

4. De Lima P.V.S.G. et all. Zero-phase FIR filter design algorithm for repetitive controllers. *Energies*, 2023, vol. 16, no. 5. URL: [https://www.researchgate.net/publication/369056353\\_Zero-Phase\\_FIR\\_Filter\\_Design\\_Algorithm\\_for\\_Repetitive.Controllers](https://www.researchgate.net/publication/369056353_Zero-Phase_FIR_Filter_Design_Algorithm_for_Repetitive.Controllers) (accessed: 25.05.2024).
5. Chang G., Yan S., Wang Y. Application of zero-phase digital filter on non-stationary signal processing. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2011, vol. 35, no. 6, pp. 49–56.
6. Ang W.T., Krichane M. Zero phase filtering for active compensation of periodic physiological motion. *Biomedical Robotics and Biomechatronics (BioRob 2006)*, 2006, pp. 182–187.
7. Ivanov V.V., Shakurskiy V.K. *Generator, Phase and Frequency Converters and Modulators*. Moscow: Radio i svyaz', 2003, 184 p. (In Russ.)
8. Digital Filter with Zero-Phase Characteristic: patent 109619. Russian Federation. No. 2011123825 / V.K. Shakurskiy (RU), M.V. Shakurskiy (RU); zayavl. 10.06.2011; opubl. 20.10.2011, byul. no. 29. (In Russ.)
9. Shakurskiy V.K., Shakurskiy M.V. Mathematical model of digital filters based on frequency selection method. *Vektor nauki Tol'yattinskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2011, no. 2 (16), pp. 98–100. (In Russ.)
10. Digital Filter with Phase Response Pre-Correction: patent 221361. Russian Federation. No. 2023125738 / M.V. Shakurskiy (RU); zayavl. 09.10.2023; opubl. 02.11.2023, byul. no. 31. (In Russ.)

*Received 01.06.2024*

## РАДИОПЕРЕДАЮЩИЕ И РАДИОПРИЕМНЫЕ УСТРОЙСТВА, ТЕЛЕВИДЕНИЕ

УДК 621.396

### МЕТОДЫ СНИЖЕНИЯ ПИК-ФАКТОРА СИГНАЛОВ FBMC НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО-НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ СПРОТТА, РЕАЛИЗОВАННОЙ НАД КОНЕЧНЫМ ПОЛЕМ ГАЛУА

Логинов С.С., Ишмиеев И.И., Сивинцева О.А.

Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева – КАИ,  
Казань, РФ  
E-mail: sivinceva96@mail.ru

В данной статье проведен сравнительный анализ методов снижения пик-фактора сигналов системы мультиплексирования на основе программных средств моделирования с использованием банка фильтров с помощью дискретно-нелинейной системы Спротта, реализованной над конечным полем Галуа. Исследуются методы частичной последовательности передачи, скремблирования, а также комбинированный метод, который включает в себя оба способа. Каждый метод заключается в формировании псевдослучайной последовательности на основе системы Спротта. По итогам работы для каждого метода оценен пик-фактор и представлена дополнительная кумулятивная функция распределения. Кроме того, оценено влияние количества итераций и окон, использующихся в методе частичной последовательности передачи, на пик-фактор. Полученные в ходе проведенного исследования результаты могут быть применены при проектировании систем передачи информации.

**Ключевые слова:** мультиплексирование с использованием банка фильтров, пик-фактор, дополнительная кумулятивная функция распределения, псевдослучайные последовательности, система Спротта

### Введение

На сегодняшний день беспроводные технологии являются одним из самых быстроразвивающихся и перспективных направлений в телекоммуникационной индустрии. Беспроводная связь сохраняет высокую доступность для абонентов за счет эффективной организации множественного доступа.

Хорошо известные принципы временного, кодового или частотного разделения абонентов уже не позволяют в полной мере соответствовать предъявляемым требованиям к современным системам. Поэтому в данной сфере активно ведутся исследования с целью создания новых более эффективных методов множественного доступа.

Одним из таких методов является метод мультиплексирования с использованием банка фильтров (Filter Bank Multicarrier, FBMC), который характеризуется более высокой спектральной эффективностью по сравнению с методом мультиплексирования с ортогональным частотным разделением каналов (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM). Данный метод позволяет принимать асинхронные данные и разделять несмежные поддиапазоны в частотной области, что делает его более устойчивым к смещению несущей [1].

FBMC предполагает использование для каждой поднесущей модулированного фильтра-прототипа с хорошей частотно-временной локализацией, удовлетворяющего свойству Найквиста [2]. Формирование сигналов FBMC происходит следующим образом: двоичная информация моделируется при помощи сложного алфавита модуляции, после чего разделяется на действительную и мнимую составляющие сложного символа модуляции FBMC, которые передаются со смещением по времени. Однако, передаваемые символы FBMC перекрываются во временной области, а специальная конструкция фильтра позволяет разделять символы на приемнике [3].

Основным критерием оценки энергетической эффективности систем связи с FBMC является пик-фактор (Peak-to-Average Power Ratio, PAPR). Высокое значение пик-фактора оказывает влияние на достоверность приема и скорость передачи данных.

В исследовании [4] авторы предлагают гибридный метод сокращения PAPR систем связи с видимым светом на основе FBMC, который представляет собой комбинированный модифицированный метод отсечения со смещением и преобразованием Адамара. Преимущество преобразования Адамара заключается в уменьшении пик-фактора без ущерба для частоты битовых ошибок.

В статье [5] рассматривался метод оптимизации фазы перекрытия частичной последовательности передачи (Partial Transmit Sequence, PTS) с использованием алгоритма оптимизации фазы искусственной пчелиной семьи (Artificial Bee Colony Phase Optimization, ABC) для системы FBMC-OQAM. Ключевой особенностью данного метода является снижение пик-фактора за счет применения метода перекрывающихся PTS и снижения вычислительной сложности процесса благодаря использованию фазовой оптимизации ABC. Предлагаемый авторами метод уменьшает PAPR на 1,9 дБ в сравнении с традиционным методом PTS.

Целью данной работы является анализ методов снижения пик-фактора сигналов FBMC на основе дискретно-нелинейных систем Спротта, реализованных над конечным полем Галуа.

### Методы снижения пик-фактора

Одним из показателей энергетической эффективности систем с FBMC является PAPR, оценка которого производится следующим образом [6–7]:

$$PAPR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{|x|_{peak}^2}{x_{rms}^2},$$

где  $|x|_{peak}^2$  – квадрат максимальной амплитуды,  $x_{rms}^2$  – квадрат среднего значения амплитуды сигнала.

С целью проведения оценки пик-фактора применяется дополнительная кумулятивная функция распределения (Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF), которая показывает вероятность превышения PAPR желаемого порогового значения [8].

Существует различные методы улучшения PAPR, такие как: амплитудное ограничение, кодирование, вероятностные методы, техника адаптивного предыскажения, DFT-Spreading, инжектирования поднесущих и др. [9].

Наиболее интересным для исследования с точки зрения практического применения и получаемого результата является вероятностный метод, принцип работы которого состоит в том, что скремблирование модулированных данных и передача потока осуществляется с минимальным значением PAPR, таким образом, сигналы с большим значением пик-фактора не исключаются, а снижается вероятность их появления.

Среди вероятностных методов выделяют следующие: частичная последовательность передачи, селективное отображение (Selective Mapping, SLM), резервные несущие (Tone Reservation, TR).

Метод PTS зарекомендовал себя как один из эффективных методов решения проблемы высокого пик-фактора в системах OFDM. Поэтому в работе рассматриваются метод частичной последовательности передачи, скремблирование, а также комбинированный метод, включающий PTS и скремблирование.

Принцип работы метода PTS состоит в разделении блока входных данных на непересекающиеся подблоки, которые умножаются на фазовую последовательность  $b = e^{i\varphi}$ , получаемую с помощью алгоритма оптимизации, направленного на минимизацию значения PAPR. Результаты генерируют набор возможных сигналов, из которых выбирается сигнал с наименьшим PAPR.

Кроме того, с целью восстановления исходных данных дополнительно передается информация об индексе оптимального фазового коэффициента, при котором достигается минимальный пик-фактор.

Таким образом, метод частичной последовательности передачи уменьшает пик-фактор путем снижения вероятности появления модулированных поднесущих с той же фазой. Фазовый вектор выбирается из псевдослучайной последовательности (ПСП). Скремблирование информации также осуществляется с известной ПСП.

Одним из источников ПСП может быть динамический хаос, который обеспечивает формирование сложных и непредсказуемых сигналов. Системы Спротта относятся к искусственно сконструированным моделям нелинейной динамики [10–11].

В общем виде системы Спротта могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_1 \cdot x + B_1 \cdot x \cdot y + C_1 \cdot y + D_1 \cdot y \cdot z + E_1 \cdot z^2 + F_1 \cdot z + G_1 \\ \dot{y} = A_2 \cdot x^2 + B_2 \cdot x + C_2 \cdot E \cdot z + D_2 \cdot y^2 + E_2 \cdot y + F_2 \cdot y \cdot z + G_2 \cdot z^2 + H_2 \cdot z + I_2 \\ \dot{z} = A_3 \cdot x^2 + B_3 \cdot x + C_3 \cdot E \cdot y + D_3 \cdot E \cdot z + E_3 \cdot y^2 + F_3 \cdot y + G_3 \cdot z + H_3 \end{cases},$$

где  $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, G_2, H_2, I_2, A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3, G_3, H_3$  – подбираемые под каждую систему уравнений коэффициенты.

В работе ПСП формируются на основе систем Спротта, реализованных над полем Галуа GF(2<sup>16</sup>). При формировании ПСП используется 16 систем Спротта, а сами системы записываются в виде рекуррентных выражений, соответствующих их численному решению методом Эйлера. На каждом этапе вычислений осуществляется псевдослучайный выбор номера одной из 16 систем Спротта. Таким образом, производится перемешивание систем. После каждой итерации складываются три 16-битных числа, полученные в двоичной форме записи (соответствующие текущим значениям  $x, y, z$ ), затем по четырем младшим битам результата определяется номер системы уравнений для следующей итерации. Таким образом, при каждой последующей итерации выбирается новая система уравнений.

Далее в работе приведены результаты оценки пик-фактора для трех систем с FBMC.

### Оценка пик-фактора систем с FBMC

Для повышения эффективности снижения PAPR было принято решение о внедрении комбинированного использования двух методов: PTS и скремблирования. Рассматриваются результаты моделирования при использовании исключитель-

но метода PTS и их сравнение с результатами при комбинированном использовании обоих методов с применением скремблирования.

Для оценки распределения получаемых значений PAPR в работе использована функция CCDF.

На рисунке 1 представлены результаты снижения PAPR при применении метода частичной последовательности передачи с различным количеством итераций, где количество итераций – это число попыток нахождения наименьшего пик-фактора, путем перебора фазовых последовательностей.

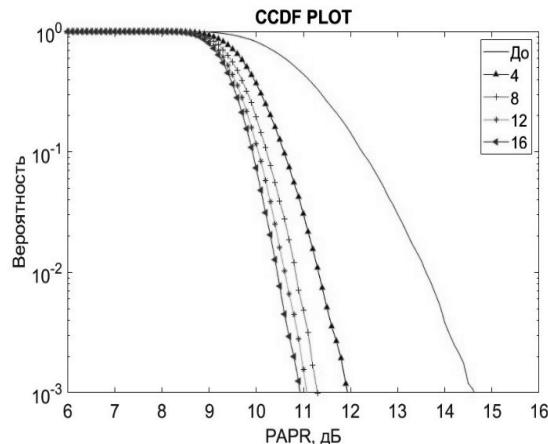


Рисунок 1. CCDF для метода частичной последовательности передачи при разном числе итераций

При увеличении числа итераций с 4 до 8 наблюдается снижение пик-фактора на 2,7 и 3,31 дБ по сравнению с обычной системой FBMC без применения метода частичной последовательности передачи. При увеличении количества итераций до 12 и 16 пик-фактор уменьшается на 3,56 и 3,72 дБ, соответственно.

На рисунке 2 представлены результаты исследования CCDF при комбинированном использовании методов скремблирования и частичной последовательности передачи, где также сравниваются результаты при разном числе итераций.

При увеличении числа итераций с 4 до 8 наблюдается снижение пик-фактора на 3,5 и 4,02 дБ, соответственно, по сравнению с системой без использования методов снижения пик-фактора. При использовании 12 и 16 итераций пик-фактор снижается на 4,33 и 4,53 дБ, соответственно.

В работе также исследовано влияние количества окон в методе PTS на снижение пик-фактора, где под окном подразумевается длина разделения символа. На рисунке 3 показаны результаты исследования CCDF при комбинированном использовании метода скремблирования и PTS с разным числом окон.

При использовании 4, 8 и 16 окон отмечается снижение PAPR с 4,04 до 4,09 дБ в сравнении с исходной системой. При использовании 32 окон пик-фактор снижается на 4,24 дБ.

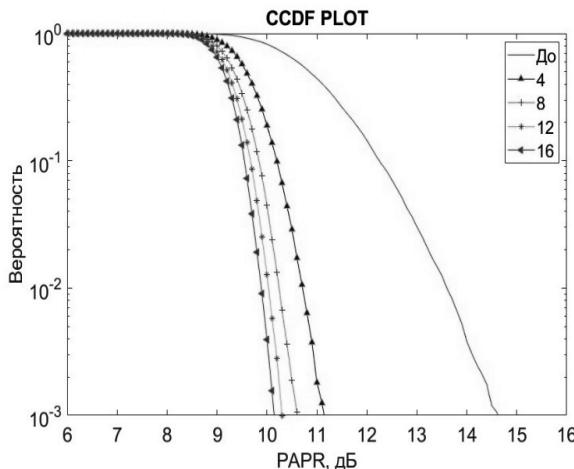


Рисунок 2. CCDF для комбинированного метода частичной последовательности передачи и скремблирования при разном числе итераций

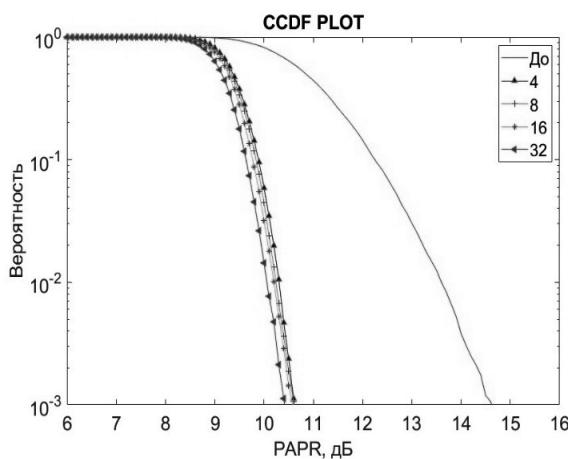


Рисунок 3. CCDF для комбинированного метода частичной последовательности передачи и скремблирования при разном количестве окон

## Заключение

В работе проведен анализ методов снижения пик-фактора сигналов FBMC. Снижение пик-фактора сигналов FBMC выполнено с помощью методов частичной последовательности передачи, скремблирования, а также комбинированного метода, включающего оба способа. В каждом методе использовались псевдослучайные последовательности, сформированные на основе дискретно-нелинейной системы Спротта, реализованной над конечным полем Галуа.

В результате моделирования выявлено, что применение методов снижения пик-фактора дает возможность снизить пик-фактор как минимум на

2,7 дБ, а в наилучшем случае - на 4,53 дБ. Использование комплексного метода PTS и скремблирования способствует чуть более, хоть и незначительно, эффективному улучшению пик-фактора по сравнению с использованием исключительно метода частичной последовательности передачи. Так, при комбинированном методе и 4 итерациях обеспечивается снижение PAPR на 3,5 дБ, что дает снижение пик-фактора на 0,8 дБ больше, чем при использовании исключительно метода частичной последовательности передачи.

Кроме того, увеличение числа итераций метода частичной последовательности передачи также дает выигрыш, выраженный в снижении пик-фактора, например, при увеличении количества итераций с 4 до 16 пик-фактор снижается на 3,5 и 4,53 дБ соответственно, по сравнению с системой без применения частичной последовательности передачи. Количество окон в методе частичной последовательности передачи не оказывает существенного влияния на снижение пик-фактора.

## Литература

- Kansal P., Shankhwar A.K. FBMC vs OFDM waveform contenders for 5G wireless communication system // Wireless Engineering and Technology. 2017. No. 8. P. 59–70.
- Андрун А., Тихонова О.В. Оценка эффективности метода многоканальной модуляции FBMC в современных беспроводных сетях 5G // Вопросы электромеханики. Труды ВНИИЭМ. 2022. Т. 190, № 5. С. 31–37.
- Siohan P., Siclet C., Lacaille N. Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory // IEEE Transactions on Signal Processing. 2002. Vol. 50, no. 5. P. 1170–1183.
- Evaluation of clipping based iterative PAPR reduction techniques for FBMC systems / Z. Kollar [et al.] // The Scientific World Journal. 2014. Vol. 2014, no. 30. URL: [https://www.researchgate.net/publication/260371970\\_Evaluation\\_of\\_Clipping\\_Based\\_Iterative\\_PAPR\\_Reduction\\_Techniques\\_for\\_FBMC\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/260371970_Evaluation_of_Clipping_Based_Iterative_PAPR_Reduction_Techniques_for_FBMC_Systems) (дата обращения: 20.06.2024).
- Jirajaracheep P., Mata T., Boonsrimuang P. A PAPR reduction in FBMC-OQAM system via overlapping-PTS with artificial bee colony phase optimization // International Journal of Intelligent Engineering and Systems. 2019. Vol. 12, no. 5. P. 249–256.
- Зуев М.Ю. Комплексное повышение эффективности радиоэлектронных устройств и си-

- стем передачи информации с OFDM на основе нелинейных систем с динамическим хаосом // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2022. Т. 25, № 1. С. 55–64.
7. Султанов А.Х., Мешков И.К., Ишмияров А.А. Метод повышения энергетической эффективности систем OFDM, основанный на уменьшении пик-фактора // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2018. Т. 21, № 3. С. 25–31.
  8. Ghassemi A., Gulliver T.A. Low-complexity distortionless techniques for peak power reduction in OFDM communication systems // Journal of Computer Networks and Communications. 2012. Vol. 2012, no. 5. URL: [https://www.researchgate.net/publication/258388932\\_Low-Complexity\\_Distortionless\\_Techniques\\_for\\_Peak\\_Power\\_Reduction\\_in\\_OFDM\\_Communication\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/258388932_Low-Complexity_Distortionless_Techniques_for_Peak_Power_Reduction_in_OFDM_Communication_Systems) (дата обращения: 20.06.2024).
  9. Формирователи псевдослучайных сигналов на основе системы Лоренца в средствах повышения эффективности функционирования систем передачи информации с OFDM / Ю.Р. Буткевич [и др.] // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. 2022. № 1(53). С. 33–44.
  10. Логинов С.С., Зуев М.Ю. Тестирование генераторов псевдослучайных сигналов на основе системы Лоренца, реализованной над конечным полем Галуа // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. 2018. Т. 9, № 1. С. 111–114.
  11. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001. 294 с.

*Получено 01.07.2024*

**Логинов Сергей Сергеевич**, д.т.н., профессор кафедры электронных и квантовых средств передачи информации (ЭКСПИ) Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ (КНИТУ-КАИ). 420111, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Карла Маркса, 10. Тел. +7 905 023-67-99. E-mail: sslogin@mail.ru

**Ишмиеев Ильназ Ильгизович**, магистрант кафедры ЭКСПИ КНИТУ-КАИ. 420111, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Карла Маркса, 10. Тел. +7 927 424-91-36. E-mail: ishmiev2000@gmail.ru

**Сивинцева Ольга Андреевна**, аспирант кафедры ЭКСПИ КНИТУ-КАИ. 420111, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Карла Маркса, 10. Тел. +7 960 033-66-55. E-mail: sivinceva96@mail.ru

## **METHODS FOR REDUCING THE PAPR OF FBMC SIGNALS BASED ON A DISCRETE-NONLINEAR SPROTT SYSTEM IMPLEMENTED OVER A FINITE GALOIS FIELD**

*Loginov S.S., Ishmiev I.I., Sivintseva O.A.*

*Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI,*

*Kazan, Russian Federation*

*E-mail: sivinceva96@mail.ru*

In this article, we provide a comparative analysis of various methods for reducing the peak factor of Filter bank Multicarrier signals in a multiplexing system with a filter bank using the discrete-nonlinear Sprott system implemented over a finite Galois field. The methods of partial transmission sequence, scrambling, and a combined method, which includes both methods, are considered. Each method is based on the use of a pseudorandom sequence, the formation of which is provided by generators based on a discrete nonlinear Sprott system. As a result of the work, the peak factor for each method is estimated and an additional cumulative distribution function is also presented. In addition, the influence of the number of iterations and windows used in the partial transmission sequence method on the peak factor was estimated. The results obtained in the course of the study can be applied in the design of information transmission systems.

**Keywords:** filter bank multicarrier; peak factor; additional cumulative distribution function, pseudorandom sequences, Sprott system

**DOI:** 10.18469/ikt.2024.22.1.08

**Loginov Sergey Sergeevich**, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, 10, Karl Marx Street, Kazan, Republic of Tatarstan, 420111, Russian Federation; Professor of Electronic and Quantum Means of Information Transmission Department, Doctor of Technical Sciences. Tel. +7 905 023-67-99. E-mail: sslogin@mail.ru

**Ishmiyev Ilnaz Ilgizovich**, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, 10, Karl Marx Street, Kazan, Republic of Tatarstan, 420111, Russian Federation; Master's Degree Student of Electronic and Quantum Means of Information Transmission Department. Tel. +7 927 424-91-36. E-mail: ishmiev2000@gmail.ru

**Sivintseva Olga Andreevna**, Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI, 10, Karl Marx Street, Kazan, Republic of Tatarstan, 420111, Russian Federation; PhD Student of Electronic and Quantum Means of Information Transmission Department. Tel. +7 960 033-66-55. E-mail: sivinceva96@mail.ru

## References

1. Kansal P., Shankhwar A.K. FBMC vs OFDM waveform contenders for 5G wireless communication system. *Wireless Engineering and Technology*, 2017, no. 8, pp. 59–70.
2. Andrun A., Tikhonova O.V. Effectiveness evaluation of FBMC multicarrier modulation method in modern 5G wireless networks. *Voprosy elektromekhaniki. Trudy VNIEM*, 2022, vol. 190, no. 5, pp. 31–37. (In Russ.)
3. Siohan P., Siclet C., Lacaille N. Analysis and design of OFDM/OQAM systems based on filterbank theory. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, vol. 50, no. 5, pp. 1170–1183.
4. Kollar Z. et al. Evaluation of clipping based iterative PAPR reduction techniques for FBMC systems. *The Scientific World Journal*, 2014, vol. 2014, no. 30. URL: [https://www.researchgate.net/publication/260371970\\_Evaluation\\_of\\_Clipping\\_Based\\_Iterative\\_PAPR\\_Reduction\\_Techniques\\_for\\_FBMC\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/260371970_Evaluation_of_Clipping_Based_Iterative_PAPR_Reduction_Techniques_for_FBMC_Systems) (accessed: 20.06.2024).
5. Jirajaracheep P., Mata T., Boonsrimuang P. A PAPR reduction in FBMC-OQAM system via overlapping-PTS with artificial bee colony phase optimization. *International Journal of Intelligent Engineering and Systems*, 2019, vol. 12, no. 5, pp. 249–256.
6. Zuev M.Yu. Complex improvement of the efficiency of radio electronic devices and information transmission systems with OFDM based on nonlinear systems with dynamic chaos. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2022, vol. 25, no. 1, pp. 55–64. (In Russ.)
7. Sultanov A.Kh., Meshkov I.K., Ishmiyarov A.A. OFDM system energy efficiency increasing method based on peak-factor decrease. *Physics of Wave Processes and Radio Systems*, 2018, vol. 21, no. 3, pp. 25–31. (In Russ.)
8. Ghassemi A., Gulliver T.A. Low-Complexity distortionless techniques for peak power reduction in OFDM communication systems. *Journal of Computer Networks and Communications*, 2012, vol. 2012, no. 5. URL: [https://www.researchgate.net/publication/258388932\\_Low-Complexity\\_Distortionless\\_Techniques\\_for\\_Peak\\_Power\\_Reduction\\_in\\_OFDM\\_Communication\\_Systems](https://www.researchgate.net/publication/258388932_Low-Complexity_Distortionless_Techniques_for_Peak_Power_Reduction_in_OFDM_Communication_Systems) (accessed: 20.06.2024).
9. Butkevich Yu.R. et al. Pseudo-random signal generators based on the Lorenz system in the devices for improving the efficiency of information transmission systems with OFDM. *Vestnik Povolzhskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta. Seriya: Radiotekhnicheskie i info-kommunikacionnye sistemy*, 2022, no. 1 (53), pp. 33–44. (In Russ.)
10. Loginov S.S., Zuev M.Yu. Testing pseudorandom signal generators based on the Lorenz system implemented over a finite Galois field. *Sistemy sinchronizacii, formirovaniya i obrabotki signalov*, 2018, vol. 9, no. 1, pp. 111–114. (In Russ.)
11. Kuznetsov S.P. *Dynamic Chaos*. Moscow: Fizmalit, 2001, 294 p. (In Russ.)

Received 01.07.2024