svyaz', informatika, 2015, no. 4, pp. 14–16. (In Russ.)

- 3. Andreev V.A. et al. *Directing telecommunication systems: Textbook for Universities*. Moscow: Hotline-Telecom, 2018, 396 p. (In Russ.)
- 4. Alekhin N.I. et al. Study of the durability of signal-blocking cables. *Automation, communications, computer science*, 2018, no. 7, pp. 23–25. (In Russ.)
- 5. Grodnev I.I., Sergeychuk K.Ya. *Shielding of equipment and communication cables*. Moscow: Svyazizdat, 1960, 316 p. (In Russ.)
- 6. GOST 34679 -2020 Cables for signaling and blocking. General technical conditions. Moscow: Standartinform, 2020. 38 p. (In Russ.)
- 7. Andreev V. et al. Quality of lan cables the basis for reliable work of scs and broadband. *Pervaya milya*, 2020, no.1, pp. 24–27. (In Russ.)
- 8. Babitsky O.Sh., Lekhtman D.Ya. *Technology twisting cables*. Moscow: Energiya, 1978, 133 p. (In Russ.)
- 9. Shvartsman V.O. *Mutual influences in communication cables*. Moscow: Svyaz', 1996, 416 p. (In Russ.)
- 10. Andreev V.A. *The theory of electromagnetic influences between communication circuits*. Moscow: Radio i svyaz', 1999, 320 p. (In Russ.)

Received 06.09.2023

РАДИОПЕРЕДАЮЩИЕ И РАДИОПРИЕМНЫЕ УСТРОЙСТВА, ТЕЛЕВИДЕНИЕ

УДК 629.78

ПЕРЕОРИЕНТАЦИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ С ПОМОЩЬЮ РОТОРОВ

Алексеев А.В., Голушкова А.О.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, РФ Email: alekseev.av@ssau.ru

В статье описывается способ переориентации спутника-гиростата дистанционного зондирования Земли с помощью двигателя-маховика, при нахождении в одной вертикальной плоскости с объектом наблюдения. В ходе исследования выведена геометрическая зависимость угла нутации от времени, построены дифференциальные уравнения движения космического аппарата относительно центра масс и получены их решения. Полученные уравнения позволяют определять параметры движения (координаты и скорости) в зависимости от инерционно-массовых характеристик системы, начальных условий и времени, а также управлять воздействием данных параметров на систему. В статье представлены результаты проведенных исследований, которые показывают работоспособность разработанной математической модели. Благодаря разработанной модели, можно с высокой точностью определить необходимые управляющие воздействия для нацеливания спутника-гиростата на объект наблюдения.

Ключевые слова: гиростат, роторы, математическая модель, уравнения движения, дистанционное зондирование, углы Эйлера, угловая скорость, кинетический момент

Введение

С каждым днем появляется все больше потребностей в дистанционном зондировании Земли (ДЗЗ). Дистанционное зондирование – это процесс наблюдения и изучения нашей планеты, при котором используются специальные инструменты и технологии, используемые на спутниках или самолетах. Существуют и другие задачи, в которых требуется нацеливание космического аппарата (КА) на определенный объект.

Чаще всего при переориентации КА для на-

целивания антенны или камеры используются двигатели малой тяги, которые подразделяются на несколько категорий: на сжатом газе, на монотопливе, на двухкомпонентном топливе; специальные установки и двигатели на закиси азота, аммиаке, газообразном водороде и кислороде; электроракетные системы на базе импульсных плазменных, ионных или стационарных плазменных двигателей [1].

Все вышеперечисленные инструменты для переориентации КА подразумевают расход рабочего

тела, запас которого на борту КА ограничен. Предлагается использовать двигатели-маховики на основе управляемого моментного бесконтактного двигателя постоянного тока [2]. Данный способ является более эффективным из-за отсутствия необходимости в расходуемом рабочем теле, и, как следствие, уменьшения рабочей массы КА. Подобные КА называют спутниками-гиростатами.

Исследованию движения гиростатов посвящено достаточно много работ отечественных и зарубежных ученых, например, Румянцева В.В. [3; 4], Кошлякова В.Н. [5], Нейштадта А.И. и Пивоварова М.Л. [6], Виттенбурга Й. [7], Асланова В.С. и Дорошина А.В. [8; 9] и многих других. В отмеченных работах, в основном, исследуется динамика и устойчивость движения гиростатов, но мало внимания уделяется определению законов движения и управляющих воздействий, обеспечивающих данные движения.

В настоящей работе предпринимается попытка решения конкретной прикладной задачи: определения закона ориентации КА ДЗЗ с частичной закруткой для наблюдения за объектом, а также управляющего внутреннего момента, обеспечивающего полученный закон.

Математическая модель

Предположим, что спутник-гиростат представляет собой динамически несимметричное несущее тело (тело 4) с тремя одинаковыми динамически симметричными роторами (тела 1, 2, 3), оси вращения которых совпадают с главными осями инерции всей системы (рисунок 1). На рисунке 1 роторы изображены схематично (вне несущего тела) для наглядности и удобства обозначения координатных осей и других параметров: на самом деле роторы находятся внутри КА.





Динамические уравнения движения спутникагиростата строятся на основании теоремы об изменении кинетического момента механической системы [3]:

$$\begin{aligned} A\dot{p} + (C-B)qr + I\dot{\sigma}_1 + I(q\sigma_3 - r\sigma_2) &= M_x; \\ B\dot{q} + (A-C)pr + I\dot{\sigma}_2 + I(r\sigma_1 - p\sigma_3) &= M_y; \\ C\dot{r} + (B-A)pq + I\dot{\sigma}_3 + I(p\sigma_2 - q\sigma_1) &= M_z. \end{aligned}$$
(1)

где $A = \sum_{i=1}^{4} A_i$, $B = \sum_{i=1}^{4} B_i$, $C = \sum_{i=1}^{4} C_i$; A_i , B_i , C_i $(i = \overline{1,3})$ – главные моменты инерции роторов, вычисленные в своих связанных системах координат $Ox_i y_i z_i (i = \overline{1,3})$, а моменты инерции тела-носителя в системе координат $Oxyz - A_4, B_4, C_4$; p, q, r– проекции угловой скорости несущего тела на оси системы координат Oxyz; $I = A_1 = B_2 = C_3$ – осевые моменты инерции роторов. Правые части уравнений (1) представляют собой проекции момента внешних сил.

Кинематические уравнения для углов Эйлера и углов относительного закручивания:

$$\dot{\varphi} = r - ctg\theta(p\sin\varphi + q\cos\varphi);$$

$$\dot{\theta} = p\cos\varphi - q\sin\varphi;$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\sin\theta}(p\sin\varphi + q\cos\varphi);$$

$$\dot{\alpha} = \sigma_1; \dot{\beta} = \sigma_2; \dot{\gamma} = \sigma_3.$$

(2)

где φ, θ, ψ – эйлеровы углы, которые характеризуют положение несущего тела относительно кениговой системы *OXYZ*; α, β, γ – углы относительного закручивания роторов; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – относительные угловые скорости роторов.

Уравнения относительного движения роторов:

$$A_{1}(\dot{p} + \dot{\sigma}_{1}) = M_{1x} + M_{\alpha};$$

$$B_{2}(\dot{q} + \dot{\sigma}_{2}) = M_{2y} + M_{\beta};$$

$$C_{3}(\dot{r} + \dot{\sigma}_{3}) = M_{3z} + M_{\gamma}.$$

(3)

где $M_{\alpha}, M_{\beta}, M_{\gamma}$ – моменты внутреннего взаимодействия тел вдоль оси вращения; M_{1x}, M_{2y}, M_{3z} – моменты внешних сил, воздействующие на роторы.

Компоненты векторов угловых скоростей роторов $\overrightarrow{\omega_1}(p_1,q_1,r_1)$, $\overrightarrow{\omega_2}(p_2,q_2,r_2)$, $\overrightarrow{\omega_3}(p_3,q_3,r_3)$, выраженные через компоненты угловой скорости несущего тела, имеют вид:

$$\begin{cases} p_1 = p + \sigma_1, \\ q_1 = q \cos \alpha + r \sin \alpha, \\ r_1 = r \cos \alpha - q \sin \alpha. \end{cases}$$
(4)
$$\begin{cases} p_2 = p \cos \beta - r \sin \beta, \\ q_2 = q + \sigma_2, \\ r_2 = r \cos \beta + p \sin \beta. \end{cases}$$
(5)

«Infokommunikacionnye tehnologii» 2023, vol. 21, no. 2 (82), pp. 24–29

$$\begin{cases} p_3 = p \cos \gamma + q \sin \gamma, \\ q_3 = q \cos \gamma - p \sin \gamma, \\ r_3 = r + \sigma_3. \end{cases}$$
(6)

Таким образом, уравнения (1) – представляют собой замкнутую математическую модель движения спутника-гиростата относительно центра масс. Приведенные уравнения при добавлении начальных условий позволяют определить все параметры движения системы в зависимости от времени.

Постановка задачи и преобразование математической модели

На данном этапе рассматривается так называемая плоская задача, для которой принимается ряд основных допущений:

1. Спутник движется прямолинейно с постоянной скоростью центра масс v, находясь в одной вертикальной плоскости с наблюдаемым объектом, на высоте H, в начальный момент на расстоянии L (рисунок 2).

2. Для нацеливания спутника-гиростата используется только один маховик, ось вращения которого совпадает с осью *Ox*.

3. Значение угла θ в начальным момент принято равным 30°, что соответствует нацеливанию на объект наблюдения (остальные геометрические размеры соответствуют данному начальному углу).

4. Так как расстояние, на котором происходит съемка объекта, значительно меньше длины окружности земли ($\approx \frac{1}{46}$ длины экватора), то сферичностью земной поверхности пренебрегаем.

5. Внешние силы и моменты на систему не действуют.

С учетом перечисленных допущений, движение спутника-гиростата описывается следующими уравнениями, полученными из системы (1)–(6):

$$\begin{cases}
A\dot{p} + I\dot{\sigma}_{1} = 0; \\
\dot{\theta} = p; \\
I(\dot{p} + \dot{\sigma}_{1}) = M_{\alpha}; \\
\dot{\alpha} = \sigma_{1}.
\end{cases}$$
(7)

Таким образом, ставится задача определения внутреннего управляющего момента M_{α} , который обеспечивает нацеливание КА ДЗЗ на объект наблюдения в течение некоторого интервала времени.

Определение управляющего момента

В течении всего времени t активного участка полета (съемки) угол нутации может быть определен по формуле (рисунок 2):

$$\theta = \operatorname{arccot} \frac{L - vt}{H} \,. \tag{8}$$

Определим необходимую угловую скорость КА согласно второму уравнению системы (7):

$$p = \dot{\theta} = \frac{Hv}{H^2 + (L - vt)^2}.$$
 (9)

Найдем производную угловой скорости (9):

$$\dot{p} = \frac{2Hv^2(L-vt)}{\left(H^2 + (L-vt)^2\right)^2}.$$
 (10)

Подставляя производную (10) в первое уравнение системы (7), выразим относительное угловое ускорение ротора:

$$\dot{\sigma}_1 = \frac{2Hv^2A(L-vt)}{I(H^2 + (L-vt)^2)^2}.$$
 (11)

Зная угловые ускорения (10) и (11), найдем из третьего уравнения системы (7) зависимость управляющего момента от времени:

$$M_{\alpha} = \frac{2Hv^2(A-I)(vt-L)}{(H^2 + (vt-L)^2)^2}.$$
 (12)



Рисунок 2. Схема движения спутника-гиростата



Рисунок 3. График зависимости управляющего момента от времени

На рисунке 3 показана зависимость управляющего момента M_{α} от времени.

Параметры	ДМ1-20	ДМ5-20	ДМ-10-25	ДМ20-250	ДМБ
Диапазон изменения кинетического момента, Н	1,0	5,0	10,0	20,0	29,4
Управляющий момент $\mathrm{M_{x}},\ \acute{I}\ \cdot \imath$	0,02	0,05	0,025	0,25	0,35
Диапазон изменения частоты вращения n, об/мин.	65000	63500	66000	61470	61200
Число импульсов на оборот, N	36	36	36	56	960
Масса, кг	1,4	3,8	4	11,5	17,5
Максимальная потребляемая мощность, не более, Вт	15	31	31	70	100
Потребляемая мощность в установившемся режиме, не более, Вт	3	4	5	6	7

Таблица 1 Основные технические характеристики двигателей-маховиков для систем ориентации космических аппаратов



Рисунок 4. График зависимости проекции угловой скорости р от времени



Рисунок 5. График зависимости угла нутации от времени

Для проверки результатов, полученных выше, проведено численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (7) при соответствующих исходных условиях и внутреннем моменте (12). На рисунках 4 и 5 представлены зависимости угловой скорости несущего тела p и угла нутации Θ от времени. При этом на рисунках представлены результаты аналитического расчета по формулам (8) и (9) и численного интегрирования системы (7). Так как результаты полностью совпали, для наглядности численное решение несколько смещено вверх.

Выбор двигателя-маховика

Для обеспечения закона (12) изменения внутреннего управляющего момента, действующего на ротор, необходимо на КА установить двигатель с соответствующими параметрами. Основным параметром решаемой задачи является величина управляющего момента. Для выбранных параметров системы значение максимального управляющего момента лежит в диапазоне 0,15- 0,20 Hм.

В таблице 1 представлены основные характеристики применяемых в настоящее время двигателей-маховиков для управления ориентацией КА, масса которых составляет менее 500 кг [10]. Двигатель-маховик представляет собой электрический двигатель, на валу которого установлен массивный маховик.

Таким образом, из представленных моделей двигателей для решения поставленной задачи подходит, например, модель ДМ20-250, так как его значения управляющего момента соизмеримы с теми, которые были получены в ходе вычисления.

Заключение

В качестве основных результатов работы следует отметить преобразование имеющейся математической модели под плоскую задачу, определение закона изменения угла нутации, обеспечивающего нацеленность КА на объект наблюдения, получение зависимости внутреннего управляющего момента от времени, оценку величины управляющего момента, которая позволила выбрать требуемый двигатель-маховик. Кроме того, проведено численное моделирование движения для проверки адекватности аналитических зависимостей.

Результаты работы могут быть использованы при проектировании КА ДЗЗ, с частичной закруткой для переориентации (маховики), а также для расчетов и моделирования движения существующих спутников-гиростатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (Проект № 19-19-00085).

Литература

- Рыжков В.В., Сулинов А.В. Двигательные установки и ракетные двигатели малой тяги на различных физических принципах для систем управления малых и сверхмалых космических аппаратов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 115–128.
- Характеристики двигателей-маховиков. URL: https://www.vniiem.ru/ru/index.php?view=articl e&id=288:2010-02-17-21-42-21 (дата обращения: 02.11.2023).
- 3. Румянцев В.В. Об управлении ориентацией и о стабилизации спутника роторами // Вестник Московского университета. Серия 1: Математика, механика. 1970. №. 2. С. 83–96.
- 4. Румянцев В.В. Об устойчивости вращения тяжелого гиростата на горизонтальной пло-

скости // Известия академии наук. Механика твердого тела. 1980. №4. С. 11–21.

- 5. Кошляков В.Н. Задачи динамики твердого тела и прикладной теории гироскопов. М.: Наука, 1985. С. 286.
- 6. Нейштадт А.И., Пивоваров М.Л. Переход через сепаратрису в динамике спутника с двойным вращением // Прикладная математика и механика. 2000. Т. 64, № 5. С. 741–746.
- Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел. М.: Мир, 1980. 292 с.
- Асланов В.С., Дорошин А.В. О двух случаях движения неуравновешенного гиростата // Известия Академии наук. Механика твердого тела. 2006. № 4. С. 42–55.
- 9. Асланов В.С., Дорошин А.В. Стабилизация спускаемого аппарата частичной закруткой при осуществлении неуправляемого спуска в атмосфере // Космические исследования. 2002. Т. 40, № 2. С. 193–200.
- Поляков М.В., Полякова А.В. Двигатель-маховик на базе механической системы «Электродвигатель-редуктор-маховик» для управления ориентацией малого космического аппарата // Студенческий научный форум: материалы VI международной студенческой научной конференции. URL: https://scienceforum.ru/ 2014/article/2014001910 (дата обращения: 04.11.2023).

Получено 10.11.2023

Алексеев Алексей Владимирович, к.т.н., доцент кафедры теоретической механики Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева (Самарский университет). 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34. Тел. +7 927 696-09-30. Е-mail: alekseev.av@ssau.ru

Голушкова Алена Олеговна, студент кафедры теоретической механики Самарского университета. 443086, г. Самара, Московское шоссе, 34. Тел. +7 960 824-84-89. E-mail: alenagol15935745@gmail.com

REORIENTATION OF THE EARTH REMOTE SENSING SPACECRAFT USING ROTORS

Alekseev A.V., Golushkova A.O. Samara National Research University, Samara, Russian Federation E-mail: alekseev.av@ssau.ru

The article describes a method of reorienting of the Earth remote sensing gyrostat satellite using a flywheel engine, while located in the same vertical plane with the observation object. In the course of the study, a geometric dependence of the nutation angle on time was derived, differential equations of the motion of the spacecraft relative to the center of mass were generated and solutions were obtained. These obtained equations allows to determine motion parameters (coordinates and speeds) depending on the inertial mass characteristics of the system, initial conditions and time, as well as control the effect of these parameters on the system. The article presents the results of conducted studies that show the performance of the developed mathematical model. Thanks to the developed model, it is possible to determine the necessary control actions to target the gyrostat satellite to the observation object with high accuracy. *Keywords:* gyrostat, rotors, mathematical model, equations of motion, remote sensing, Euler angles, angular velocity, kinetic momentum

DOI: 10.18469/ikt.2023.21.2.04

Alekseev Aleksey Vladimirovich, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation; Associate Professor of Theoretical Mechanics Department, PhD in Technical Science. Tel. +7 927 696-09-30. E-mail: alekseev.av@ssau.ru

Golushkova Alena Olegovna, Samara National Research University, 34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russian Federation; Student of Theoretical Mechanics Department. Tel. +7 960 824-84-89. E-mail: alenagol15935745@gmail.com

References

- 1. Ryzhkov V.V., Sulinov A.V. Propulsion systems and low-thrust rocket engines based on various physical principles for control systems of small and micro-spacecraft. *Vestnik Samarskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika, tekhnologii i mashinostroenie*, 2018, vol. 17, no. 4, pp. 115–128. (In Russ.)
- 2. Characteristics of flywheel engines. URL: https://www.vniiem.ru/ru/index.php?view=article &id=288:2010-02-17-21-42-21 (accessed: 02.11.2023). (In Russ.)
- 3. Rumyantsev V.V. On orientation control and stabilization of the satellite by rotors. *Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 1: Matematika, mekhanika*, 1970, no. 2, pp. 83–96. (In Russ.)
- 4. Rumyantsev V.V. On the stability of the rotation of heavy gyrostat on the horizontal plane. *Izvestiya akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 1980, no. 4, pp. 11–21. (In Russ.)
- 5. Koshlyakov V.N. *Problems of solid state dynamics and applied gyroscope theory*. Moscow: Nauka, 1985, 286 p. (In Russ.)
- 6. Neustadt A.I., Pivovarov M.L. Transition through separatrice in dual-spin satellite dynamics. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 2000, vol. 64, no. 5, pp. 741–746. (In Russ.)
- 7. Wittenburg J. Dynamics of solid body systems. Moscow: Mir, 1980, 292 p. (In Russ.)
- 8. Aslanov V.S., Doroshin A.V. On two cases of movement of an unbalanced gyrostat. *Izvestiya Akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2006, no. 4, pp. 42–55. (In Russ.)
- 9. Aslanov V.S., Doroshin A.V. Stabilization of a reentry vehicle by a partial spin-up during uncontrolled descent. *Kosmicheskie issledovaniya*, 2002, vol. 40, no. 2, pp. 193–200. (In Russ.)
- 10. Polyakov M.V., Polyakova A.V. Flywheel engine based on the mechanical system «Electric gearbox-flywheel» for controlling the orientation of a small spacecraft. *Studencheskij nauchnyj forum: materialy VI mezhdunarodnoj studencheskoj nauchnoj konferencii.* URL: https://scienceforum.ru/2014/article/2014001910 (accessed: 04.11.2023).

Received 10.11.2023

УДК 629.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ БЕЗОПАСНОГО СБЛИЖЕНИЯ СПУТНИКА-ИНСПЕКТОРА С КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ НА ОРБИТЕ ЗЕМЛИ

Алексеев А.В., Ефременкова В.В.

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королева, Самара, РФ E-mail: alekseev.av@ssau.ru

Статья посвящена исследованию движения спутника-инспектора в окрестности наблюдаемого космического аппарата. Спутник-инспектор предназначен для наблюдения за космическим аппаратом, проведения своевременного технического обслуживания с целью устранения неисправностей для его дальнейшего функционирования, дозаправки, буксировки и т.д. Одним из важнейших этапов работы спутника является сближение с космическим аппаратом, которое