УДК 681.5.015

СЛЕПАЯ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КАНАЛА СВЯЗИ

Горячкин О.В.
Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ
E-mail: o.goryachkin@psuti.ru

В статье рассматривается задача построения математической модели канала передачи данных в системах связи в случае, когда сигналы на входе канала оказываются неизвестными на выходе. Построение математических моде-лей непосредственно на основе наблюдаемых данных составляет задачу идентификации, а рассматриваемый слу-чай относится к задаче слепой идентификации. В работе последовательно рассмотрено понятие идентифицируемости линейной динамической системы в пространстве состояний, показана связь этого понятия с понятиями наблюдаемости и управляемости. Доказан ряд утверждений об идентифицируемости линейной динамической системы, описывающей канал связи. В частности, показано, что если система идентифицируема, то для ее описания достаточно использовать модель «вход-выход», при этом модель «вход-состояние-выход» является избыточной. Далее, на основе доказанных утверждений сформулированы условия слепой идентифицируемости для случая дискретной системы с одним входом и множественным выходом, которые накладываются на компоненты передаточной матрицы системы. При этом идентифицируемость системы в обычном смысле является дополнительным условием.

Ключевые слова: *канал связи, линейная динамическая модель, идентифицируемость динамической модели*

Введение

В задачах, относящихся к обработке сигналов в системах связи, часто возникает проблема построения математических моделей каналов передачи непосредственно по регистрируемым данным, в условиях, когда тестирование канала испытательным импульсом невозможно или нежелательно [1; 2]. В этих случаях говорят о задаче слепой идентификации канала связи.

В большинстве практических случаев в телекоммуникациях речь идет о линейной, нестационарной модели взаимодействия входных, выходных сигналов и помех, т.е. о модели линейной динамической системы (ЛДС) [3; 4].

Задача идентификации линейной динамической системы в общем случае тесно связана с задачами управляемости и наблюдаемости. В теории автоматического управления проблема нахождения условий управляемости (возможности приведения динамической системы в заданное состояние с помощью управляющих воздействий за конечное время) и наблюдаемости (возможности определения переменных состояния по измерениям физических переменных в системе) была корректно поставлена лишь во второй половине 20-го века.

Решение проблем управляемости и наблюдаемости было найдено Р. Калманом в рамках моделей «вход-состояние-выход». В рамках данной модели предполагается, что система описывается вектором состояний, часть которых может быть недоступна для управления или наблюдения. При этом выбор вектора состояний системы не является единственным, и для него не существует общих принципов выбора [3; 4].

В задачах идентификации систем на первое место выходит понятие идентифицируемости системы. В существующей литературе имеется большое многообразие подходов к определению этого свойства систем, зависящих, к тому же, от особенностей построения процесса идентификации [4; 6; 7].

В данной работе мы рассмотрим связь понятий идентифицируемости, наблюдаемости и управляемости ЛДС, используемых для описания систем, опираясь в основном на работу [6].

Далее мы рассмотрим задачу слепой идентифицируемости ЛДС и сформулируем условия, при которых задача имеет решение.

Слепая идентификация одномерного канала связи (SISO) часто рассматривается как возможность повышения скорости в системах передачи данных, за счет отказа от периодического тестирования канала. Однако большинство найденных способов слепой оценки параметров канала имеют низкую помехоустойчивость, что ограничивает возможность практического применения данных методов. Между тем, в системах, использующих канал с несколькими входами и выходами (MIMO) или с одним входом и несколькими выходами (SIMO) ситуация с помехоустойчивостью более оптимистичная.

Задача слепой идентификации систем связи имеет большую библиографию, с которой можно ознакомиться, например в [8]. Теоремы слепой идентификации SIMO канала можно найти в [9], для MIMO канала в [10], для SISO канала [11].

В указанной литературе рассматривается математические модели систем «вход-выход», возможность использования моделей «вход-состояние-выход» остается за рамками рассмотрения. Данная статья частично восполняет этот пробел.

Управляемость и наблюдаемость динамических систем

Как известно линейная динамическая система произвольного вида, задается в дискретном времени матрицами $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$.

$$\begin{cases} \mathbf{u}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{u}[k] + \mathbf{B}\mathbf{x}[k], \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{u}[k] + \mathbf{D}\mathbf{n}[k], \\ \mathbf{u}[0] = 0. \end{cases} \quad (1)$$

где $\mathbf{x}[k]$ – $[\sigma_{ij}]$, входной вектор, $\mathbf{y}[k]$ – выходной вектор, $\mathbf{u}[k]$ – вектор состояний системы, $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\tilde{\mathbf{N}}$, $\mathbf{D}$ – постоянные матрицы.

ЛДС называется управляемой, если в отсутствии шумов для любых двух состояний $\mathbf{u}[0]$ и $\mathbf{u}[n]$, существует управляющее входное воздействие, при котором ЛДС может быть переведена из начального состояния в конечное.

Теорема 1. Критерий управляемости (Р. Калман). Динамическая система управляема тогда и только тогда, когда матрица управляемости

$$\mathbf{W}_B = \left(\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{A}^2\mathbf{B}\ldots\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\right)$$

имеет ранг равный n.

Запишем соответствующие состояния системы:

$$\mathbf{u}[1] = \mathbf{A}\mathbf{u}[0] + \mathbf{B}\mathbf{x}[0],$$
$$\mathbf{u}[2] = \mathbf{A}\mathbf{u}[1] =$$
$$= \mathbf{A}^2 2\mathbf{u}[0] + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{x}[0] + \mathbf{B}\mathbf{x}[1],$$
$$\ldots$$
$$\mathbf{u}[n] = \mathbf{A}\mathbf{u}[n-1] =$$
$$= \mathbf{A}^n\mathbf{u}[0] + \mathbf{A}^n\mathbf{B}\mathbf{x}[0] + \ldots + \mathbf{B}\mathbf{x}[n-1].$$

Так как $\mathbf{u}[0]$ и $\mathbf{A}$ – известны заранее, то для неизвестного управляющего воздействия можно записать систему уравнений в виде

$$\mathbf{u}[n] - \mathbf{A}^n\mathbf{u}[0] = \mathbf{A}^n\mathbf{B}\mathbf{x}[0] + \ldots + \mathbf{B}\mathbf{x}[n-1] =$$
$$= \begin{pmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \ldots & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}[n-1] \\ \mathbf{x}[n-2] \\ \vdots \\ \mathbf{x}[0] \end{pmatrix}.$$

Если условие теоремы 1 выполняется, то решение данного уравнения относительно управляющего воздействия существует для каждого из m входов системы $\mathbf{x}[k]$.

Под наблюдаемой системой в дискретном времени будем понимать однородную систему, состояние которой $\mathbf{u}[0]$ можно в отсутствии шумов однозначно восстановить по выходным сигналам $\mathbf{y}[0]$, $\mathbf{y}[1]$, …, $\mathbf{y}[n]$.

Запишем связь выходных сигналов однородной системы и ее состояний

$$\mathbf{y}[0] = \mathbf{C}\mathbf{u}_0$$
$$\mathbf{y}[1] = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{u}[0],$$
$$\mathbf{y}[2] = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{u}[1] = \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{u}[0],$$
$$\ldots$$
$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{u}[n-1] = \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{u}[0].$$

В матричной форме можно записать

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}[0] \\ \mathbf{y}[1] \\ \mathbf{y}[2] \\ \ldots \\ \mathbf{y}[n] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}\mathbf{u}_0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{u}[0] \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{u}[0] \\ \ldots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{u}[0] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \ldots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \end{pmatrix} \mathbf{u}[0] \cdot$$

Условием наблюдаемости является требование $rank\left(\mathbf{C}^t\,\mathbf{C}^t\,\mathbf{A}^t\,\mathbf{C}^t(\mathbf{A}^2)^t\ldots\mathbf{C}^t(\mathbf{A}^{n-1})^t\right) = n$, что соответствует следующей теореме.

Теорема 2. Критерий полной наблюдаемости (Р. Калман). Для того чтобы система (1) была полностью наблюдаемой необходимо и достаточно, чтобы матрица наблюдаемости

$$\mathbf{W}_C^t = \left(\mathbf{C}^t\,\mathbf{C}^t\,\mathbf{A}^t\,\mathbf{C}^t(\mathbf{A}^2)^t\ldots\mathbf{C}^t(\mathbf{A}^{n-1})^t\right),$$

размерности $n \times np$, имела ранг равный n.

Идентифицируемость линейной динамической системы

В задачах идентификации оптических систем на первое место выходит понятие идентифицируемости системы. Рассмотрим некоторые имеющиеся подходы к пониманию данной проблемы в форме последовательно доказываемых утверждений.

Допустим, имеется однородная ЛДС, описываемая следующим уравнениями в пространстве состояний в дискретном времени

$$\begin{cases} \mathbf{u}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{u}[k], \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{E}\mathbf{u}[k], \\ \mathbf{u}[0] = \mathbf{u}_0. \end{cases} . \quad (2)$$

Под идентифицируемостью системы в данном случае будем понимать возможность однозначного определения матрицы $\mathbf{A}$ и ненулевого вектора начальных условий $\mathbf{u}_0$ по набору $\mathbf{y}[k]$ в условиях отсутствия помех.

Теорема 3. ЛДС вида (2) идентифицируема тогда и только тогда, когда $n \times n$ матрица

$$\mathbf{W}_0=\left(\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{A}\mathbf{u}_0 \quad \dots \quad \mathbf{A}^{(n-1)}\mathbf{u}_0\right),$$

имеет полный ранг.

Доказательство.

Пусть для идентификации доступны данные:

$$\mathbf{u}[0]=\mathbf{u}_0$$
$$\mathbf{u}[1]=\mathbf{A}\mathbf{u}[0],$$
$$\mathbf{u}[2]=\mathbf{A}\mathbf{u}[1]=\mathbf{A}^2\mathbf{u}[0],$$
$$\dots$$
$$\mathbf{u}[n]=\mathbf{A}\mathbf{u}[n-1]=\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{u}[0].$$

Вектор начальных условий $\mathbf{u}_0$ определяется тривиальным образом из первого уравнения, оставшиеся неизвестные элементы матрицы $\mathbf{A}$ определяются с помощью следующей системы уравнений.

$$\left(\mathbf{u}[1] \quad \mathbf{u}[2] \quad \dots \quad \mathbf{u}[n]\right)=\mathbf{W}_0^t\mathbf{A}^t.$$

Для существования единственного решения необходимо и достаточно, чтобы $rank\left(\mathbf{W}_0\right)=n$. Теорема доказана.

Допустим, имеется неоднородная ЛДС, описываемая следующим уравнениями в пространстве состояний в дискретном времени

$$\begin{cases}\mathbf{u}[k+1]=\mathbf{A}\mathbf{u}[k]+\mathbf{B}\mathbf{x}[k],\\ \mathbf{y}[k]=\mathbf{E}\mathbf{u}[k],\\ \mathbf{u}[0]=\mathbf{u}_0.\end{cases} \qquad (3)$$

Под идентифицируемостью системы в данном случае будем понимать возможность однозначного определения матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ и ненулевого вектора начальных условий $\mathbf{u}_0$ по набору $\mathbf{y}[k]$ при управляемом входе, в условиях отсутствия помех. Другими словами, нам доступна возможность сформировать входные сигналы таким образом, чтобы была возможна идентификация системы. Воспользуемся этим и сформулируем следующую теорему.

Теорема 4. ЛДС вида (3) идентифицируема тогда и только тогда, когда $rank\left(\mathbf{W}_0\right)=n$, а входные управляющие сигналы могут быть нулевыми и образовывать множество линейно независимых векторов вида $\left\{\mathbf{B}\mathbf{x}[k+1],\mathbf{B}\mathbf{x}[k+2],\dots,\mathbf{B}\mathbf{x}[k+m]\right\}$.

Доказательство.

Допустим, для идентификации доступны данные:

$$\begin{gathered}\mathbf{u}[0]=\mathbf{u}_0\\ \mathbf{u}[1]=\mathbf{A}\mathbf{u}[0]+\mathbf{B}\mathbf{x}[0],\\ \mathbf{u}[2]=\mathbf{A}\mathbf{u}[1]+\mathbf{B}\mathbf{x}[1]=\\ =\mathbf{A}^2\mathbf{u}[0]+\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{x}[0]+\mathbf{B}\mathbf{x}[1],\\ \dots\\ \mathbf{u}[n+m]=\mathbf{A}\mathbf{u}[n+m-1]+\mathbf{B}\mathbf{x}[n+m-1]=\\ =\mathbf{A}^{n+m}\mathbf{u}[0]+\mathbf{A}^{n+m}\mathbf{B}\mathbf{x}[0]+\dots+\mathbf{B}\mathbf{x}[n+m-1].\end{gathered} \qquad (4)$$

Вектор начальных условий $\mathbf{u}_0$ определяется тривиальным образом из первого уравнения, оставшиеся неизвестные элементы матриц $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ определяются с помощью следующей системы $(n+m)n$ линейных уравнений

$$\left(\mathbf{u}[1] \quad \mathbf{u}[2] \quad \dots \quad \mathbf{u}[n+m]\right)=$$
$$=\begin{pmatrix}\mathbf{u}^t[0] & \mathbf{x}^t[0]\\ \mathbf{u}^t[1] & \mathbf{x}^t[1]\\ \vdots & \vdots\\ \mathbf{u}^t[n+m-1] & \mathbf{x}^t[n+m-1]\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\mathbf{A}^t\\ \mathbf{B}^t\end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Представим матрицу системы уравнений (5) в виде блочной матрицы

$$\mathbf{Q}=\begin{pmatrix}\mathbf{U}_1 & \mathbf{X}_1\\ \mathbf{U}_2 & \mathbf{X}_2\end{pmatrix},$$

где $\mathbf{U}_1$ и $\mathbf{X}_2$ – квадратные матрицы размером $n\times n$ и $m\times m$ соответственно, при этом

$$\mathbf{U}_1=\begin{pmatrix}\mathbf{u}^t[0]\\ \mathbf{u}^t[1]\\ \vdots\\ \mathbf{u}^t[n-1]\end{pmatrix}, \mathbf{U}_2=\begin{pmatrix}\mathbf{u}^t[n]\\ \mathbf{u}^t[n+1]\\ \vdots\\ \mathbf{u}^t[n+m-1]\end{pmatrix},$$

$$\mathbf{X}_1=\begin{pmatrix}\mathbf{x}^t[0]\\ \mathbf{x}^t[1]\\ \vdots\\ \mathbf{x}^t[n-1]\end{pmatrix}, \mathbf{X}_2=\begin{pmatrix}\mathbf{x}^t[n]\\ \mathbf{x}^t[n+1]\\ \vdots\\ \mathbf{x}^t[n+m-1]\end{pmatrix}.$$

В соответствии с определением идентифицируемости, положим, что в процессе идентификации первые n входных отсчетов нулевые, а оставшиеся таковы, что $\det\left(\mathbf{X}_2\right)\neq 0$. Тогда для идентифицируемости системы необходимо и достаточно, чтобы $rank\left(\mathbf{U}_1\right)=n$, $rank\left(\mathbf{X}_2\right)=m$. Таким образом $rank\left(\mathbf{Q}\right)=n+m$.

Легко проверить, что при таком входном сигнале $\mathbf{U}_1=\mathbf{W}_0$, а из условия $rank\left(\mathbf{X}_1\right)=m$ следует, что вектора $\left\{\mathbf{B}\mathbf{x}[n],\mathbf{B}\mathbf{x}[n+1],\dots,\mathbf{B}\mathbf{x}[n+m-1]\right\}$ – линейно независимы. Теорема доказана.

Допустим, имеется неоднородная ЛДС, описываемая следующим уравнениями в пространстве состояний в дискретном времени

$$\begin{cases}\mathbf{u}[k+1]=\mathbf{A}\mathbf{u}[k]+\mathbf{B}\mathbf{x}[k],\\ \mathbf{y}[k]=\mathbf{C}\mathbf{u}[k],\\ \mathbf{u}[0]=\mathbf{u}_0.\end{cases} \qquad (6)$$

Под идентифицируемостью системы в данном случае будем понимать возможность определения матриц $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ и, в том числе, нулевого вектора начальных условий по набору $\mathbf{y}[k]$ при управляемом входе, в условиях отсутствия помех.

Теорема 5. ЛДС вида (6) идентифицируема тогда и только тогда, когда:

1. ЛДС полностью наблюдаема и управляема.
2. $rank(\mathbf{W}_0)=n$.
3. Входные управляющие сигналы могут быть нулевыми и/или образовывать множество линейно независимых векторов.

Доказательство данной теоремы кажется вполне очевидным, если учесть имеющуюся свободу в выборе ансамбля входных сигналов, а также доказательство критерия наблюдаемости и предыдущую теорему.

Из условия наблюдаемости следует, что существует однозначное соответствие между наблюдаемыми данными и вектором состояний в любой момент времени.

Из условия управляемости следует возможность создать любые начальные условия на входе однородной модели, в том числе такие, чтобы стала возможна идентификация однородной модели системы.

Из 3-го требования теоремы следует возможность идентификации матрицы $\mathbf{B}$, при известных $\mathbf{A}$ и $\mathbf{C}$.

Доказательство.

Допустим, начальные условия ЛДС ненулевые, а входные сигналы равны нулю. Тогда на выходе однородной ЛДС наблюдаются сигналы

$$\mathbf{y}[0]=C\mathbf{u}_0$$
$$\mathbf{y}[1]=C\mathbf{A}\mathbf{u}[0],$$
$$\dots$$
$$\mathbf{y}[n]=C\mathbf{A}^n\mathbf{u}[0].$$

Сформируем для каждого j-го выхода вектор $\mathbf{y}_j[0]$, такой, что

$$\mathbf{y}_j[0]=\begin{pmatrix}\mathbf{C}\\ \mathbf{CA}\\ \mathbf{CA}^2\\ \dots\\ \mathbf{CA}^{n-1}\end{pmatrix}_j\cdot\mathbf{u}[0]=\mathbf{W}_C[j]\mathbf{u}[0].$$

В соответствии с критерием наблюдаемости $\mathbf{W}_C[j]$ имеет полный ранг и соответственно имеет обратную матрицу $\mathbf{W}_C^{-1}[j]$. Тогда для любого j

$$\mathbf{y}_j[0]=\begin{pmatrix}\mathbf{C}\\ \mathbf{CA}\\ \mathbf{CA}^2\\ \dots\\ \mathbf{CA}^{n-1}\end{pmatrix}_j\cdot\mathbf{u}[0]=\mathbf{W}_C[j]\mathbf{u}[0],$$

$$\mathbf{y}_j[1]=$$
$$=\begin{pmatrix}0&1&0&\dots&0\\ 0&0&1&\dots&0\\ 0&0&0&\dots&0\\ &&&\dots&\\ -a_n^j&-a_{n-1}^j&-a_{n-2}^j&\dots&-a_1^j\end{pmatrix}\mathbf{y}_j[0]=$$
$$=\mathbf{A}_{St}^j\mathbf{y}_j[0]$$

Продолжая последовательность $\mathbf{y}_j[k]$, получим стандартную управляемую модель в пространстве состояний для j-го выхода однородной системы, у которой $\mathbf{C}_{St}^j=\begin{pmatrix}1&0&..&0\end{pmatrix}$.

Параметры $\mathbf{A}_{St}^j$ легко восстановить из последовательности $\mathbf{y}_j[k]$, записав соответствующие линейные уравнения.

Далее, создавая на каждом i-м входе последовательность $\mathbf{B}_i x_i[k],\mathbf{B}_i x_i[k+1],\dots,\mathbf{B}_i x_i[k+n-1]$ в соответствии с 3-м условием теоремы, получим оценку

$$\mathbf{B}_{st}^{i,j}=\mathbf{W}_C[j]\mathbf{B}_i=\begin{pmatrix}b_1^{i,j}\\ b_2^{i,j}\\ b_3^{i,j}\\ \vdots\\ b_n^{i,j}\end{pmatrix}.$$

Таким образом, идентифицируем строчную форму стандартной наблюдаемой модели для каждого *j*-го выхода и *i*-го входа.

$$\begin{cases}\mathbf{y}_j[k+1]=\mathbf{A}_{St}^j\mathbf{y}_j[k]+\mathbf{B}_{St}^{i,j}\,\mathrm{x}_i[k],\\ \mathrm{z}_j[k]=\mathbf{C}_{St}^j\mathbf{y}_j[k]\\ \mathbf{y}_j[0].\end{cases}$$

Запишем передаточную функцию для каждого *j*-го выхода и *i*-го входа

$$w_{i,j}(z)=\frac{d_1^{i,j}z^{-1}+\ldots+d_{n-1}^{i,j}z^{-n+1}+d_n^{i,j}z^{-n}}{1+a_1^jz^{-1}+\ldots+a_{n-1}^jz^{-n+1}+a_n^jz^{-n}}.$$

Таким образом, если выполняются условия теоремы, то система идентифицируема, т.е. существует единственная передаточная функция MIMO системы $\mathbf{W}(z)$, заданная матрицей дробно-рациональных функций $w_{i,j}(z)$, которую можно оценить, задавая различные сигналы на входе идентифицируемой системы.

Допустим, начальные условия ЛДС нулевые, тогда условие управляемости дает возможность задать начальные условия однородной системы, так, чтобы выполнилось требование к идентифицируемости однородной системы.

Теорема доказана.

Теперь, если это необходимо, можно построить матрицы $\mathbf{A},\mathbf{C},\mathbf{B}$ ЛДС. Однако, выбор матриц модели системы вида (4) в пространстве состояний неоднозначен, даже в случае полностью идентифицируемой системы существует много способов построения моделей данного типа, неразличимых по входу и выходу, в том числе содержащих минимальное число параметров.

Слепая идентифицируемость линейной динамической системы

Под слепой идентифицируемостью системы в данном случае будем понимать возможность определения матриц $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ в (6) и в том числе нулевого вектора начальных условий $\mathbf{u}_0$ по набору $\mathbf{y}[k]$ при неизвестной входной последовательности конечной длины, в условиях отсутствия помех.

Теорема 7. SIMO ЛДС вида (6) идентифицируема вслепую тогда и только тогда, когда:

1. ЛДС идентифицируема в обычном смысле.
2. Передаточная матрица системы

$$\mathbf{W}(z) = \begin{pmatrix} \frac{P_1(z)}{Q_1(z)} & \ldots & \frac{P_M(z)}{Q_M(z)} \end{pmatrix}^t$$

такова, что многочлены $P_i(z)Q_j(z)$ и $P_j(z)Q_i(z)$ не имеют общих корней при $i \neq j$, M – число каналов.

Доказательство.

Допустим, MIMO ЛДС в дискретном времени задана в пространстве состояний системой уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{u}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{u}[k] + \mathbf{B}\mathbf{x}[k], \\ \mathbf{y}[k] = \mathbf{C}\mathbf{u}[k], \\ \mathbf{u}[0] = 0. \end{cases}$$

Применяя z-преобразование, получим

$$z\mathbf{U}(z) = \mathbf{A}\mathbf{U}(z) + \mathbf{B}\mathbf{X}(z),$$

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{C}\mathbf{U}(z).$$

Затем

$$\mathbf{U}(z) = \left(z\mathbf{E} - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}\mathbf{X}(z),$$

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{C}\mathbf{U}(z).$$

Таким образом, получим матрицу передаточных функций (передаточную матрицу) системы в виде

$$\mathbf{W}(z) = \mathbf{C}\left(z\mathbf{E} - \mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}.$$

Если система идентифицируема в обычном смысле, то существует единственная передаточная функция MIMO системы $\mathbf{W}(z)$, заданная матрицей дробно-рациональных функций $w_{i,j}(z)$, или в случае SIMO, вектором

$$\mathbf{W}(z) = \begin{pmatrix} \frac{P_1(z)}{Q_1(z)} & \ldots & \frac{P_M(z)}{Q_M(z)} \end{pmatrix}^t.$$

Если система полностью наблюдаема и управляема, то передаточная матрица полностью описывает систему в терминах вход-выход.

Для любого *i*-го и *j*-го выхода можно записать

$$\frac{y_i(z)}{y_j(z)} = \frac{P_i(z)Q_j(z)}{Q_i(z)P_j(z)}.$$

Тогда, при соблюдении 2-го условия выходные сигналы полностью описывают передаточную матрицу системы.

Заключение

Таким образом, если система идентифицируема, то для ее описания достаточно использовать модель «вход-выход», при этом модель «вход-состояние-выход» является избыточной. Для слепой идентифицируемости линейной динамической системы, по крайней мере для случая дискретной системы с одним входом и множественным выходом, необходимо и достаточно выполнение двух условий: идентифицируемости системы в обычном смысле и отсутствие общих нулей полиномиальных компонентов передаточной матрицы системы.

Литература

1. Горячкин О.В. Методы слепой обработки сигналов и их приложения в системах радиотехники и связи. М.: Радио и связь, 2003, 230 с.
2. Горячкин О.В., Эрина Е.И. Слепая идентификация информационного канала по многообразиям заданной корреляции, порожденным случайными полиномами // Успехи современной радиоэлектроники. 2008. № 8. С. 70–77.
3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
4. Горячкин О.В., Шатских С.Я. Идентификация и диагностика систем (приложения к задачам обработки сигналов и изображений): учебное пособие. Самара: ПГУТИ, 2018. 191 с.
5. Goryachkin O.V. Review of V. A. Soifer's work in the field of statistical communication theory // Proceedings of ITNT 2020: 6th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology. Samara, 2020. P. 9253213. DOI 10.1109/ITNT49337.2020.9253213
6. Балонин Н.А. Теоремы идентифицируемости. СПб.: Политехника, 2010. 48 с.
7. Yakimenka A.A. On the question of identification of simultaneous equations models // Proceedings of BSTU. Physics and Mathematics. Informatics. 2022. no. 2(260). P. 10–13.

8. Прокис Дж. Цифровая связь / пер с англ.; под ред. Д.Д. Кловского. М.: Радио и связь, 2000. 800 с.
9. Abed-Meraim K., Hua W. Qiu Y. Blind System Identification // Proceeding of the IEEE. 1997. Vol.85. P.1308–1322.
10. Via J., Santamaria I., Perez J. A Sufficient Condition for Blind Identifiability of MIMO-OSTBC Channels Based on Second Order Statistics // IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Cannes, 2006. P.1–5.
11. Gustafson F., Wahlberg B. Blind equalization by direct examination of the input sequences // IEEE Transactions on Communications. 1995. Vol. 43, no. 7. P. 2213–2222.

Получено 08.06.2023

Горячкин Олег Валериевич, д.т.н., профессор, проректор по научной работе Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. 443010, Российская Федерация, г. Самара, ул. Л. Толстого, 23. Тел. +7 846 332-21-61. E-mail: o.goryachkin@psuti.ru

BLIND IDENTIFIABILITY OF A LINEAR DYNAMIC COMMUNICATION CHANNEL MODEL

Goryachkin O.V.
Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation
E-mail: o.goryachkin@psuti.ru

The article describes the problem of developing a mathematical model of data transmission channel in communication systems in the case when signals at the channel input channel are unknown at the channel output. Development of mathematical models directly from observed data constitutes an identification problem, and the case under consideration belongs to the blind identification problem. The work consistently examines the concept of linear dynamic system identifiability in state space and shows the connection of this concept with the observability and controllability concepts. A number of statements about identifiability of a linear dynamic system describing communication channel are proved. In particular, it is shown that if the system is identifiable, it is sufficient to use the input-output model for its description, while the input-state-output model is redundant. Further, based on the proven statements, blind identifiability conditions are formulated for the case of a discrete system with one input and multiple outputs, which are imposed on the components of the system's transfer matrix.

Keywords: *communication channel, linear dynamic model, identifiability of dynamic model*

DOI: 10.18469/ikt.2023.21.1.03

Goryachkin Oleg Valerievich, Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, 23, L. Tolstoy Street, Samara, 443010, Russian Federation; Vice-Rector for Scientific Work, Doctor of Technical Sciences, Professor. Tel. +7 846 332-21-61. E-mail: o.goryachkin@psuti.ru

References

1. Goryachkin O.V. *Methods of blind signal processing and their applications in radio engineering and communication systems*. Moscow: Radio i svyaz', 2003, 230 p. (In Russ.)
2. Goryachkin O.V., Erina E.I. Blind channel identification by manifolds of given correlation generated by random holynoms. *Uspekhi sovremennoj radio-elektroniki*, 2008, no. 8, pp. 70–77. (In Russ.)
3. Miroshnik I.V., Nikiforov V.O., Fradkov A.L. *Nonlinear and adaptive control of complex dynamic systems*. Saint Petersburg: Nauka, 2000, 549 p. (In Russ.)
4. Goryachkin O.V., SHatskih S.Ya. *Identification and diagnostics of systems (applications to the tasks of signal and image processing): Textbook*. Samara: PSUTI, 2018, 191 p. (In Russ.)
5. Goryachkin O.V. Review of V. A. Soifer's work in the field of statistical communication theory. *Proceedings of ITNT 2020: 6th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology*. Samara, 2020, pp. 9253213. DOI 10.1109/ITNT49337.2020.9253213

6. Balonin N.A. *Identifiability theorems*. Saint Petersburg: Politekhnika, 2010, 48 p. (In Russ.)
7. Yakimenka A.A. On the question of identification of simultaneous equations models. *Proceedings of BSTU. Physics and Mathematics. Informatics*, 2022, no. 2 (260), pp. 10–13.
8. Prokis Dzh. *Digital communication*. Trans. From English. Ed by D.D. Klovskogo. Moscow: Radio i svyaz', 2000, 800 p. (In Russ.)
9. Abed-Meraim K., Hua W. Qiu Y. Blind System Identification. *Proceeding of the IEEE*, 1997, vol. 85, pp. 1308–1322.
10. Via J., Santamaria I., Perez J. A Sufficient Condition for Blind Identifiability of MIMO-OSTBC Channels Based on Second Order Statistics. *IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications*. Cannes, 2006, pp.1–5.
11. Gustafson F., Wahlberg B. Blind equalization by direct examination of the input sequences. *IEEE Transactions on Communications*, 1995, vol. 43, no. 7, pp. 2213–2222.

Received 08.06.2023

СЕТИ СВЯЗИ И МУЛЬТИСЕРВИСНЫЕ УСЛУГИ

УДК 621.394.74

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МАКЕТА СЕТИ BAN ДЛЯ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ЗДОРОВЬЯ ЧЕЛОВЕКА

Глушак Е.В.[1], Сенгилевцев О.А.[2]
[1]Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, РФ
[2]Самарский государственный медицинский университет, Самара, РФ
E-mail: evglushak@yandex.ru

В статье описывается разработка реального макета сети BAN (Body Area Network) для мониторинга за состоянием здоровья человека. Сети BAN могут помочь улучшить качество жизни людей, страдающих от различных заболеваний, таких как диабет, сердечно-сосудистые заболевания и другие. Они являются доступными для широкого круга пользователей, включая людей с ограниченными возможностями и пожилых людей. Также могут обеспечить высокий уровень безопасности, так как они используют шифрование данных и аутентификацию пользователей. Данные сети легко настраиваются и адаптируются под нужды конкретного пользователя. В статье представлены результаты проведенных исследований, которые показывают состояние человека при различных условиях. Благодаря разработанному макету сети BAN, можно не только на практике исследовать состояние здоровья людей, но и использовать его для научных исследований в университетах.

Ключевые слова: *сети BAN, датчик электрокардиограммы, датчик температуры, датчик пульса, радиомодули, беспроводная передача, сенсоры, акселерометр*

Введение

Сеть BAN (Body Area Network) – это беспроводная сеть, которая состоит из прилагаемых к телу устройств, передающих данные на другие электронные устройства. Данная технология, в отличие от других сопутствующих технологий, позволяет значительно снизить степень излучения, мощность и энергопотребление устройств. Система представляет собой определенное количество датчиков, подсоединяемых к телу.

Датчик – это компонент, который измеряет или контролирует определенные параметры, такие как температура, давление, влажность, уровень звука или другие физические величины, и преобразует эти данные в электрический сигнал для дальнейшей обработки в системе. Этот сигнал может быть обработан и использован для управления системой или для получения информации о состоянии объекта. Датчики могут быть использованы в различных областях, включая промышленность, медицину, науку и т. д. [1–3]. Датчики, снимающие показания называются BSU. Передача данных – это перенос информации с одного устройства к другому, которые находятся на определенном расстоянии друг от друга без использования проводного подключения [4].

Также отметим, что в настоящее время в развитии электронного приборостроения в медицине используют два вида обмена информацией о состоянии здоровья человека: проводные каналы связи и беспроводные с передачей электромагнитных сигналов через окружающее свободное пространство. Стоит учесть, что первый способ может доставлять дискомфорт человеку. Второй же способ нацелен на модернизирование и про-