловий), что он общается лишь сам с собой и с собственной книгой. Однако он всегда желает знать, пусть это и покажется кому-то излишне благородным мотивом, несет ли его работа какой-то созидательный смысл. Авторское тщеславие, поддержка друзей, доверие издателя дают ему надежду на это, но он никогда не знает этого точно, а чужие благие надежды сбываются редко.

Чисто математических знаний и опыта требуется не так уж много, одного года практики в вычислениях будет более чем достаточно. Но хотя читатели, не обладающие знаниями в области формальной логики, или в других абстрактных областях математики, способны понять предлагаемый материал, автор опасается, что для них некоторые математические выкладки покажутся непривлекательными. Ради таких читателей он берет на себя смелость привести там, где это требуется, ряд педагогических образовательных замечаний, которые более зрелым математикам покажутся лишними или даже раздражающими. Кроме того, нельзя быть уверенным в том, что слишком длинный математический вывод может быть понят при первом прочтении – за исключением самых элементарных вещей (хотя понятие «элементарный» тоже зависит от уровня знаний читателя). Тот, кто хочет понять только самую суть, может прочитать такой вывод один раз. Но, с другой стороны, ему полезно сделать это как минимум во второй раз. И вообще, читая серьезные книги, лучше всего сидеть, выпрямившись

за столом на жестком стуле, карандаш и ручка всегда должны быть под рукой, так как рисунки должны быть нарисованы, а шаги в доказательстве проверены и подтверждены вычислениями.

## Роль научных основ

Можно слышать, что нет ничего более надежного в науке, чем ее основы: ведь если возникают сомнения в основах, то уж точно ненадежны и противоречивы глубины науки. На деле же основы являются самыми спорными частями большинства, если не всех наук: физика и математика отлично иллюстрируют этот феномен. Что же касается основ статистики, то они включают в себя вероятность – а это самый спорный предмет из того, о чем я когда-либо слышал. Как и в других науках, споры вокруг основ статистики идут постоянно, но они не являются катастрофой, как это может показаться на первый взгляд. Я верю, что здесь, как нигде, можно избежать «катастрофы» – в первую очередь потому, что в повседневной практике здравый смысл позволяет спасти положение, а при достаточной педантичности – и уберечься от опасных ошибок. Трудно судить, однако, о том, насколько относительное спокойствие в данном случае связано с господством достаточно строгой научной школы, внутри которой основные положения хорошо согласованы между собой.

Несмотря на то что исследование основ не играет заглавной роли, которую им бы присвоило твердое следование установленному порядку, они продолжают играть достаточно большую роль в разработке науки, влияют и испытывают влияние целого ряда ее практических отраслей.

## Исторические предпосылки

Понятие и проблема индуктивного вывода появились в философии начиная с времен Аристотеля. Математический анализ ключевых аспектов данной проблемы датируется началом XVIII века. Готфрид Лейбниц был первым, кто опубликовал свои соображения на этот счет, но все же первой конкретной работой по праву считается *Ars Conjectandi* (1713) Я. Бернулли [2], опубликованная после его смерти. Эта математическая работа строилась вокруг принципа вероятности, и несмотря на то, что интерес к вероятности наблюдался к тому времени уже достаточно долго, ни одна из публикаций до *Ars Conjectandi* не была посвящена индуктивному выводу.

В настоящее время значительный интерес к математическому обоснованию индуктивного вывода продолжает иметь место. По причинам,

которые я не берусь анализировать, эта исследовательская деятельность удивительным образом сконцентрирована в англоязычном мире. Эти проблемы известны под несколькими названиями, большинство из которых подчеркивают аспекты темы, актуальные в момент выбора им имени. «Математическая статистика» – одно из самых ранних имен, до сих пор сохранившее свою популярность. В таком сочетании термин «математическая» соответствует рациональным теоретическим и по возможности расширенным в математическом плане определениям, отделенным от проблем сбора и обработки численных данных, которые следует рассматривать вне проблем индуктивного вывода, математическая сторона которой обычно тривиальна. Название «статистический вывод» при этом показывает, что внимание сосредоточено вокруг индуктивного вывода. Термин «статистическое решение» отражает идею о том, что индуктивный вывод не всегда, даже если поверить приведенным неокончательным доказательствам, позволяет принять решение в предлагаемых обстоятельствах.

Общепризнано, что статистика так или иначе зависит от вероятности. Но относительно того, что такое вероятность и как она связана со статистикой, имеет место редкое в наши дни абсолютное несогласие – напоминающее разве что языковый конфликт времен строительства Вавилонской башни. Существует ряд интерпретаций понятия «вероятность», отстаиваемых действующими специалистами, причем некоторые из них считают даже, что многообразие этих интерпретаций полезно, поскольку в зависимости от концепции вероятности они могут иметь применение в разных контекстах. Несомненно, что большая часть разногласий являются чисто терминологическими и исчезли бы при достаточно строгом анализе, если бы авторитетные ученые, работающие в данной области, самостоятельно навели здесь необходимый порядок.

Принимая во внимание разногласия относительно основ статистики, удивительно и, безусловно, приятно, что большинство исследователей согласны между собой по поводу чисто математических свойств вероятности. Фактически все их противоречия сконцентрированы в вопросах прикладной интерпретации общепринятого понятия вероятности, то есть в определении ее дополнительных математических свойств.

Наиболее распространное определение вероятности принадлежит Колмогорову [3] и названо его именем. Но стоит отметить, что существуют разногласия между ним и группой,

возглавляемой фон Мизесом [4], а также существует ряд технических вариаций определения Колмогорова, которые представляют интерес и будут рассмотрены далее.

Можно выделить три основных способа интерпретации вероятности – в этой книге я назвал их объективистскими, субъективными и необходимыми (степень разумной веры). Необходимо хотя бы кратко дать описание каждого из них – читателя, который сочтет эти описания чересчур сжатыми и неразборчивыми, могу уверить в том, что они будут развиваться на протяжении всей книги.

**Объективистские представления** подразумевают наличие в природе неких повторяющихся ситуаций, таких как подбрасывание монеты, которые довольно близки к математической концепции взаимно независимых, повторяющихся с одинаковой вероятностью, случайных событий. Согласно этим представлениям, доказательство качества связи между поведением повторяющихся событий, математической концепцией и величиной вероятности того, что это означает в самом общем случае, должно быть получено путем наблюдения указанных повторяющихся событий и никак иначе.

**Субъективные представления** считают, что вероятностная мера достоверности заключается в том, что у каждого человека может быть собственная правда в виде относительного определенного суждения: например, что «завтра будет дождь». Эти взгляды постулируют, что заинтересованный человек в известной степени разумен, но не отвергают возможность существования других разумных людей, у которых при контакте с теми же фактами и доказательствами могут быть разные степени уверенности в истинности тех же суждений.

**Необходимые представления** (степень разумной веры) полагают, что вероятностная мера измеряется степенью, которая определяется набором суждений, логической необходимостью и существует отдельно от человеческого мнения, подтверждая ту или иную истину. Они обычно расцениваются их последователями как расширение логики, говорящей, когда один набор суждений требует истинности других.

**Примечание о том, что куда приятнее выглядит определение Кейнса.** В 20-е годы XX века с новой интерпретацией вероятности выступил известный английский ученый Дж.М. Кейнс. Критикуя классическую и частотную интерпретации, он предложил рассматривать вероятность как степень разумной веры, которую мы припи-

сыаем высказыванию при точно фиксированных данных. «Термины **достоверность** и **вероятность**, – отмечает он, – описывают различные степени разумной веры в высказывание, которое мы обязаны приписать ему при различном знании».

«Пусть наши посылки, – указывает далее Кейнс, – состоят из любого множества высказываний **h**, а наше заключение – из множества **a**. Тогда, если знание **h** обосновывает разумную веру степени **a**, мы говорим, что существует вероятностное отношение степени **a** между **h** и **a**». Таким образом, в интерпретации Кейнса, вероятность представляет логическое отношение между двумя множествами высказываний. Поэтому оно имеет аналитический, а не синтетический, эмпирический характер. Важно отметить, что одновременно Кейнс подчеркивал объективный характер своей интерпретации вероятности. Хотя степень вероятности и меняется с изменением нашего знания, она характеризует отношение, независимое от сознания человека.

«В смысле, важном для логики, – пишет Кейнс, – вероятность не субъективна. Она не является, так сказать, предметом человеческого каприза. Высказывание вероятно не потому, что мы думаем о нем так. Как только появляются факты, которые определяют наше познание, что считать вероятным и невероятным в этих обстоятельствах, фиксируется объективно и не зависит от нашего мнения. Теория вероятности является логической, таким образом, потому, что она имеет дело со степенью веры, которая является разумной при данных условиях, а не просто с фактической верой, которая может быть как разумной, так и неразумной».

После всего, чтобы было сказано об интенсивности и сложности противоречий вокруг понятия вероятности, можно понять, если эта короткая таксономия приведет эксперта по основам статистики в бешенство, но я верю, что она все же принесет больше пользы, чем вреда.

«Большой взрыв» в научных исследованиях в англоговорящем мире в **XX веке** сосредоточен вокруг объективистских представлений об интерпретации вероятности. Как будет вскоре объяснено, любое чистое объективистское представление влечет за собой серьезные трудности для аппарата статистики. Эта трудность была признана специалистами Британо-Американской школы (да будет позволено мне использовать ее условное название, надеюсь, что не буду воспринят слишком буквально или вообще националистически), которые рассматривают его как

существенное, хотя и преодолимое препятствие, а в действительности – как центральную проблему статистики.

Трудность объективистской позиции при любых подходах заключается в том, что вероятности могут плодотворно применяться только к повторяющимся событиям, то есть к определенным процессам с учетом сложившегося представления о них. Поэтому одинаково бессмысленно говорить, что рассматриваемое суждение есть или абсолютная истина, или вероятность его может быть только «1» или «0», при восприятии факта о том, что данное суждение является истинным или ложным. Ни в какой интерпретации вероятность не может служить в качестве меры доверия относительно имеющегося суждения. Таким образом, существование доказательства суждения в объективистском подходе не может быть выражено только разговорами о том, что суждение истинно с какой-то определенной вероятностью.

Британо-Американская школа имела огромный успех в ряде направлений своей деятельности, число ее последователей быстро росло. С ними росли и множество процедур интуитивного обращения к ней, и, что очевидно, значимая ценность этих обращений – в научных исследованиях, промышленности, коммерции. Успех научной школы можно считать фактическим доказательством корректности подхода, на котором она базируется. Поэтому каждый, кто опровергает ее взгляды, должен или дискредитировать процедуры и практические результаты, к которым они привели, или показать (именно это я и собираюсь сделать в настоящей книге), что они также полностью соответствуют предложенной альтернативе.

Ряд исследователей, к числу которых я себя отношу, полагают, что основания для принятия объективистских взглядов не универсальны и не всесильны, что существуют серьезные логические ограничения на любое такое представление и, что важнее всего, трудность применения строгих объективистских взглядов в статистике отражает их существенное несоответствие реальности.

## Содержание книги

Целью автора является изложение теории основ статистики, которая базируется на субъективном взгляде на вероятность – в основном производном от работы Б. де Финетти [5]. Теория представлена в предварительном виде, поскольку, я это ясно вижу и понимаю, в ней есть проблемы, которые должны быть дополнены критически мыслящими читателями. Взгляды на вероятность

также будут рассмотрены в книге – частично для собственного интереса, частично, чтобы объяснить взаимоотношения между субъективным подходом, на котором она построена, и другими принятыми взглядами.

Книга состоит из семнадцати глав, первой из которых является введение. Главы 2–7, если можно так выразиться, касаются основ статистики на достаточно глубоком теоретическом уровне. Они развивают, объясняют и защищают определенную абстрактную теорию поведения высокополематизированного человека, сталкивающегося с неопределенностью. Показано, что эта теория содержит в себе скрытое проявление теории субъективной вероятности, соответствующее субъективным взглядам на вероятность, что является основным в этой книге, а также теории полезности в ее современной форме, связанной с работами фон Неймана и Моргенштерна [6].

Начиная с 8 главы осуществляется переход к прикладному уровню основ статистики – иначе говоря, от предварительной общей статистики к конкретной статистике. В этих главах показано, что прежняя теория была слишком идеализированной и не всегда подходила для практического применения. Компромиссные предложения рассмотрены при анализе ряда открытых идей Британо-Американской школы – надеюсь, что внешне несовместимые системы идей, обусловленных, с одной стороны, субъективным взглядом на вероятность, а с другой стороны, конкретикой объективистских исследований, фактически дополняют друг друга и помогут читателю лучше понять их сущность.

## Предварительные размышления над решениями в условиях неопределенности

Решения, принятые перед лицом неопределенности, встречаются в жизни каждого человека и каждой организации. Даже животные постоянно принимают такие решения, и психологические механизмы, при помощи которых они это делают, имеют много общего с человеческими. Однако разница в том, что формальное рассуждение не играет никакой роли в процессе принятия решений у животных, играет малую роль у детей и ощутимо меньшую, чем хотелось бы, но достаточно большую у взрослых людей. Можно сказать, что цель этой книги, и, возможно, статистики в целом, состоит в том, чтобы выяснить основания формальных рассуждений и их роль в процессе принятия решений.

Рассуждение обычно ассоциируется с логикой, но очевидно, что использование логики ста-

новится достаточно ограниченным при встрече с неопределенностью. Поэтому встает вопрос о том, не может ли логика быть расширена в соответствии с некоторыми приемлемыми для нас принципами, чтобы более полно взаимодействовать с неопределенностью. Такая попытка, начатая в данной главе, отличается двумя важными обстоятельствами.

Во-первых, так как логика связана с суждениями, многим показалось бы естественным расширить логику за счет установки критериев меры, с которой одно выражение определяет другое выражение либо представляет собой его подтверждение. Но что кажется мне очевидным и одновременно еще более важным и действительно значимым, так это логический поиск критерия для выбора лучшего из возможных способов действий как следствие обобщения взаимосвязей между суждениями по типу импликации «если..., то...», что может быть удобным обходным маневром при решении проблемы, который намного лучше ее лобовой атаки. Логика действительно как бы сама собой приводит к нужному критерию в ситуации, когда суждение, признанное истинным, обладает релевантностью и, в свою очередь, относится к истинному, то есть единственно правильному решению.

Если будет доказано, что наше представление о частичной импликации так же надежно (или даже лучше) сопряжено с принятием верного решения, как это предполагает полная импликация, то это было бы замечательно, но возникает вопрос о том, как такое представление можно получить косвенным путем, поскольку найти верное решение в явном виде невозможно. Эта проблема достаточно подробно рассматривается в [7].

Во-вторых, обычно предполагают, что если два индивида находятся в одинаковой ситуации, обладают одинаковым мировоззрением, способностями, интеллектом, объемом информации, оба действуют разумно, то их действия будут идентичными. Такого согласия, вера в которое (в отличие от субъективного взгляда) представляет собой «необходимое» представление о вероятности, конечно же, стоит добиваться. Но лично я считаю, что такой подход даже приблизительно не соответствует действительности, хотя на данный момент не имею достаточно сильных аргументов для такого «пессимизма» и не могу настаивать на этом. Поэтому я настаиваю только на том, что, пока обратное не будет доказано, мы должны полагать рассуждение (логический ход мысли) недостаточным средством для того, чтобы прийти к полному согласию. Расширения

логики, в том числе представленные в этой книге, не приведут к полному согласию, и достаточно ли будет для него каких-то дополнительных принципов или нет, или же дополнительные принципы и их следствия, которые можно привести, будут способствовать ему, я не знаю. Но что вполне возможно и во что я действительно верю, так это в то, что предпосылки для таких решений могут быть найдены на основе представлений, о которых здесь не говорится.

Далее в данной главе будет построена формальная модель – схема ситуации, когда человек сталкивается с неопределенностью. В заключительной части с учетом этой модели обсуждаются причины и формулируются принципы, претендующие, на мой взгляд, на право быть взятыми в качестве постулатов для принятия рациональных решений.

### **Личность как лицо, принимающее решение**

Прежде чем перейти от задачи принятия решений к высокоидеализированной теории поведения «рационального человека», необходимо обсудить и согласовать критерии его рациональности. Поскольку рациональное означает логичное, казалось бы, по умолчанию можно оставить все как есть, полагая, что это всего лишь форма, однако наш человек должен будет принимать решения и в ситуациях, где необходимы решения за пределами ординарной логики. Ведь когда те или иные правила представлены для вашего рассмотрения, вы прежде всего должны определиться по отношению к ним, должны спросить сами себя, насколько твердо вы повели бы дела в соответствии с ними или вопреки им, как бы реагировали, заметив, что нарушаете их, и т. д.

В экономической теории известна идея о том, что при определенных условиях организации ведут себя подобно личностям, то есть отдельным людям, поэтому теория, изначально предназначенная для людей, бывает также применима (может даже давать лучшие решения) для таких коллективных объектов, как семьи, корпорации и даже нации. С учетом этой неоднозначности специалисты стараются избегать понятий «человек как персона» или даже «индивидуальность» по отношению к поведенческим единицам (объектам), к которым они относятся, но для наших целей определение «человек как персона» путаницы не вносит (тем не менее нельзя забывать, что это понятие используется в широком смысле слова).

## Среда и состояния среды

Модель неопределенности имеет в виду формальное описание (результат моделирования) того, в чем человек не уверен. Чтобы доходчиво и правильно (хотя неофициально и неформально) представить суть этого описания, начнем с рассмотрения списка примеров. Человек может быть не уверен в тех или иных конкретных фактах – неопределенность оформлена в виде следующих вопросов.

№ 1. Является ли выбранное яйцо плохим (непригодным в пищу)?

№ 2. Какие яйца из дюжины, если таковые в ней имеются, непригодны в пищу?

№ 3. Какая температура в Чикаго была вчера в полдень?

№ 4. Какая температура была и какая температура будет в месте, которое сейчас занимает Чикаго, в полдень начиная с 1 января 1 года н.э. до 1 января 4000 года н.э.?

№ 5. Какой будет бесконечная последовательность «орлов» и «решек» в результате бесконечно повторяющихся подбрасываний монетки?

№ 6. Как выглядит полное десятичное разложение числа  $\pi$ ?

№ 7. Как выглядит полное, точное и при этом достаточно понятное описание истории Вселенной?

Все приведенные примеры имеют ряд общих черт, хотя если их будет слишком много, то это дискредитирует воображение автора. В каждом из представленных выше случаев человек в чем-то не уверен: в яйце, в дюжине яиц, в температуре, последовательности температур и т. д. Каждый объект допускает определенный класс описаний, которые можно мысленно применить к нему. Яйцо из примера № 1 может быть как плохим, так и хорошим, но условия заданы таким образом, что исключают все другие описания (помимо заявленных), хотя это не отменяет того факта, что выбранное яйцо обладает большим числом иных свойств. Для примера № 2 любое множество из дюжины яиц (включая случаи, когда все они хорошие или наоборот – все плохие) может быть непригодно в пищу, соответствует  $2^{12}$  вариантам существования второго примера. Для примера № 3 и каждого последующего существует бесконечное число вариантов (описаний), хотя сложность и число описаний (вариаций) разнится в зависимости от конкретного примера, достигая наивысшей в примере № 7.

Пример № 6 – это небольшая аномалия, так как человек, не знающий вариантов представления числа  $\pi$ , тем не менее может получить его,

Таблица 1. Термины, характеризующие среду

Термин	Определение
Среда	Объект, на котором (вокруг которого) человек сосредоточен
Состояние среды	Описание среды, не оставляющее ни один связанный со средой (относящийся к делу) аспект неописанным (незамеченным, без внимания)
Истинное состояние среды	Состояние, которое признано фактическим, то есть истинное описание среды

руководствуясь одной лишь логикой, но это будет стоить ему достаточно больших усилий. Для читателей, незнакомых с данной проблемой, поясним, что если воспринимать  $\pi$  как область единичной окружности, то логично предположить, что его значение будет не больше площади квадрата, описывающего эту единичную окружность, откуда следует  $\pi < 4$ . Развитие метода позволяет вычислить  $\pi$  с любой точностью аналогичным образом, используя чистую логику, а также установить другие факты, связанные с  $\pi$ , например, что  $\pi$  не является рациональным числом и т. д.

Необходимая в связи с рассмотренными понятиями терминология представлена в виде таблицы 1 компактно и эффективно (в том смысле, что наводит на нужные мысли), в разумной гармонии со статистикой и простыми рассуждениями.

При применении теории каждый раз встает вопрос о том, какую среду следует использовать в контексте решаемой задачи. Если наш «человек как персона» заинтересован только в одном хорошем яйце из дюжины, должно ли именно это яйцо быть средой, или же средой должна стать дюжина яиц? В дальнейшем, по мере изучения теории, станет ясно, что нет никакой проблемы в том, чтобы взять большую из двух сред в качестве модели ситуации. Поэтому каждый раз возникает соблазн использовать одну достаточно большую среду для всех остальных – вроде той, что представлена в примере № 7.

Наиболее серьезное возражение против этого состоит в том, что пример № 7 является слишком общим (неопределенным, абстрактным), а опыт математических и философских наук подсказывает, что неопределенность не может быть устранена без разрушения универсальности объекта. Можно также добавить, что использование разумно малых сред в пределах контекста решаемой задачи пусть и является существенным упрощением, но может быть оправдано, например, ввиду наличия математических работ с родственными идеями.

Очевидно, что среда дюжины яиц ощутимо больше мира одного яйца из дюжины. На первый взгляд это хорошо, но следует отметить, что состояние малой среды может соответствовать не одному состоянию большей среды, а набору ее состояний. Утверждение «плохое яйцо непригодно в пищу» целиком описывает малую среду, следовательно, является ее состоянием, но в то же время мало что говорит нам о большой среде и соответствует только  $2^{11}$  ее состояний. В данном контексте меньшая среда получена из большей среды путем игнорирования ряда различий в их состояниях, хотя не самих этих состояний напрямую. Данный вид уменьшения неопределенности может быть полезен в случае, если часть состояний расцениваются человеком как фактически невозможные и могут быть проигнорированы.

## События

Событие – это множество состояний. Например, в связи со средой из примера № 2 человек вполне может быть сосредоточен на событии, где ровно одно яйцо из дюжины является плохим (очевидно, что это событие обладает 12 состояниями в качестве элементов), или чуть менее отвлеченно: что по меньшей мере одно из яиц испортилось (это событие обладает  $2^{12} - 1$  состояниями в качестве элементов, то есть всеми возможными, за исключением одного). В связи со средой из примера № 3 человек может быть сосредоточен на событии с бесконечным числом состояний, которое заключается в том, что температура вчера в полдень в Чикаго была ниже нуля. Заключительной иллюстрацией, которая наверняка понравится математикам, является пример № 5: отношение «орлов» к «решкам» приблизительно равно трем при бесконечной последовательности исходов.

Для абсолютно любой среды существуют два события, имеющие первостепенную логическую важность, пусть их упоминание и покажется в чем-то банальным. Это универсальное событие и пустое событие. Универсальное событие будем обозначать  $S$ , это событие, включающее в себя в качестве элемента каждое из состояний среды. Поскольку понятие «среда» обладает существенным техническим смыслом, обозначим его  $S$ . Пустое событие может быть адекватно выражено как арифметический ноль, это событие, которое не обладает ни одним состоянием в качестве элементов. Например, для примера № 1 событие, в котором яйцо либо хорошее, либо плохое, – это универсальное событие, но когда яйцо хорошее и плохое одновременно – это пустое событие.

Важно также иметь возможность утверждать, что рассматриваемое событие включает истинное состояние объекта среди своих элементов. В английском языке нет альтернативы выражению «событие существует». Разрабатываемая теория не делает ссылок на время. Поэтому понятие «событие» нами везде формулируется без связи с каким-то определенным временем, однако «временные идеи» могут быть использованы при описании конкретных событий. Таким образом, хотя не говорится о том, что убийство Линкольна относится к 1865 г., а возвращение кометы Галилея произойдет в 1985 г., имеется в виду, что эти события связаны с указанными моментами времени.

## Последствия, действия и решения

Сделанный выбор означает необходимость предпринять затем одно, два или несколько тех или иных действий. При выборе действий необходимо учитывать возможные состояния среды, а также явные и неявные последствия каждого такого действия в каждом возможном состоянии среды. Последствия – это прежде всего то, что может далее случиться с человеком.

Рассмотрим простой семейный пример. Пусть ваша жена разбила пять яиц в миску, которые все оказались хорошими, а когда вы пришли, то вдруг предложила вам самому закончить делать омлет. Шестое яйцо, которое она не использовала по неизвестной причине, должно либо пойти в омлет, либо будет потрачено впустую, а пока оно лежит целое рядом с миской. Вам необходимо решить, что делать с этим неразбитым яйцом – возможно, что это не очень хорошее упрощение ситуации, но вы должны выбрать одно из трех действий, а именно: разбить яйцо и добавить его к остальным в миску, разбить его в блюдце для проверки на предмет пригодности в пищу или же выбросить без всякой проверки. В зависимости от состояния рассматриваемого объекта (неиспользованного шестого яйца) каждое из трех действий будет иметь последствия, указанные в таблице 2.

Наш простой пример из практики приготовления омлета показывает, сколь разнообразными могут быть объекты и явления, рассматриваемые в качестве следствий. Они могут включать деньги, качество жизни, состояние здоровья, одобрение друзей, благополучие других людей, волю Бога – иначе говоря, все, что имеет ценность для человека. Соответственно, следствия могут быть названы состояниями человека в противоположность состояниям среды. Также в случае небольшого расширения анализа при помощи

Таблица 2. Пример, иллюстрирующий действия, состояния и последствия

Действие	Состояние объекта	
	Хорошее	Плохое
Разбить яйцо в миску	Омлет из шести яиц	Омлета нет, пять хороших яиц потеряны
Разбить яйцо в блюдце	Омлет из шести яиц и блюдце, которое нужно помыть	Омлет из пяти яиц и блюдце, которое нужно помыть
Выбросить яйцо	Омлет из пяти яиц, одно хорошее яйцо потеряно	Омлет из пяти яиц

понятия экономический доход они могут называться «возможным доходом» человека. В любой задаче множество следствий обозначается далее заглавной буквой  $F$ , а индивидуальные следствия – строчными  $f, g, h$ , и т. д. В примере с омлетом  $F$  состоит из шести следствий, заключенных в таблице 2: омлет из шести яиц, омлета нет, пять хороших яиц уничтожены и т. д.

Если два разных действия имеют одинаковые следствия в каждом из состояний среды, то с практической точки зрения нет особого смысла отличать их друг от друга и вообще рассматривать в качестве двух разных действий. Однако важно, что действие может быть определено по его возможным следствиям. Или, выражаясь более формально, действие – это функция присоединения следствия к каждому состоянию среды. Обозначение  $f$  будет использоваться для указания действия, а именно: функции, присоединяющей следствие  $f(s)$  к состоянию  $s$ . При этом обозначение функции  $f$  значительно лучше, чем привычное  $f(s)$  по аналогии с термином «логарифм»: ведь просто «логарифм» звучит на порядок лучше, нежели «логарифм  $z$ ». Обозначения, которые используются далее, очень часто игнорируются в работах математиков (что оправдано их характером), но нам они особенно необходимы в связи с действиями, в чем мы очень скоро убедимся. Когда несколько действий рассматриваются как одно, они могут быть обозначены разными способами: буквами, следующим образом:  $f, g, h$ ; с помощью знака штриха:  $f, f', f''$ ; или подстрочными индексами:  $f_1, f_2$ . Множество всех действий, доступных в данной ситуации, будут обозначаться  $F$  или подобным символом. В примере с омлетом  $F$  включает три действия в качестве элементов. Например, если обозначим первое из трех действий, отображенный в таблице 2 как  $f$ , то оно будет определено следующим образом:

$$-f(\text{хорошее}) = \text{омлет из шести яиц};$$

$-f(\text{плохое}) = \text{омлета нет, и пять хороших яиц уничтожены}.$

Можно было бы выдвинуть аргумент, что формальное описание решения, установленное таким образом, является недостаточным, поскольку человек может не знать следствия действий, открывающихся ему в каждом состоянии среды. Например, человек может быть столь невежественным, что даже не знает о том, что одно плохое яйцо способно испортить омлет из шести яиц. Но в этом случае ничего не может быть проще, чем признать, что в «среде» существуют четыре состояния, соответствующие двум состояниям яйца, и два возможных ответа на вопрос из области кулинарии: испортит ли одно плохое яйцо омлет из шести яиц. Мне кажется очевидным, что это решение работает наилучшим образом, хотя последующий более тщательный анализ может оказаться весьма нетривиальным. Читатель, интересующийся техническими подробностями метода, может найти обширное описание аналогичной задачи во второй главе [6], где фон Нейман и Моргенштерн обсуждают упрощение игры общего вида до приведенной формы.

Формальное описание может показаться недостаточным в том смысле, что оно не дает явного представления о том, как одно решение может привести к другому. Таким образом, если омлет будет испорчен в момент, когда в него разбили плохое яйцо, могут возникнуть новые вопросы: что съесть на завтрак вместо испорченного омлета и как успокоить разгневанную жену? Но, как и в предыдущем параграфе, очевидный недостаток предложенного способа описания объясняется неполным анализом возможных состояний: я бы сказал, что список доступных действий, отображенный в таблице 2, недостаточен для интерпретации, только что добавленной нами в решаемую задачу. В ситуации, где одиночное действие «разбить в чашку» должно стать несколькими действиями: «разбить в чашку и в случае провала приготовить тосты», «разбить в чашку и в случае провала отвести семью завтракать в соседний ресторан», соответствующие следствия этих новых действий легко себе представить.

Согласно приведенным суждениям, то, что для обычного способа мышления выглядит как цепочка решений: одно следует за другим во времени, согласно предложенному формальному описанию, выглядит как одиночное решение. Иными словами, предлагается, чтобы выбор линии поведения или плана рассматривался как одиночное решение. Подобная точка зрения, пусть и не всегда явно выраженная, сыграла заметную роль

в достижениях статистики XX века. Например, ее великая движущая сила – экспериментаторы, даже сегодня предполагают, что назначение статистики и статистиков в том, чтобы правильно извлечь выводы из данных, собранных в результате эксперимента или наблюдения за объектом. При этом статистики боятся одного: что им недостает предусмотрительности при сборе данных вне зависимости от использованного метода анализа, то есть они считают, что проектирование и анализ эксперимента должны составлять единое целое.

Данная точка зрения выражается как пословицей «Не зная броду, не суйся в воду», так и противоположной ей «Не говори гоп, пока не перепрыгнешь». Несмотря на то что эти две пословицы противоречат друг другу, очевидно, что в каждой из них есть доля истины, но очень редко (если это вообще возможно) бывает, чтобы их общий смысл был сведен к единственной истине. Действительно, нужно проверить брод, прежде чем лезть в воду, ибо такая проверка не займет много времени и средств, но также очевидно, что есть дела, исход которых нельзя предугадать заранее, полностью не погрузившись в них.

Доведенный до логической крайности принцип «Не зная броду, не суйся в воду» требует, чтобы каждый человек тщательно рассматривал и прогнозировал все возможные исходы собственной жизни (по крайней мере, с текущего момента времени) в мельчайших деталях в свете огромного числа неизвестных состояний среды и сразу же выбирал единственную линию поведения. Но это выглядит совершенно нелепо – и не потому, как многие подумали бы, что позже это может вызвать сожаления или же произойдет не то, что ожидалось, а потому, что решение подобной задачи находится за пределами возможностей человеческого разума. Точно спланировать пикник или партию игры в шахматы в соответствии с данным принципом невозможно, даже если рассматриваемые состояния среды и множество доступных действий удастся искусственно свести к очень узким разумным пределам.

Но хотя принцип «Не зная броду, не суйся в воду», доведенный до предела, явно абсурден, я тем не менее буду считать его правильным субъектом нашего дальнейшего обсуждения, потому что когда вы подходите к воде, то искусственно ограничивает свое внимание «малой средой» для последующего принятия решения, где данный принцип может применяться. С одной стороны, я не могу сформулировать критерии выбора таких малых сред и считаю, что их выбор –

вопрос личного мнения и опыта, принципы которых сложно сформулировать достаточно полно и точно, чуть больше об этом будет сказано далее. С другой стороны, это процесс, в котором каждый из нас имеет опыт, достаточный для того, чтобы на практике согласие было достигнуто.

В силу принципа «Не зная броду, не суйся в воду» действия и решения подобны событиям вне времени. Человек решает сейчас и навсегда: ему нечего ждать, так как одно его решение предусматривает все возможные случаи. Тем не менее временные способы описания, хотя и переводятся нами во вневременные, порой ведут к дополнительным размышлению. В частности, есть возможность продолжить анализ и отсрочить принятие решения до тех пор, пока не будет завершено соответствующее наблюдение.

### **Простой порядок действий с предпочтением**

Рассмотрим ситуацию, когда из двух своих действий  $f$  и  $g$  человек заранее предпочитает действие  $f$  действию  $g$ . Другими словами, если бы у него был выбор между действиями  $f$  и  $g$ , то он бы выбрал  $f$ . Такая процедура проверки предпочтения не совсем адекватна не потому, что она не только не учитывает, но и даже не допускает возможность того, что у человека нет никаких предпочтений между  $f$  и  $g$  (если он считает их эквивалентными), и в этом случае его выбор  $f$  не должен считаться показательным. Если человек действительно считает  $f$  и  $g$  эквивалентными, то есть при выборе между ними он беспристрастен, то, если бы действие  $f$  или  $g$  было бы модифицировано путем присоединения небольшого «бонуса» к его следствию в каждом состоянии, решение человека предположительно было бы в пользу действия, которое модифицировано таким образом.

Этот тест на безразличие не дает удовлетворительно точного определения, поскольку он в известной мере уклоняется от предмета спора, фактически допуская, что тестер знает, что представляет собой упомянутый небольшой «бонус». Еще одно возможное решение состоит в том, чтобы человек путем самоанализа разобрался в том, принял ли он решение случайно, или в ответ на определенное чувство предпочтения. Такое решение кажется мне наиболее нежелательным, поскольку я считаю принципиальным и крайне важным, чтобы предпочтение или безразличие между  $f$  и  $g$  определялись решениями между действиями, а не результатом самоанализа (ответами на поставленные интроспективные вопросы).

Несмотря на трудность различения предпочтения и безразличия, я полагаю, что было сказано достаточно для обоснования аксиоматического (основанного на принятых постуатах) отношения к ним.

Сам смысл отношения предпочтения, который я только что попытался установить, подразумевает, что человек не может одновременно  $f$  предпочесть  $g$  и  $g$  предпочесть  $f$ . При аксиоматической трактовке отношения предпочтения и безразличия технически удобнее работать с отношениями «не предпочтительнее», а не с его дополнением – «предпочтительнее». Таким образом, вместо того, чтобы сказать, что невозможно, что  $f$  предпочтительнее  $g$  и  $g$  для  $f$ , я могу сказать, что из двух любых действий  $f$  и  $g$  действие  $f$  не является предпочтительнее  $g$  или  $g$  не предпочтительнее  $f$ ; возможно и то и другое. Опять же, определение предпочтения предполагает, что если  $f$  не предпочтительнее  $g$  и  $g$  не предпочтительнее  $h$ , то невозможно, чтобы  $f$  был предпочтен  $h$ .

Эта пара предположений об отношении «не предпочтительнее» иногда выражается обычными математическими выражениями: говорят, что это отношение – просто упорядочивание действий. Отношение  $\leq$  среди множества элементов  $x, y, z \dots$  называется простым порядком, если для каждого  $x, y, z$  имеет место:

1. Любой  $x \leq y$  или  $y \leq x$ .
2. Если  $x \leq y$  и  $y \leq z$ , тогда  $x \leq z$ .

Позаимствуем из арифметики обозначение  $\leq$  для отношения «не предпочтительнее», тогда предположение  $\leq$  о простом упорядочивании может быть формально выражено следующим образом:

**P1.** Отношение  $\leq$  означает простой порядок действий.

Примечательно, что в постулате **P1** нет прямой ссылки на состояние среды. Мне кажется, за исключением возможных математических уточнений, что дополнительные постулаты не могут быть сформированы без ссылки на него – во всяком случае, в данной книге такого точно не будет. Сам по себе постулат **P1** не изобилует следствиями, но можно привести одну легко доказываемую теорему.

**Теорема 1.** Если  $F$  – конечное множество событий, тогда в  $F$  существуют такие  $f$  и  $h$ , что для всех  $g$  в  $F$  выполняется  $f \leq g \leq h$ .

Теорема 1 особенно актуальна для применения в теории решений, поскольку я интерпретирую эту теорию таким образом, что если множество  $F$  конечно, то человек будет реализовывать действие  $h$  из  $F$ , которому никакое иное действие в  $F$  им не предпочтено, но существование по

Таблица 3. Таблица производных соотношений от  $\leq$

Новое соотношение	Определение
$f \geq g$	$g \leq f$
$f < g$ ; $g$ предпочтительнее $f$	ложь, что $g < f$
$f > g$	$g < f$
$f = g$ , то есть $f$ эквивалентно (или безразлично по отношению к) $g$	$f \leq g$ и $g \leq f$
$g$ между $f$ и $h$	$f \leq g \leq h$ или $h \leq g \leq f$

крайней мере одного такого действия  $h$  гарантируется теоремой.

В ряде случаев уместно рассматривать бесконечные множества доступных действий. Например, в экономике, как правило, неуместно сложным является четкое указание на возможность того, что все транзакции должны быть целочисленными до центов. Но если бесконечные множества действий устанавливаются и интерпретируются без определенного математического такта, за ними могут последовать нереалистичные выводы. Предположим, что вы свободны в выборе дохода, при условии, что он меньше \$ 10<sup>5</sup> в год. Какой именно доход вы бы выбрали, абстрагируясь от неделимости цента?

Соотношение  $\leq$  иногда удобно дополнить другими соотношениями, полученными из него согласно определениям в таблице 3, которые по аналогии применимы к любому простому упорядочиванию. Допущение простого упорядочивания **P1** имеет несколько следствий для произвольных соотношений  $\geq$ ,  $<$ ,  $>$  и  $=$ . Как правило, это подтверждается свойствами сходных соотношений в арифметике.

### Логическая интерпретации **P1**

Постулат **P1** можно интерпретировать двумя разными способами. Первая интерпретация: **P1** можно рассматривать как предсказание поведения людей, животных и т. п. в ситуациях, где необходимо принять решение. Вторая интерпретация: **P1** можно рассматривать как логико-подобный критерий непротиворечивости в ситуациях, где необходимо принимать решение. Для нас вторая интерпретация является основной, но возможно совместное применение обеих, называемой первой эмпирической, а вторую – нормативной.

Логика сама по себе допускает как эмпирическую, так и нормативную интерпретацию. Таким образом, если субъект эксперимента верит определенным положениям, то он должен верить их логическим следствиям и, соответственно, не верить в их отрицание. Эта теория человеческой

психологии имеет определенную ценность и обладает большой практической пользой в повседневных отношениях между людьми, пусть она и упрощена и весьма приблизительна. Во-первых, люди часто допускают элементарные ошибки в вопросах логики, которые более совершенные теории связывают либо со случайностями, либо с подсознательной мотивацией. Во-вторых, если бы кто-то веряющий в аксиомы математики также верил всему, что они подразумевают, а также не верил ничему из того, чему они противоречат, то математическое исследование было бы для него излишним – такой человек мог бы, как уже было сказано, назвать десятитысячный или любой другой знак после запятой числа  $\pi$  по первому требованию. Поэтому логику можно интерпретировать как весьма неточную и грубую, но удобную в практическом отношении эмпирико-психологическую теорию.

Однако главная ценность логики заключается в ее связи с нормативной интерпретацией, то есть в качестве набора критериев, с помощью которых можно обнаружить (пусть даже с определенными недостатками) какие-то несоответствия между нашими убеждениями и их следствиями, требуя от них логичности. Здесь не очень целесообразно анализировать, почему и в каком контексте мы хотим быть логичными, но достаточно напомнить о том, что мы часто этого просто хотим.

Аналогично **P1** вместе с постулатами, которые будут приведены позже, может быть интерпретирован в качестве грубой и поверхностной эмпирической теории, предсказывающей поведение людей, принимающих решения. Эта теория эффективна в достаточно ограниченных областях, и каждый человек фактически использует некоторые ее аспекты для прогнозирования поведения других людей. В то же время, причем достаточно часто, поведение людей расходится с любой теорией. Отклонения эти порой вопиюще огромны, и в таких ситуациях наше отношение к ним во многом напоминает отношение к логической ошибке: мы называем ошибку ошибкой и приписываем ее появление случайностям или подсознательной мотивации. Другие отклонения могут быть обнаружены только с помощью сложной аргументации (длинной цепочки аргументов) или соответствующих вычислений, где вероятности становятся все более сложными, поскольку все более и более новые постулаты порождаются **P1**.

Приводя аналогию с логикой, я бы хотел указать на основное использование **P1** и его нормативных преемников: это защита моих решений от согласованности и возможность там, где это

удается, делать сложные решения зависимыми от простых.

Здесь также более уместно, чем в случае с логикой, хотя бы кратко сказать о том, почему и когда логичность бывает желательна или нежелательна. Предположим, что кто-то говорит мне: «Я рациональный человек, потому что редко, да и вряд ли вообще когда-либо, допускаю логические ошибки». Но я не желаю вести себя в соответствии с его постулатами, потому что они не соответствуют моим предпочтениям: мне кажется более разумным следовать собственным мыслям и чувствам, нежели чьей-то деспотичной выдуманной теории. Я не уверен, что смогу опровергнуть его доводы, но склонен сопоставлять его интроспекцию (самоанализ и самонаблюдение) с моей собственной. В частности, я бы хотел сказать ему, что когда мне явно будет показано, что я предпочел  $f$  в сравнении с  $g$ ,  $g$  в сравнении с  $h$  и  $h$  в сравнении с  $f$ , то я буду чувствовать себя весьма неловко, когда замечу, что некоторые мои убеждения оказались логически ошибочными.

Всякий раз, когда я рассматриваю данную тройку предпочтений с моей личной точки зрения, я нахожу, что не так уж и сложно инвертировать или вообще отменить, аннулировать одно из них. При совместном рассмотрении трех предполагаемых предпочтений фактически я прихожу к мысли о том, что одно из них не является моим предпочтением. Возникает соблазн исследовать возможности анализа предпочтений среди частично упорядоченных действий, то есть фактически заменить первую часть определения простого упорядочивания очень слабым предположением  $f \leq f$ , допуская, что некоторые пары действий нельзя сравнивать. Считается, что это выражает интроспективные ощущения нерешительности, сомнения и колебания людей, которые мы можем отождествлять с равнодушием. Мое собственное предположение заключается в том, что это может привести к тупику и большим потерям сил, не позволив продвинуться дальше. Но пролить свет на этот вопрос может только более подробное отдельное исследование.

### Принцип безусловности

Бизнесмен планирует приобрести участок земли с учетом результатов президентских выборов, которые имеют отношение к покупке недвижимости. Как следствие, чтобы прояснить этот вопрос, он спрашивает себя, купил бы он данный участок, если бы знал, что кандидат от республиканцев победит, и решает, что да – купил бы. Потом точно так же он рассматривает вариант,

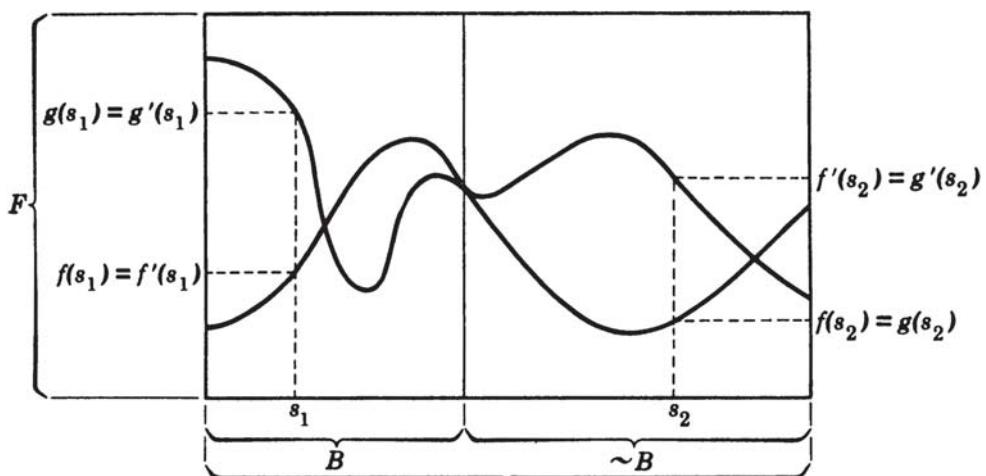


Рисунок. К иллюстрации постулата Р2

при котором побеждает кандидат от демократов, и тоже решает, что купил бы. Понимая, что в любом случае он купил бы этот участок, в итоге он решает, что непременно должен сделать это вне зависимости от того, какое событие вскоре произойдет, как мы обычно говорим, в повседневной жизни. Редко бывает, что решение принимается на основе принципа, использованного этим бизнесменом, но, помимо простого упорядочивания, я не знаю другого экстраграфического принципа, который бы контролировал процесс принятия решений и нашел бы столь же широкое применение.

Позвольте мне предложить именовать представленный принцип принципом безусловности и дать ему относительно формальное определение: если человек  $f$  не предпочитает  $g$ , зная, что достигнуто либо событие  $B$ , либо  $\sim B$ , тогда он  $f$  определенно не предпочитет  $g$ . Более того (если он не считает  $B$  виртуально невозможным): если он  $g$  предпочитает  $f$ , зная, что  $B$  достигнуто, и если он  $f$  не предпочитает  $g$ , зная, что  $B$  не достигнуто, он определенно  $g$  предпочитет  $f$ .

Принцип безусловности не может быть надлежащим образом принят в качестве постулата, как Р1, потому что он привел бы к новым, не объявленным ранее условиям, относящимся к знанию и возможностям, которые сделали бы его бесполезным без дополнительных постулатов, регулирующих эти условия. Поэтому предпочтительнее рассматривать этот принцип как есть, то есть свободным и лишьлагающим некоторые формальные постулаты, хорошо сочетающиеся с Р1.

Какая трактовка может быть связана с идеей, что  $f$  было бы предпочтительнее  $g$ , если бы  $B$  было известно? При любой разумной трактовке результат не зависит от значений  $f$  и  $g$ , принимаемых в состояниях вне  $B$ . Тогда нет никакой потери общности в предположении, что  $f$  и  $g$

согласуются между собой в  $B$ , то есть  $f(s) = g(s)$  для всех  $s$ , принадлежащих  $B$ . Под этим слабым ограничительным предположением  $f$  и  $g$ , безусловно, должны рассматриваться как эквивалентные и при условии  $\sim B$ ; то есть они считались бы эквивалентными, если бы было известно, что  $B$  не имеет места.

Первая часть принципа безусловности может быть выражена следующим образом: если после модификации  $f$  так, чтобы согласовать его с другим действием за пределами  $B$ ,  $f$  не предпочтительнее  $g$ , тогда  $f$  будет не предпочтительнее  $g$ , если  $B$  известно. Формально это понятие выглядит как  $f \leq g$  при заданном  $B$ . При этом подразумевается, что в определении  $f \leq g$  при заданном  $B$  для действий  $f$  и  $g$ , модифицированных в  $\sim B$ , чтобы быть согласованными друг с другом, полученный порядок предпочтения между модифицированными действиями не зависит от того, какая из разрешенных модификаций была фактически выполнена.

Другими словами, если  $f$  и  $g$  – два действия, которые согласованы друг с другом в  $\sim B$ , и  $f \leq g$ , то если  $f$  и  $g$  модифицированы в  $\sim B$  как  $f'$  и  $g'$  и при этом остаются согласованными друг с другом в  $\sim B$ , то будет выполняться  $f' \leq g'$ . Это предположение содержится в последующем постулате Р2 и схематически показано на рисунке в виде своего рода диаграммы, которую я нахожу наводящей на важные во многих контекстах мысли.

На рисунке множество  $S$  состояний  $s$  и множество  $F$  следствий  $f$  представлены, соответственно, горизонтальными и вертикальными интервалами. На любой такой диаграмме действие  $f$  является функцией, связывающей значение  $f(s)$  из  $F$  с каждым значением  $s$  из  $S$  в виде графика. Эта конкретная диаграмма отображает два действия  $f$  и  $g$ , согласованные друг с другом в  $\sim B$

и два других действия  $f'$  и  $g'$ , которые также согласованы между собой в  $\sim B$  и возникли путем изменения, соответственно,  $f$  и  $g$  в  $\sim B$ , то есть эти действия согласованы с  $f$  и  $g$  в  $B$ .

**P2.** Если  $f, g$  и  $f', g'$  таковы, что:

1) в  $\sim B$  действие  $f$  согласовано с  $g$  и  $f'$  согласовано с  $g'$ ,

2) в  $B$  действие  $f$  согласовано с  $f'$  и  $g$  согласовано с  $g'$ ,

3)  $f \leq g$ ,

тогда  $f' \leq g'$ .

Каждое из соотношений « $\leq$  заданного  $B$ » теперь можно рассматривать как простое упорядочивание, а соотношения « $\geq, <, >, =$  заданного  $B$ » должны быть определены с соответствующими изменениями. Примечательно, хоть это и так очевидно, что если  $f(s) = g(s)$  для всех  $s \in B$ , то  $f = g$  заданного  $B$ .

Теперь, возможно, и будет весьма полезно провести вневременной анализ следующей описанной ситуации принятия решения: если человек должен решить между  $f$  и  $g$  после того, как в результате наблюдения он узнает о существовании  $B$ , то каким будет его решение, если он узнает, что  $B$  действительно существует? Если также без учета времени человек может подчиниться следствиям  $f$  или  $g$  для всех  $s \in B$  и независимо от этого он может подчиниться следствиям  $f$  или  $g$  для всех  $s \in \sim B$ , то какую возможность он выберет при условии, что  $s', s \in B$ ?

Наконец, не только вне времени, но и формально опишем ситуацию, когда человек должен принять решение из четырех действий:

- $h_{00}$ , согласованное с  $f$  на  $B$  и с  $f$  на  $\sim B$ ,
- $h_{01}$ , согласованное с  $f$  на  $B$  и с  $g$  на  $\sim B$ ,
- $h_{10}$ , согласованное с  $g$  на  $B$  и с  $f$  на  $\sim B$ ,
- $h_{11}$ , согласованное с  $g$  на  $B$  и с  $g$  на  $\sim B$ .

По форме этот вопрос выглядит так: предположим, что ни одна из функций не предпочтительнее других для конкретного действия  $h_{ij}$ , где  $i = 0$  или  $i = 1$ ; но тогда согласуется ли  $h_{ij}$  с  $f$  на  $B$  или с  $g$  на  $B$ ?

Нетрудно понять, что  $i = 1$  тогда и только тогда, когда  $f \leq g$  заданного  $B$ . Действительно, если  $i = 1$ ,  $h_{0j} \leq h_{1j}$ , это означает, что  $f \leq g$  заданного  $B$ . Рассуждая в противоположном направлении, если  $f \leq g$  заданного  $B$ , тогда  $h_{00} \leq h_{10}$ , и  $h_{01} \leq h_{11}$ . Теперь предположим для определенности, что  $h_{10} \leq h_{11}$ , тогда ни одна из этих четырех возможностей не была бы предпочтена  $h_{11}$ , и это доказывает суть вопроса.

Можно справедливо заметить, что если человек считает  $B$  виртуально невозможным, то это означает, что  $B$  является нулевым и может быть

тогда и только тогда, когда для всех  $f$  и  $g$  имеет место  $f \leq g$  заданного  $B$ . Действительно, если  $B$  – нулевое, тогда значения действий, взятые из элементов  $B$ , не имеют отношения к решению.

**Теорема 2.** Если  $B_i$  является частью  $B$  и  $f \leq g$  заданного  $B_i$  для каждого  $i$ , тогда  $f \leq g$  заданного  $B$ . Если вдобавок  $f < g$  заданного  $B_j$  по крайней мере для одного  $j$ , тогда  $f < g$  заданного  $B$ .

Если в теореме 2 имеет место  $B = S$  (или, в более общем смысле, если  $\sim B$  нулевое), излишне говорить, что «задано  $B$ » в следствиях теоремы. Если  $f = g$  заданного  $B_i$  для каждого  $i$ , тогда  $f = g$  заданного  $B$ .

Действия, являющиеся постоянными (следствия которых не зависят от состояния среды), представляют для нас особый интерес. В частности, они приводят к естественному определению предпочтения среди следствий с точки зрения предпочтения среди действий. Следуя обычной математической нотации,  $f \equiv g$  будет означать, что  $f$  тождественно  $g$ , то есть для каждого  $s$  имеет место  $f(s) = g$ . Теперь возможно весьма удобным способом выразить формально определение предпочтения среди последствий. Для любых следствий  $g$  и  $g'$  имеет место  $g \leq g'$  тогда и только тогда, когда  $f \equiv g$  и  $f' \equiv g', f \leq f'$ .

По аналогии можно перенести все это на выражения  $f \leq g$ ,  $g \leq f$  заданного  $B$  и т. д. Условимся в дальнейшем использовать подобные выражения без явного определения. В частности,  $f \leq g$  заданного  $B$  представляется естественно понятным, чего более чем достаточно для вскоре последующего постулата **P3**. Кстати, теперь очевидно, насколько неудобным было бы обозначение  $f(s)$  для  $f$ , потому что  $f(s) \leq g(s)$  – это формулировка следствий  $f(s)$  и  $g(s)$ , где  $f \leq g$  – это выражение, относящееся к действиям, и мы часто нуждаемся в обоих видах выражений.

### Практический пример

Предположим, что  $f \equiv g$  и  $f' \equiv g'$ , а также  $g \leq g'$ , тогда разумно ли принять, что для некоторых  $B$  имеет место  $f > f'$  заданного  $B$ ? Это в значительной степени зависит от трактовки, которую мы выбираем для создания терминологии, что видно из следующего примера.

Прежде чем отправиться на пикник с друзьями, человек решает, что купить ему: купальный костюм или теннисную ракетку ввиду того, что у него нет с собой достаточной суммы денег для покупки обоих предметов. Если мы называем владение теннисной ракеткой и владение купальным костюмом следствиями, тогда мы обязаны сказать, что следствия его решений будут незави-

симы от места, где пройдет пикник. Если человек предпочитает купальный костюм, его решение будет отменено в момент, когда он узнает, что пикник будет в месте, где рядом нет воды. Таким образом, возникает вопрос о том, может ли  $f > f'$  заданного  $B$  иметь место, если бы ответ был утвердительным. Но в пределах трактовок «действия» и «следствия», которые я пытаюсь сформулировать, это некорректный анализ ситуации.

Владение теннисной ракеткой и владение купальным костюмом следует рассматривать как действия, а не как следствия (правильнее было бы выразиться, что вступление во владение или их покупка – это действия). Следствия, имеющие отношения к принятию решения – такого, как освежающее купание с друзьями, чтобы сидеть на безбрежном пляже и крутить в руке новую теннисную ракетку, пока твои друзья купаются и т. д. Кажется очевидным, что этот анализ доведен до предела, и на поставленный вопрос стоит ответить отрицательно, поэтому я предлагаю принять отрицательный ответ в качестве постулата Р3. Постулат сформулирован таким образом, чтобы не только утверждать, что знание о событии не может установить новое предпочтение среди следствий или изменить старое, но также утверждать, что если событие не нулевое, никакое предпочтение среди следствий не может быть сведено к безразличию при помощи знаний об этом событии.

**Р3.** Если  $f \equiv g$ ,  $f' \equiv g'$  и  $B$  – не пустое, тогда  $f \leq f'$  заданного  $B$  тогда и только тогда, когда  $g \leq g'$ . Применяя далее теорему 2, получаем теорему 3.

**Теорема 3.** Если  $B_i$  – это часть  $B$ , если для всех  $i$  и  $s$  имеет место  $f_i \leq g_i$ ,  $f(s) = f_i$  и  $g(s) = g_i$ , когда  $s \in B_i$ , тогда  $f_i \leq g_i$  заданного  $B$ . Если, кроме того,  $f_j \leq g_j$  для некоторых  $j$ , причем  $B_j$  для них не пустое, тогда  $f < g$  заданного  $B$ .

Теорема 3 логически эквивалентна постулату Р3 при наличии Р1 или Р2, поэтому ее можно наделить интуитивным базисом, как и упомянутый третий постулат. Принятие или непринятие Р3 в качестве постулата вместо теоремы 3 – это всего лишь вопрос выбора, дело вкуса.

Теореме 3 было уделено особое внимание в связи с понятием допустимости, введенным покойным А. Вальдом. Я полагаю, как подробнее будет сказано позже, что большая часть значимости основ данной школы вытекает из того, что если несколько примерно одинаковых людей едини в предпочтениях относительно тех или иных следствий, то тогда они должны согласовать эти свои предпочтения и в отношении соответствую-

ющих действий. Сказанное подводит к логическому завершению начальной части книги и создает фундамент для последующих постулатов.

## Заключение

В соответствии с изложенным настоящая статья содержит материалы предисловия, введения и первых двух глав [1], где автором рассматриваются роль научных основ и предпосылки возникновения ТВ Бернулли – Сэвиджа, структура, содержание и назначение его книги. Отмечается роль индивидуума: человеческой личности – по современной терминологии – лица, принимающего решения (ЛПР) в условиях неопределенности состояния внешней среды.

Вводится ряд ключевых понятий и определений: «события», «следствия», «действия» и «решения», которые фигурируют в такого рода процессах. Одним из важнейших моментов является определение и математическое обозначение предпочтения ЛПР при выборе варианта решения, а также формулировка правила установки порядка действий с предпочтением и принципа безусловности.

Источники [2–7] в списке литературы указаны согласно [1]. Представленный научно-методический материал является основой для рассмотрения широкого круга вопросов, связанных с определением и последующим применением субъективной вероятности [8–12].

## Литература

1. Savage L.J. The Foundations of Statistics. New York: Wiley, 1954. 310 p.
2. Bernoulli Jacob. Ars conjectandi. Basel, 1713.
3. Kolmogoroff A.N. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin: J. Springer, 1933. 62 p.
4. Mises R. von. Probability, Statistics and Truth. London: William Hodge and Co, 1939. 323 p.
5. De Finetti B. La provision: ses lois logiques, ses sources subjectives // Annales de l’Institut Henri Poincaré. 1937. № 7. P. 1–68.
6. Нейман Дж. фон., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение / пер. с англ. М.: Наука, 1970. 708 с.
7. Ramsey F.P. Truth and probability (1926), Further considerations (1928) // The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays. London: Kegan Paul; New York: Harcourt, Brace and Co., 1931.
8. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk // Econometrica. 1979. Vol. 47. № 2. P. 263–291.

9. Кейнс Дж.М. Общая теория занятости, процента и денег / пер. с англ. М.: Гелиос АРВ, 2002. 352 с.
10. Шумейкер П. Модель ожидаемой полезности: разновидности, подходы, результаты и пределы возможностей / пер. с англ. // THESIS. 1994. Вып. 5. С. 29–80.
11. Маслов О.Н., Фролова М.А. Функционал ожидаемой полезности: принципы моделирования и практического применения // Инфокоммуникационные технологии. 2015. Т. 13. № 3. С. 291–297.
12. Маслов О.Н., Фролова М.А. Функционал ожидаемой полезности в задачах управления сложными системами организационно-технического типа // Инфокоммуникационные технологии. 2016. Т. 14. № 2. С. 168–178.

*Получено 25.12.2019*

**Маслов Олег Николаевич**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой прикладной информатики (ПИ) Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики (ПГУТИ). 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 228-00-36; +7 917 950-05-13. E-mail: maslov@psati.ru

**Шаталов Иван Сергеевич**, аспирант кафедры ПИ ПГУТИ. 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 228-00-36; +7 927 732-54-22. E-mail: maslov@psati.ru

**Абрамов Владимир Евгеньевич**, д.филол.н., профессор, заведующий кафедрой иностранных языков ПГУТИ. 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 228-00-63; +7 927 335-66-99. E-mail: vabrlta@mail.ru

**Юкласов Константин Андреевич**, магистрант кафедры ПИ ПГУТИ. 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 228-00-63; +7 927 739-31-13. E-mail: fistand42@gmail.com

## **LEONARD JIMMY SAVAGE AND HIS SUBJECTIVE PROBABILITY THEORY. PART I. SCIENTIFIC BACKGROUND, PRECONDITIONS AND PROSPECTS**

*Abramov V.E., Maslov O.N., Shatalov I.S., Yuklasov K.A.*

*Povelzhskiy State University of Telecommunication and Information, Samara, Russian Federation  
E-mail: maslov@psati.ru*

This paper is the first in a series of publications which aims to familiarize infocommunication technology specialists with the legacy of one of the founders of the subjective theory of probability – Leonard Jimmy Savage. It is noted that the content of the fundamental work «Fundamentals of Statistics» brings the modern reader far beyond the title of this book, as it is directly related to subjective theories of risk and expected utility. It is shown that Bernoulli-Savage's probability theory corresponds to a subclass of complex systems that are commonly referred to as non-reflective quasi-real systems. This class also encompasses a wide range of socioeconomic, ecological, industrial, military and other hierarchical systems, all of which also incorporate, to varying extent, the factor of human reliability and decision-making. The first paper of the series details the scientific background and historical preconditions of the Bernoulli-Savage theory of probability, as well as its prospective outlooks and practical applications.

**Keywords:** *subjective theory of probability, theoretical basis, scientific background, historical preconditions, practical application*

**DOI:** 10.18469/ikt.2020.18.1.13

**Maslov Oleg Nikolayevich**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Head of Department of Applied Informatics, Doctor of Technical Science, Professor. Tel. +7 902 371-06-24. E-mail: maslov@psati.ru

**Shatalov Ivan Sergeevich**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Postgraduate of Applied Informatics Department. Tel. +7 846 228-00-36; +7 927 732-54-22. E-mail: shatalovivv@gmail.com

**Abramov Vladimir Evgeniyevich**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Head of Department of Foreign Languages, Doctor of Philology, Professor. Tel. +7 846 228-00-63; +7 902 335-66-99. E-mail: vabrta@mail.ru

**Yuklasov Konstantin Andreevich**, Povelzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Master's Degree Student of Software Engineering Department. Tel. +7 927 739-31-13. E-mail: fistand42@gmail.com

## References

1. Savage L.J. *The Foundations of Statistics*. New York: Wiley, 1954, 310 p.
2. Bernoulli Jacob. *Ars conjectandi*. Basel, 1713.
3. Kolmogoroff A.N. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: J. Springer, 1933, 62 p.
4. Mises R. von. *Probability, Statistics and Truth*. London: William Hodge and Co, 1939, 323 p.
5. De Finetti B. La provision: ses lois logiques, ses sources subjectives. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 1937, no. 7, pp. 1–68.
6. Neumann J. von, Morgenstern O. *Teoriya igr i ekonomicheskoe povedenie / per. s angl.* [Theory of Games and Economic Behavior. Trans. from English]. Moscow: Nauka, 1970. 708 p. (In Russian).
7. Ramsey F.P. Truth and probability (1926), Further considerations (1928). *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*. London: Kegan Paul; New York: Harcourt, Brace and Co., 1931.
8. Kahneman D., Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 2, pp. 263–291.
9. Kejns J.M. *Obshchaya teoriya zanyatosti, procenta i deneg / per. s angl.* [The General Theory of Employment, Interest and Money. Trans. from English]. Moscow: Gelios ARV, 2002, 352 p. (In Russian).
10. Shumejker P. Model' ozhidaemoj poleznosti: raznovidnosti, podhody, rezul'taty i predely voz-mozhnostej / per. s angl. [Expected utility model: varieties, approaches, results and limits of possibilities. Trans. from English]. *THESIS*, 1994, vol. 5, pp. 29–80. (In Russian).
11. Maslov O.N., Frolova M.A. Funkcional ozhidaemoj poleznosti: principy modelirovaniya i prakticheskogo primeneniya [Functionality of expected utility: principles of modeling and practical application]. *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2015, vol. 13, no. 3, pp. 291–297. (In Russian).
12. Maslov O.N., Frolova M.A. Funkcional ozhidaemoj poleznosti v zadachah upravleniya slozhnymi sistemami organizacionno-tehnicheskogo tipa [Functionality of expected utility in the tasks of managing complex systems of organizational and technical type]. *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2016, vol. 14, no. 2, pp. 168–178. (In Russian).

Received 25.09.2017