

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНОЛОГИЙ ПЕРЕДАЧИ И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И СИГНАЛОВ

УДК 004.942

ПРОГРАММНЫЕ ГЕНЕРАТОРЫ В СРЕДЕ GPSS WORLD ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ВЕРОЯТНОСТНЫХ СМЕСЕЙ И ОЦЕНКА ИХ КАЧЕСТВА

Тарасов В.Н.

*Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ**E-mail: v.tarasov@psuti.ru*

В данной статье приводятся полученные результаты по оценке качества представленных в [1; 2] программных генераторов псевдослучайных последовательностей для имитационного моделирования систем массового обслуживания, включающих гиперэрланговское и гиперэкспоненциальное распределения второго порядка, что является логическим продолжением указанных работ. Эти законы распределения востребованы в теории массового обслуживания, как обеспечивающие большой диапазон изменения коэффициента вариации, играющего важную роль при расчете средней задержки в очереди. В научной литературе, а также в самой библиотеке GPSS WORLD отсутствуют данные по таким генераторам. Оценка качества программных генераторов независимо от языка программирования обычно проводится на основе статистических тестов. При этом используются критерии согласия Пирсона или Колмогорова-Смирнова. Кроме того, сравниваются между собой теоретические и статистические моменты соответствующего порядка. В отличие от простых законов распределений, для которых применение вышеуказанных статистических тестов предусмотрено в известных программных продуктах и не вызывает никаких затруднений, в нашем случае использование автоматического тестирования исключено. В известных пакетах STATISTICA, STATGRAPHICS, Matlab/Simulink и др. не предусмотрено использование рассматриваемых нами гиперэрланговского и гиперэкспоненциального законов распределений. Поэтому статистический тест Пирсона вычисляется и проверяется вручную. Представленные результаты должны быть полезны специалистам по дискретно-событийному моделированию в среде GPSS WORLD.

Ключевые слова: система моделирования GPSS WORLD, генераторы псевдослучайных последовательностей, СМО $HE_2/M/1$ и $H_2/M/1$, среднее время ожидания в очереди, средняя длина очереди

Введение

Имитационному моделированию и, в частности, универсальной системе дискретно-событийного моделирования GPSS WORLD, которая широко используется при моделировании систем массового обслуживания и производственных систем, посвящено много работ [3–9]. Система GPSS WORLD включает множество библиотечных программ, в том числе генераторы псевдослучайных последовательностей для различных законов распределений.

В теории массового обслуживания востребованы законы распределений с широким диапазоном коэффициента вариации случайной величины, такие как гиперэрланговский или гиперэкспоненциальный. Как было отмечено в [1; 2], таких генераторов в системе моделирования GPSS WORLD нет, как их нет и в других системах имитационного моделирования. В [1; 2] представлены эти генераторы в качестве имитационных моделей систем массового обслуживания (СМО) $HE_2/M/1$ и $H_2/M/1$ соответственно на основе имеющихся в библиотеке GPSS WORLD генераторов.

Постановка задачи

В статье приводятся результаты применения статистических тестов к функционированию имитационных моделей систем $HE_2/M/1$ и $H_2/M/1$ в GPSS WORLD для оценки качества программных генераторов гиперэрланговского и гиперэкспоненциального распределений. Выводы об адекватности имитационных моделей систем $HE_2/M/1$ и $H_2/M/1$ делаются на основе статистического теста Пирсона, сопоставления теоретических и статистических моментов указанных распределений, а также сопоставления результатов имитации с известными результатами численно-аналитических моделей указанных систем в Mathcad.

Выше было отмечено, что в отличие от классических законов распределений, используемых в теории вероятностей, таких как равномерный, показательный, нормальный, Эрланга и других, для рассматриваемых нами распределений, применение автоматизированных систем для статистической проверки качества генерации псевдослучайных чисел невозможно.

Проверка гипотезы о гиперэрланговском распределении псевдослучайных последовательностей (ПСП) на примере СМО HE₂/M/1

Приведенную в [1] имитационную модель для СМО HE₂/M/1 дополним блоками GPSS WORLD с приведенными ниже комментариями для фиксации длин интервалов между соседними требованиями во входящем потоке для последующего построения по ним статистического ряда и гистограммы распределения интервалов поступлений. После этого представим полную имитационную модель уже без комментариев.

Пирсона придется считать вручную. Это связано с тем фактом, что в автоматизированных программных продуктах нет рассматриваемых законов распределений. Фактически это означает, что мы берем данные для переходного режима функционирования СМО. Для установившегося режима необходимо провести несколько сотен тысяч испытаний в одном прогоне. Результаты прогона с выходными данными для статистического ряда и гистограммы представлены на рисунках 1 и 2.

Окончательная имитационная модель тогда будет иметь вид:

InterArr TABLE X\$Arr,1,1,24	; Построение таблицы значений интервалов поступлений
INITIAL X\$Time,0	; для статистического ряда и гистограммы
Fun VARIABLE (AC1-X\$Time)	; Установка начального значения «Time» равного нулю
SAVEVALUE Arr,V\$Fun	; Определение функции вычисления значений интервалов
SAVEVALUE Time,AC1	; поступлений
TABULATE InterArr	; Внести в ячейку «Arr» число, определенное функцией «Fun»
MARK 2	; Внести в ячейку «Time» текущее значение абсолютного
	; модельного времени
	; Внести содержимое ячейки «Arr» в таблицу «InterArr»
	; для построения статистического ряда и гистограммы
	; Внести в ячейку «2» значение текущего абсолютного
	; модельного времени

Для прогона имитационной модели установим следующие исходные данные: возьмем коэффициент загрузки $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda = 0,9$, коэффициент вариации интервалов поступлений $c_\lambda = 2$ и единичное время обслуживания $\bar{\tau}_\mu = 1$. Отсюда параметры гиперэрланговского распределения

$$p = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2(1+c_\lambda^2)-3}{8(1+c_\lambda^2)}} = 0,918, \quad 1-p = 0,082, \\ \lambda_1 = 3,306, \quad \lambda_2 = 0,294.$$

Тогда средние значения для формирования первой и второй фаз гиперэрланговского распределения будут равны $1/\lambda_1 = 0,303$, $1/\lambda_2 = 3,401$ единиц времени. Ширину разряда для статистического ряда установим равной единице, число испытаний в прогоне возьмем $N=500$. Таким образом, не проводя многочисленных экспериментов мы выбрали небольшой объем выборки, равный 500, с тем, что статистический критерий

```

10 InterArr TABLE X$Arr,1,1,16
20 INITIAL X$Time,0
30 P_1 EQU 0.082
40 P_2 EQU (1-P_1)
50 T_1 EQU 3.401
60 T_2 EQU 0.303
70 Fun VARIABLE (AC1-X$Time)
80 GENERATE ,,1
90 Switch TRANSFER P_1,Met_2,Met_1
100 Met_1 TRANSFER ,Kl_1
110 Met_2 TRANSFER ,Kl_2
120 Kl_1 LOGIC S Kluch1
130 ADVANCE (T_1#7.03)
140 LOGIC R Kluch1
150 TRANSFER ,Switch
160 Kl_2 LOGIC S Kluch2

```

FACILITY	ENTRIES	UTIL.	AVE.TIME	AVAIL.	OWNER	PEND	INTER	RETRY	DELAY
CHAN	501	0.980	0.966	1	860	0	0	0	22

QUEUE	MAX	CONT.	ENTRY	ENTRY(0)	AVE.CONT.	AVE.TIME	AVE.(-0)	RETRY
QCHAN	63	23	523	3	21.673	20.468	20.586	0

TABLE	MEAN	STD.DEV.	RANGE	RETRY	FREQUENCY	CUM. %
INTERARR	0.944	1.759		0		
			- 1.000		417	79.73
			1.000 - 2.000		67	92.54
			2.000 - 3.000		10	94.46
			3.000 - 4.000		5	95.41
			4.000 - 5.000		4	96.18
			5.000 - 6.000		6	97.32
			6.000 - 7.000		4	98.09
			7.000 - 8.000		3	98.66
			8.000 - 9.000		1	98.85
			9.000 - 10.000		5	99.81
			10.000 - 11.000		1	100.00

Рисунок 1. Результаты прогона имитационной модели в виде статистического ряда

```

170 ADVANCE (T_2#7.03)
180 LOGIC R Kluch2
190 TRANSFER ,Switch
200 GENERATE (GAMMA(11,0,T_1,2))
210 GATE LS Kluch1,Met_10
220 TRANSFER ,Met_20
230 GENERATE (GAMMA(21,0,T_2,2))
240 GATE LS Kluch2,Met_10
250 Met_20 SAVEVALUE Arr,V$Fun
260 SAVEVALUE Time,AC1
270 TABULATE InterArr
280 MARK 2
290 QUEUE QCHAN
300 SEIZE CHAN
310 DEPART QCHAN
320 ADVANCE (Exponential(31,0,1.0))
330 RELEASE CHAN
340 TERMINATE 1
350 Met_10 TERMINATE
360 START 500

```

Используя полученные данные статистического ряда о длинах интервалов между соседними требованиями, поступающими в систему (рис.1), определим статистику критерия Пирсона χ^2 . Одна из форм этого критерия имеет вид

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(m_i - p_i \cdot N)^2}{p_i \cdot N}. \quad (1)$$

Здесь m_i – число попаданий исследуемой случайной величины в i -й разряд статистического

ряда I , p_i – теоретические вероятности попаданий в данный разряд

$$p_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} [p\lambda_1^2 t e^{-\lambda_1 t} + (1-p)\lambda_2^2 t e^{-\lambda_2 t}] dt,$$

K – число разрядов, N – общее число испытаний. Если в некоторых разрядах число попаданий m_i мало, то эти разряды следует объединять с соседними, чтобы тем самым исключить случайные факторы. Для данных на рисунке 1 объединим разряды с малыми значениями $m_i = 1$ с соседними, как это показано в таблице 1.

Как известно, например из [10], статистический тест Пирсона определяет меру расхождения статистического распределения от теоретического закона распределения, в качестве которого нами выбрано гиперэрланговское распределение. Критерий (1) представляет собой случайную величину, зависящую от выбранного закона распределения, числа степеней свободы, количества разрядов статистического ряда и числа испытаний.

Для данных, представленных на рисунке 1, запишем нужные нам параметры $K = 9$ – число разрядов статистического ряда, $N = 523$ – число испытаний, определенное как число входов транзактов в модель (ENTRY). Все промежуточные вычисления статистики Пирсона для статистического ряда, представленного на рисунке 1, поместим в таблице 1. Результаты вычисления статистики Пирсона приведены в таблице 1.

По таблице критических значений критерия χ^2 для числа степеней свободы $r = 9 - 4 = 5$ найдем близкие значения этого критерия: 4,35 с вероятностью 0,5 и 6,06 с вероятностью 0,3. Тогда

линейная интерполяция нам дает вероятность $P = 0,43$ для значения $\chi^2 = 4,99$.

Таблица 1. Вычисления критерия Пирсона χ^2

I	m_i	p_i	$\div^2$
0-1	417	0,77626	0,299
1-2	67	0,14231	0,741
2-3	10	0,01731	0,099
3-4	5	0,00927	0,005
4-5	4	0,00847	0,042
5-6	6	0,00770	0,967
6-7	4	0,00679	0,057
7-9	4	0,01077	0,473
9-∞	6	0,02112	2,305
	$\Sigma=523$	$\Sigma=1,000$	$\Sigma=4,99$

Эта вероятность в статистике не маленькая, поэтому полученный в ходе прогона статистический ряд не противоречит гипотезе о том, что данные значения интервалов поступлений требований в систему HE₂/M/1 распределены по гиперэрланговскому закону.

Сравнение моментов закона распределения HE₂ показывает некоторые расхождения, что можно объяснить в данном случае с небольшим числом испытаний $N = 523$. По исходным данным, среднее значение для интервалов поступлений $10/9 = 1,111$, а коэффициент вариации равен двум. Статистические моменты равны: среднее значение 0,944 (Mean), а стандартное отклонение 1,759 (Std.Dev.), что дает коэффициент вариации 1,86. С увеличением числа испытаний, такое расхождение должно будет уменьшаться.

Проверка гипотезы о гиперэкспоненциальном распределении ПСП на примере СМО H₂/M/1

Имитационную модель СМО H₂/M/1 на GPSS WORLD, представленную в [2] для построения статистического ряда и построения гистограммы распределения дополним теми же блоками, что и для системы HE₂/M/1. Ниже представлена полная имитационная модель с учетом дополнительных блоков. Для этого случая ширину разряда статистического ряда положим равной двум, а число испытаний в прогоне – 1000. Установим для прогона исходные данные: возьмем коэффициент загрузки $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda = 0,9$, коэффициент вариации интервалов поступлений $c_\lambda = 2$ и единичное время обслуживания $\bar{\tau}_\mu = 1$. Тогда параметры гиперэкспоненциального распреде-

ления $p = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{\frac{c_\lambda^2 - 1}{c_\lambda^2 + 1}}) = 0,887$, $1 - p = 0,113$, $\lambda_1 = 1,597$, $\lambda_2 = 0,203$. Отсюда средние значения для формирования первой и второй фаз гиперэкспоненциального распределения составляют $1/\lambda_1 = 0,626$, $1/\lambda_2 = 4,929$ единиц времени.

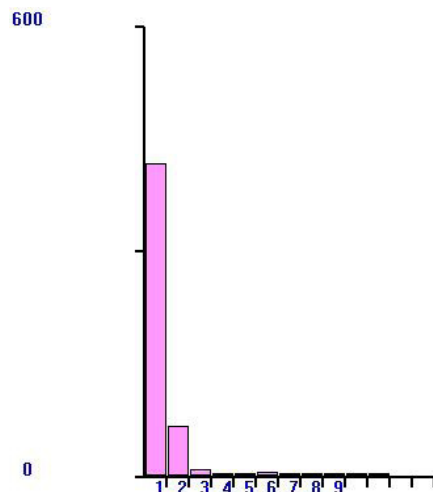


Рисунок 2. Полученная гистограмма распределения HE₂

```

10 InterArr TABLE X$Arr,2,2,14
20 INITIAL X$Time,0
30 P_1 EQU 0.113
40 P_2 EQU (1-P_1)
50 T_1 EQU 4.929
60 T_2 EQU 0.626
70 Fun VARIABLE (AC1-X$Time)
80 GENERATE ,,1
90 Switch TRANSFER P_1,Met_2,Met_1
100 Met_1 TRANSFER ,Kl_1
110 Met_2 TRANSFER ,Kl_2
120 Kl_1 LOGIC S Kluch1
130 ADVANCE (T_1#6.22)
140 LOGIC R Kluch1
150 TRANSFER ,Switch
160 Kl_2 LOGIC S Kluch2
170 ADVANCE (T_2#6.22)
180 LOGIC R Kluch2
190 TRANSFER ,Switch
200 GENERATE (Exponential(11,0,T_1))
210 GATE LS Kluch1,Met_10
220 TRANSFER ,Met_20
230 GENERATE (Exponential(21,0,T_2))
240 GATE LS Kluch2,Met_10

```

```

QUEUE MAX CONT. ENTRY ENTRY(0) AVE.CONT. AVE.TIME AVE. (-0) RETRY
QCHAN 69 54 1054 68 18.375 21.742 23.241 0

```

```

TABLE      MEAN  STD.DEV.   RANGE      RETRY FREQUENCY CUM.%
INTERARR 1.183  2.126
0
      - 2.000      914      86.72
      2.000 - 4.000      74      93.74
      4.000 - 6.000      24      96.02
      6.000 - 8.000      17      97.63
      8.000 - 10.000      9      98.48
     10.000 - 12.000      7      99.15
     12.000 - 14.000      3      99.43
     14.000 - 16.000      2      99.62
     16.000 - 18.000      2      99.81
     18.000 - 20.000      2     100.00

```

Рисунок 3. Результаты прогона имитационной модели в виде статистического ряда

```

250 Met 20 SAVEVALUE Arr,V$Fun
260 SAVEVALUE Time,AC1
270 TABULATE InterArr
280 MARK 2
290 QUEUE QCHAN
300 SEIZE CHAN
310 DEPART QCHAN
320 ADVANCE (Exponential(31,0,1.0))
330 RELEASE CHAN
340 TERMINATE 1
350 Met_10 TERMINATE
360 START 1000

```

14-16	2	0,00220	0,044
16-18	2	0,00146	0,138
18-∞	2	0,00292	0,377
	Σ=1054	Σ=1,000	Σ=7,36

Результаты прогона с выходными данными для статистического ряда и гистограммы представлены на рисунках 3 и 4.

Для данных, представленных на рисунке 3, запишем нужные нам параметры $K = 10$ – число разрядов статистического ряда, $N = 1054$ – число испытаний, определенное как число входов транзактов в модель (ENTRY). Все промежуточные вычисления статистики Пирсона для статистического ряда, представленного на рисунке 3 поместим в таблицу 2.

Таблица 2. Вычисления критерия Пирсона χ^2

I	m_i	p_i	χ^2
0-2	914	0,88851	0,540
2-4	74	0,05994	1,854
4-6	24	0,01813	1,252
6-8	17	0,01119	2,297
6-10	9	0,00742	0,178
10-12	7	0,00494	0,618
12-14	3	0,00329	0,063

По таблице критических значений критерия χ^2 для числа степеней свободы $r = K-4 = 6$ найдем близкие значения этого критерия: 7,23 с вероятностью 0,3 и 8,56 с вероятностью 0,2. Степень свободы r определяется числом наложенных связей для закона распределения. К примеру, для показательного закона с одним параметром распределения $r = K-2$, для нормального закона с двумя параметрами $r = K-3$. Закон распределения H_2 включает три параметра, поэтому $r = K-4$. Линейная интерполяция значений критерия Пирсона нам дает для значения $\chi^2 = 7,36$ вероятность $P = 0,29$. Эта вероятность при проверке гипотез в статистике не маленькая, поэтому полученный в ходе прогона статистический ряд не противоречит гипотезе о том, что данные значения интервалов распределены по гиперэкспоненциальному закону.

Сравнение теоретических моментов распределения H_2 с статистическими моментами показывает также некоторые расхождения, что можно объяснить в данном случае тоже с относительно небольшим числом испытаний $N = 1054$. По исходным данным, среднее значение интервалов поступлений $10/9 = 1,111$, а коэффициент вариации равен двум. Статистические моменты равны: среднее значение 1,183 (Mean), а стандартное отклонение 2,126 (Std.Dev.), что дает коэффициент вариации 1,8. С увеличением числа испытаний можно ожидать, что такое расхождение будет уменьшаться.

В статье использованы приемы аппроксимации законов распределений с использованием моментных характеристик. Эти методы более подробно описаны в [11–16].

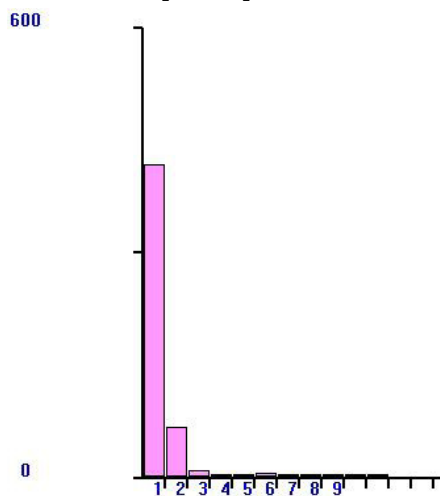


Рисунок 4. Полученная гистограмма распределения N_2

Заключение

В работе представлены разработанные в GPSS World имитационные модели функционирования СМО $HE_2/M/1$ и $N_2/M/1$ с гиперэрланговским и гиперэкспоненциальным входным распределениями второго порядка. Представлены также результаты статистических тестов для оценки качества генерирования псевдослучайных чисел по законам HE_2 и N_2 в случае переходного режима функционирования СМО. Результаты показывают удовлетворительное качество работы соответствующих представленных генераторов ПСП.

Полученные результаты публикуются впервые.

Литература

1. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф., Казачков Н. А. Проблема генерирования псевдослучайных последовательностей составных распределений для имитации СМО // *Инфокоммуникационные технологии*. 2022. Т. 20, № 3. С. 22–29. DOI: 10.18469/ikt.2022.20.3.03
2. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Имитационная модель СМО с гиперэкспоненциальным распределением в среде GPSS WORLD // *Инфо-*

коммуникационные технологии. 2022. Т. 20, № 4. С. 7–13.

3. Боев В.Д. Моделирование систем. Инструментальные средства GPSS World: учебное пособие. СПб: БХВ-Петербург, 2004. 368 с.
4. Кудрявцев Е.М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. М.: ДМК Пресс, 2004. 320 с.
5. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. СПб: СПбГУ ИТМО, 2009. 363 с.
6. Шрайбер Т.Дж. Моделирование на GPSS. М.: Машиностроение, 1980. 592 с.
7. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Компьютерное моделирование вычислительных систем. Теория, Алгоритмы, Программы: учебное пособие. Оренбург: Оренбургский государственный университет, 2005. 183 с.
8. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Имитационное моделирование. М.: Академия, 2020. 175 с.
9. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. М.: Мир, 2019. 177 с.
10. Прикладной анализ случайных процессов / под редакцией С.А. Прохорова. Самара: СНЦ РАН, 2007. 582 с.
11. Тарасов В.Н. Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием // *Автоматика и телемеханика*. 2018. № 12. С. 57–70.
12. Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф. Организация интерактивной системы вероятностного моделирования стохастических систем // *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2003. Т. 5, № 1. С. 119–126.
13. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals // *Teletraffic and data traffic in a Period of Change, ICT-13*. 1991. P. 683–688.
14. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods // *Operation Research*. 1982. Vol. 30, no. 1. P. 125–147.
15. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times // *Queueing Systems*. 2018. Vol. 89, no. 3. P. 213–241.
16. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates // *Queueing Systems*. 2018. Vol. 89, no. 3. P. 269–301.

Получено 17.07.2023

Тарасов Вениамин Николаевич, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 228-00-13. E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

SOFTWARE GENERATORS IN THE GPSS WORLD ENVIRONMENT FOR DISTRIBUTIONS-PROBABILITY MIXTURES WITH QUALITYASSESSMENT RESULTS

Tarasov V.N.

Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation

E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

This article presents quality assessment results for the software generators of pseudo-random sequences (PRS) presented in [1; 2] for QS simulation, including second-order hyper-Erlang and hyper-exponential distributions of the second order, that flows organically from these works. These distribution laws are in demand in queuing theory as it provides a big range of changes in the variation coefficient which plays an important role in the average queue delay calculating. There is no data on such generators neither in scientific literature, no in the GPSS WORLD library. Software generator quality evaluation, regardless of the programming language, is usually made according to statistical tests. In this case, chi-squared and Kolmogorov-Smirnov's tests are used. In addition, the comparison between theoretical and statistical aspects of the corresponding order is provided. Unlike simple distribution laws, for which the use of the above mentioned statistical tests is provided for in well-known software products and does not cause any difficulties, in our case automatic testing is impossible. The well-known packages STATISTICA, STATGRAPHICS, Matlab/Simulink, etc. do not provide for the use of the hyper-Erlang and hyper-exponential distribution laws we consider. Therefore, the Pearson statistical test is calculated and checked manually. The presented results should be useful for professionals of discrete event modeling in the GPSS WORLD environment.

Keywords: *GPSS WORLD simulation system, pseudo-random sequence generators, QS HE2/M/1 and H2/M/1, average queue waiting time, average queue length*

DOI: 10.18469/ikt.2023.21.1.01

Tarasov Veniamin Nikolaevich, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Head of Software and Management in Technical Systems Department, Professor. Tel. +7 846 228-00-13. E-mail: tarasov-vn@psuti.ru

References

1. Tarasov V.N., Bahareva N.F., Kazachkov N.A. The problem of generating pseudorandom sequences of composite distributions for QS simulation. *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2022, vol. 20, no. 3, pp. 22–29. (In Russ.)
2. Tarasov V.N., Bahareva N.F. Simulation model of a QS with hyperexponential distribution in the GPSS WORLD environment. *Infokommunikacionnye tekhnologii*, 2022, vol. 20, no. 4, pp. 7–13 (In Russ.)
3. Boev V.D. *Sistems Modeling. Tools GPSS World: Textbook*. Saint Petersburg: BKhV-Peterburg, 2004, 368 p. (In Russ.)
4. Kudryavcev E.M. *GPSS World. Fundamentals of Simulation Modeling of Various Systems*. Moscow: DMK Press, 2004, 320 p. (In Russ.)
5. Aliev T.I. *Fundamentals of Modeling Discrete Systems*. Saint Petersburg: SPbGU ITMO, 2009, 363 p. (In Russ.)
6. SHrayber T.J. *Modeling on GPSS*. Moscow: Mashinostroenie, 1980, 592 p. (In Russ.)
7. Tarasov V.N., Bahareva N.F. *Computer Modeling of Computing Systems. Theory, Algorithms, Programs: Textbook*. Orenburg: Orenburgskij gosudarstvennyj universitet, 2005, 183 p. (In Russ.)
8. Pavlovsky Yu.N., Belotelov N.V., Brodsky Yu.I. *Simulation modeling*. Moscow: Academy, 2020, 175 p. (In Russ.)
9. Shannon R. *Sistems simulation – the art and science*. Moscow: Mir, 2019, 177 p. (In Russ.)
10. *Applied analysis of random processes*. Ed. by S.A. Prokhorov. Samara: SNTs RAN, 2007, 582 p. (In Russ.)

11. Tarasov V.N. Extension of the class of queuing systems with delay. *Avtomatika i Telemekhanika*, 2018, no.12, pp. 57–70. (In Russ.)
12. Tarasov V.N., Bakhareva N.F. The outwork of interactive system for stochastic systems probability modeling. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo centra Rossijskoj akademii nauk*, 2003, vol. 5, no. 1, pp. 119–126. (In Russ.)
13. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. *Teletraffic and Datatraffic in a Period of Change*, ITC-13, 1991, pp.683–688.
14. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods. *Operation Research*, 1982, vol. 30, no. 1, pp. 125–147.
15. Gromoll H.C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3, pp. 213–241.
16. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*, 2018, vol. 89, no. 3, pp. 269–301.

Received 17.07.2023

УДК 621.391

АЛГОРИТМЫ ГЕНЕРАЦИИ ГРУППОВЫХ ПОТОКОВ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ

Лихтциндер Б.Я.¹, Моисеев В.И.²

¹ *Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ*

² *Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, РФ*

E-mail: lixt@psuti.ru, vim@psu.ru

В работе рассматриваются алгоритмические методы анализа систем массового обслуживания. Созданию программной реализации всегда предшествует разработка некоторой алгоритмической модели объекта или процесса. Арсенал алгоритмов объединяет как непрерывные, так и дискретные логические функции, что существенно расширяет возможности алгоритмических методов, по сравнению с аналитическими. Потоки пакетов в мультисервисных телекоммуникационных сетях носят явно выраженный пачечный характер и существенно отличаются от пуассоновских. Вся стройная аналитическая теория, справедливая для пуассоновских потоков, к сожалению, для пачечных потоков становится непригодной. Реальные результаты для систем массового обслуживания с пачечными потоками удастся получить с помощью имитационного моделирования, для чего требуются знания и умения алгоритмизации моделируемых процессов. В работе рассмотрены способы генерации пуассоновских, групповых пуассоновских потоков, показаны результаты моделирования групповых пуассоновских потоков. Рассмотрен программный инструмент - конвертор и приведены примеры генерации пачечных потоков с различными структурами пачек. Проведен анализ алгоритмических моделей систем массового обслуживания для различных дисциплин обслуживания. Отмечена необходимость дальнейшего развития алгоритмической теории систем массового обслуживания.

Ключевые слова: *системы массового обслуживания, групповые потоки заявок, анализ, генерация, алгоритмы, трудоемкость алгоритмов, данные, конвертор потоков*

Введение

Недостаточная эффективность представления трафика мультисервисных сетей моделями «самоподобных» процессов привела к созданию класса моделей потоков, управляемых цепью Маркова. Этапы развития указанных моделей представлены в [1]. В нашей стране они были названы МС-потоками, а в США эволюционировали от «разносторонних (versatile) потоков», через «N-потоки (потоки Ньютона)» [2] до марковских входных потоков (MAP – Markovian Arrival Process) и их обобщений – групповых Марковских входных потоков (BMAP – Batch Markovian Arrival Process) [3–5]. На ранних стадиях указанных моделей интервалы поступления стацио-

нарного пуассоновского потока чередовались с интервалами, имеющими показательное распределение, где этот поток отсутствовал. (IPP-поток). Затем перешли к рассмотрению SPP-потоков, где чередовались между собой интервалы поступления нескольких стационарных пуассоновских потоков различной интенсивности. Особое место среди рассмотренных потоков занимают групповые пуассоновские потоки.

Групповые пуассоновские потоки

Под групповым пуассоновским потоком случайных событий будем понимать поток случайных событий, распределенных по закону пуассона с параметром λ . Каждое из событий заключается