

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛА С ВНУТРЕННИМ ТРЕНИЕМ В СИСТЕМЕ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

К.Т.Н. Чичекин И.В., Шуранова А.А.
МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
chichekin_iv@bmstu.ru, arina1999_arina@mail.ru

Работа посвящена моделированию и анализу работы автомобильного дифференциала повышенного трения в системе расчета динамики связанных тел. Модель разработана в приложении по расчету динамики твердых и деформируемых тел — RecurDyn от компании FunctionBay. Целью работы является разработка математической модели дифференциала с фрикционными шайбами и подтверждение адекватности ее работы. Разработанная математическая модель дифференциала проверена на возможность ее последующего использования при моделировании трансмиссии автомобиля в системе расчета динамики связанных тел. В работе создана и подробно описана математическая модель дифференциала, с помощью которой проведен анализ кинематики и динамики. Показаны способы моделирования простого симметричного дифференциала и самоблокируемого с использованием одной разработанной математической модели. Приведены известные аналитические зависимости, описывающие кинематические и силовые законы соотношения угловых скоростей и крутящих моментов между выходными звеньями и корпусом дифференциала. Выбран и описан способ расчета и моделирования момента трения в дифференциале. Представлено используемое авторами в работе уравнение, описывающее момент трения в дифференциале.

Разработан и описан виртуальный стенд, с помощью которого осуществлялось моделирование работы дифференциала. Выбраны нагрузочные режимы, эквивалентные различным условиям движения реального автомобиля, приведены их количественные параметры. В работе выбраны критерии оценки работоспособности математической модели дифференциала. Приведены результаты моделирования для всех нагрузочных режимов, по ним доказана адекватность разработанной математической модели дифференциала с фрикционными шайбами. Выполнены предложения о дальнейшем использовании разработанной модели дифференциала.

Ключевые слова: самоблокирующийся дифференциал, математическая модель, динамика связанных тел, Recurdyn.

Для цитирования: Чичекин И.В., Шуранова А.А. Исследование работы дифференциала с внутренним трением в системе расчета динамики твердых тел // Известия МГТУ «МАМИ». 2021. № 4 (50). С. 73–82. DOI: 10.31992/2074-0530-2021-50-4-73-82

Введение

Дифференциал служит для распределения подводимого к нему крутящего момента между выходными валами с необходимым соотношением и обеспечивает возможность их вращения с разными угловыми скоростями, что позволяет избежать циркуляции мощности [1, 2].

При движении в поворотах колеса автомобиля двигаются по разным радиусам поворота R проходят разный путь (рис. 1). Как известно, если связь между колесами жесткая, угловые скорости всех колес равны, то это приводит к большим нагрузкам на трансмиссию, повышенному износу шин и ухудшению управляемости транспортного средства.

При движении в сложных дорожных условиях, например, при движении колесной машины по деформируемому грунту с разными физико-механическими характеристиками под левыми и правыми колесами, при изменении нормальных реакций в пятне контакта колес с опорной поверхностью сила тяги ограничивается сцеплением колес с дорогой. Для реализации возможной силы тяги колеса, находящегося в лучших условиях, применяют блокировку дифференциалов [3]. Для автоматизированного распределения крутящего момента между выходными ведущими колесами, осями или бортами применяют самоблокируемые дифференциалы [1, 2].

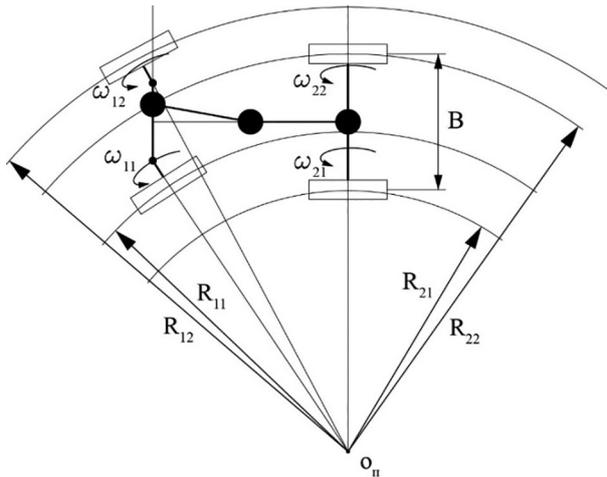


Рис. 1. Кинематическая схема движения автомобиля с колесной формулой 4x4 по криволинейной траектории

Fig. 1. Kinematic diagram of the movement of a vehicle with a 4x4 wheel arrangement along a curved trajectory

При расчетах движения автомобилей с самоблокирующимся дифференциалом обычно используют известные аналитические зависимости [4, 5, 6]. При разработке моделей колесных машин в приложениях по расчету динамики связанных тел [7] модель трансмиссии нужно создавать в этом же приложении [8].

Целью работы является разработка модели дифференциала и подтверждение адекватности ее работы, для дальнейшего использования этой модели при моделировании все трансмиссии автомобиля в системе расчета динамики связанных тел.

Аналитическая оценка работы дифференциала

На рис. 2 представлена кинематическая схема дифференциала с фрикционными шайбами, который исследуется в данной работе [1, 2]:

Для доказательства адекватности работы модели дифференциала необходимо показать, что полученные в результате расчета параметры соответствуют общеизвестным расчетным формулам работы автомобильного дифференциала.

Соотношение для угловых скоростей описывается формулой 1:

$$\omega_{л} + \omega_{п} = \omega_{к}, \quad (1)$$

где $\omega_{л}$, $\omega_{п}$, $\omega_{к}$ – угловые скорости вращения левой и правой полуосей и корпуса дифференциала соответственно.

Соотношение для крутящих моментов описывается формулой 2:

$$M_{л} + M_{п} = M_{к}, \quad (2)$$

где $M_{л}$, $M_{п}$, $M_{к}$ – крутящие моменты на левой и правой полуосях и корпусе дифференциала соответственно.

В данной работе сопротивление движению, численно равное максимальному моменту колеса по сцеплению с опорной поверхностью, создаваемое колесами, определяется при помощи формул:

$$M_{сл} = R_{зл} \cdot \varphi_{л} \cdot r_k$$

$$M_{сп} = R_{зп} \cdot \varphi_{п} \cdot r_k,$$

где $R_{зл}$, $R_{зп}$ – статическая реакция в пятне контакта колеса с дорогой для полностью груженого автомобиля. Реакции для левого и правого колес приняты одинаковыми и равными 15000 Н, что соответствует нагрузке на одно колесо груженого автомобиля ГАЗ [10]; $\varphi_{л}$, $\varphi_{п}$ – коэффициент сцепления колеса с опорной поверхности (для каждого режима вводятся индивидуально); r_k – радиус качения колеса, в работе принят равным 513 мм.

По данным для дифференциалов, разработанных для автомобилей ГАЗ по формулам, представленным в работе [1], были получены значения моментов трения между корпусом дифференциала и каждой из выходных шестерней:

$$M_{тр_л} = M_{тр_п} = 293 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

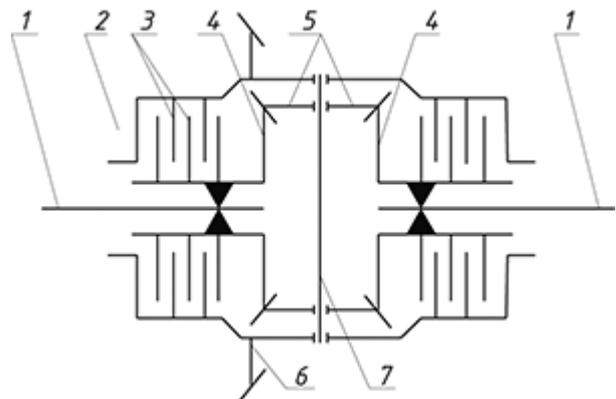


Рис. 2. Кинематическая схема дифференциала с фрикционными шайбами:

- 1 – полуоси; 2 – картер дифференциала;
- 3 – фрикционы; 4 – полуосевые шестерни;
- 5 – сателлиты; 6 – конические шестерни ЦП;
- 7 – крестовина

Fig. 2. Kinematic diagram of the differential with friction washers: 1 – half-shafts; 2 – differential housing; 3 – clutches; 4 – half-axle gears; 5 – satellites; 6 – bevel gears; 7 – cross section

Значение момента трения, зависит только от конструктивных параметров и не изменяется при различных режимах работы дифференциала с внутренним трением. Для исследуемого дифференциала с дисками из стали 65Г, с одиннадцатью парами трения с каждой стороны был получен коэффициент блокировки 2.12, что соответствует значению данного коэффициента у реальных конструкций.

Описание разработанной математической модели дифференциала

Для моделирования дифференциала с фрикционными шайбами разработана математическая твердотельная динамическая модель в приложении *RecurDyn* [9].

Модель дифференциала и схема размещения шарниров и силовых связей представлены на рис. 3. Модель включает в себя: корпус дифференциала 1, два сателлита 2, 3 и две выходных шестерни 4, 5.

При моделировании сделаны допущения – все тела абсолютно жесткие, трение в шарнирах и зубчатых зацеплениях отсутствует, подшипники дифференциала моделируются шарниром *Revolute 1* (рис. 3, а). Вращение корпуса дифференциала относительно неподвижного звена осуществляется кинематически – угловая скорость входного звена плавно увеличивается за 5 секунд до постоянного значения в 5 рад/с, что соответствует скорости движения рассматриваемого автомобиля 9 км/ч.

Зубчатое зацепление между сателлитами и выходными шестернями было задано шарни-

ром *Gear 2* (рис. 3, б) из стандартной библиотеки приложения. Для моделирования моментов сопротивления движению на выходные звенья дифференциала со стороны неподвижного звена приложены крутящие моменты *Rotation 4*. Значение моментов сопротивления для каждого из расчетных случаев представлены ниже.

Моделирование момента трения в фрикционных шайбах выполнено также с помощью силовой связи *Rotation 3* (рис. 3, б). Момент трения обычно моделируется с использованием функции *sign*:

$$M_{\text{тр}} = M \cdot \text{sign}(\Delta\omega),$$

где M – значение момента трения; $\Delta\omega$ – разница угловых скоростей вращающихся деталей – между корпусом и каждой полуосевой шестерней.

Для плавного нарастания момента трения в настоящей работе момент моделировался с использованием функции гиперболического тангенса:

$$M_{\text{тр}} = M \cdot \tanh(k \cdot \Delta\omega),$$

где k – коэффициент пропорциональности, в работе принят равным 5.

Анализ работы модели

Для анализа работы смоделированы восемь режимов движения колесной машины. Для каждого из режимов были получены графики угловых скоростей вращения корпуса дифференциала, правой и левой выходных шестернях (рис. 4), а также моментов на корпусе дифференциала, правой и левой выходных шестернях (рис. 5).

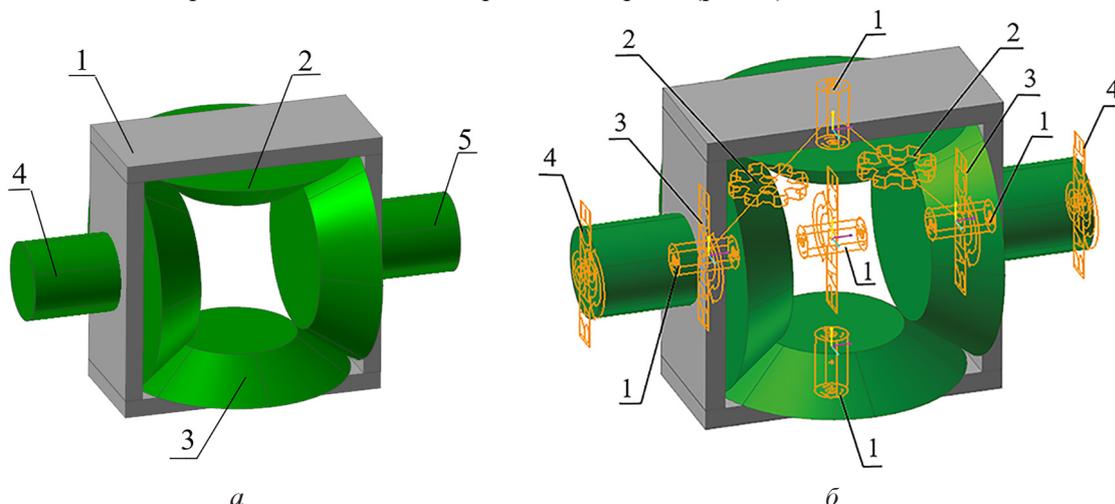
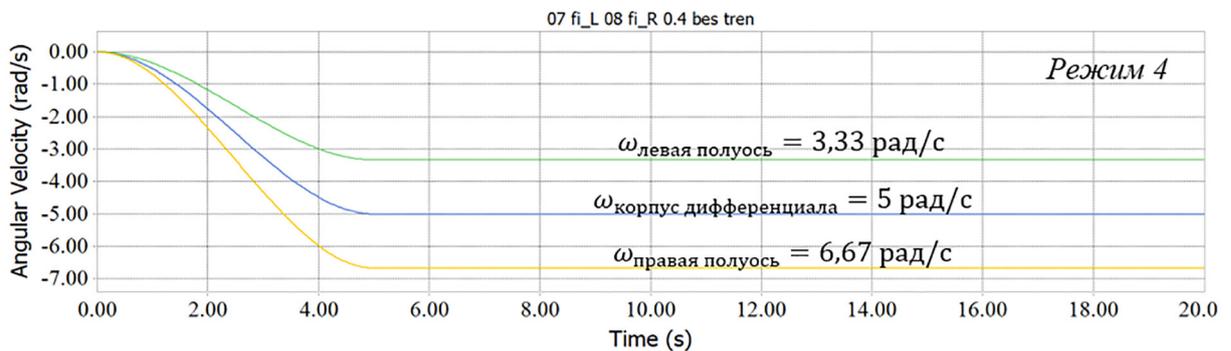
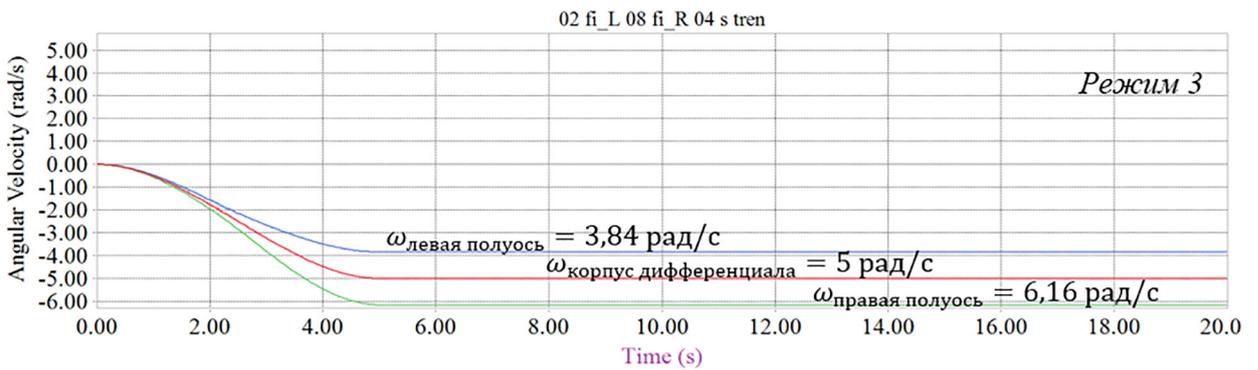
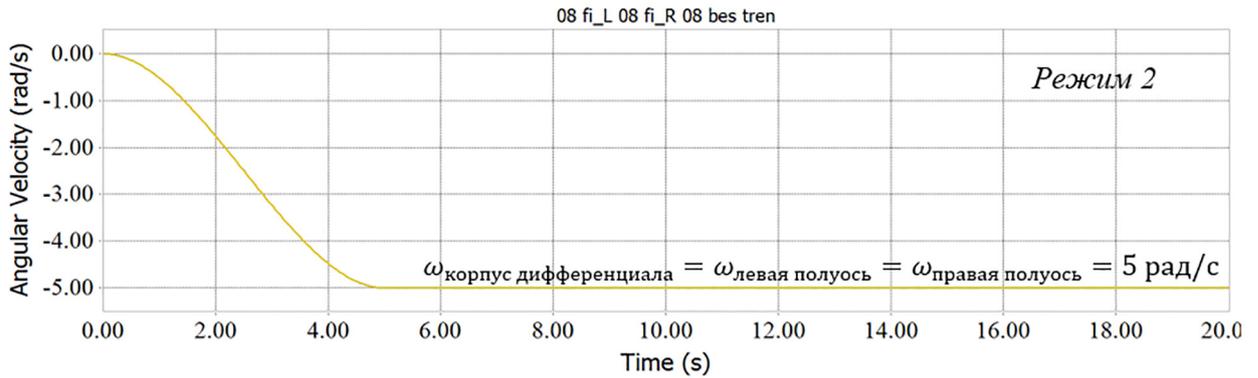
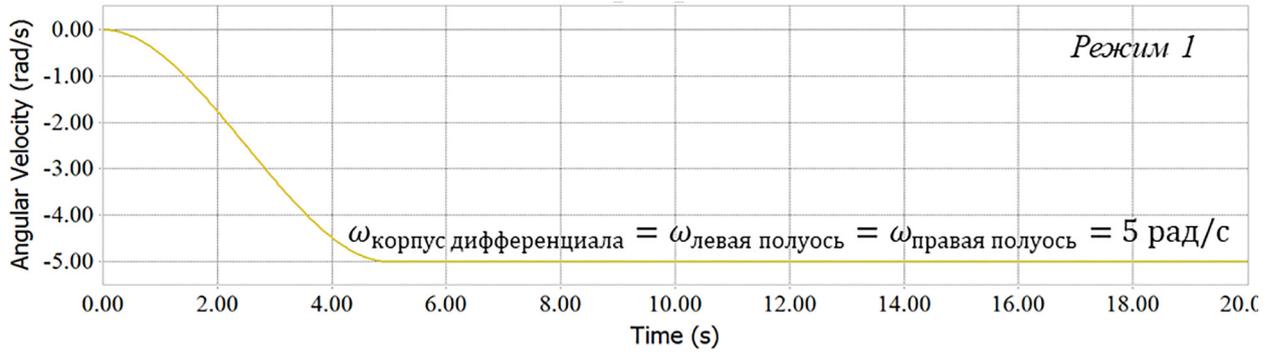


Рис. 3. Модель дифференциала с внутренним трением:
 а) звенья модели; б) схема размещения шарниров и силовых связей

Fig. 3. Internal friction differential model: a) links of the model; b) layout of hinges and power connections



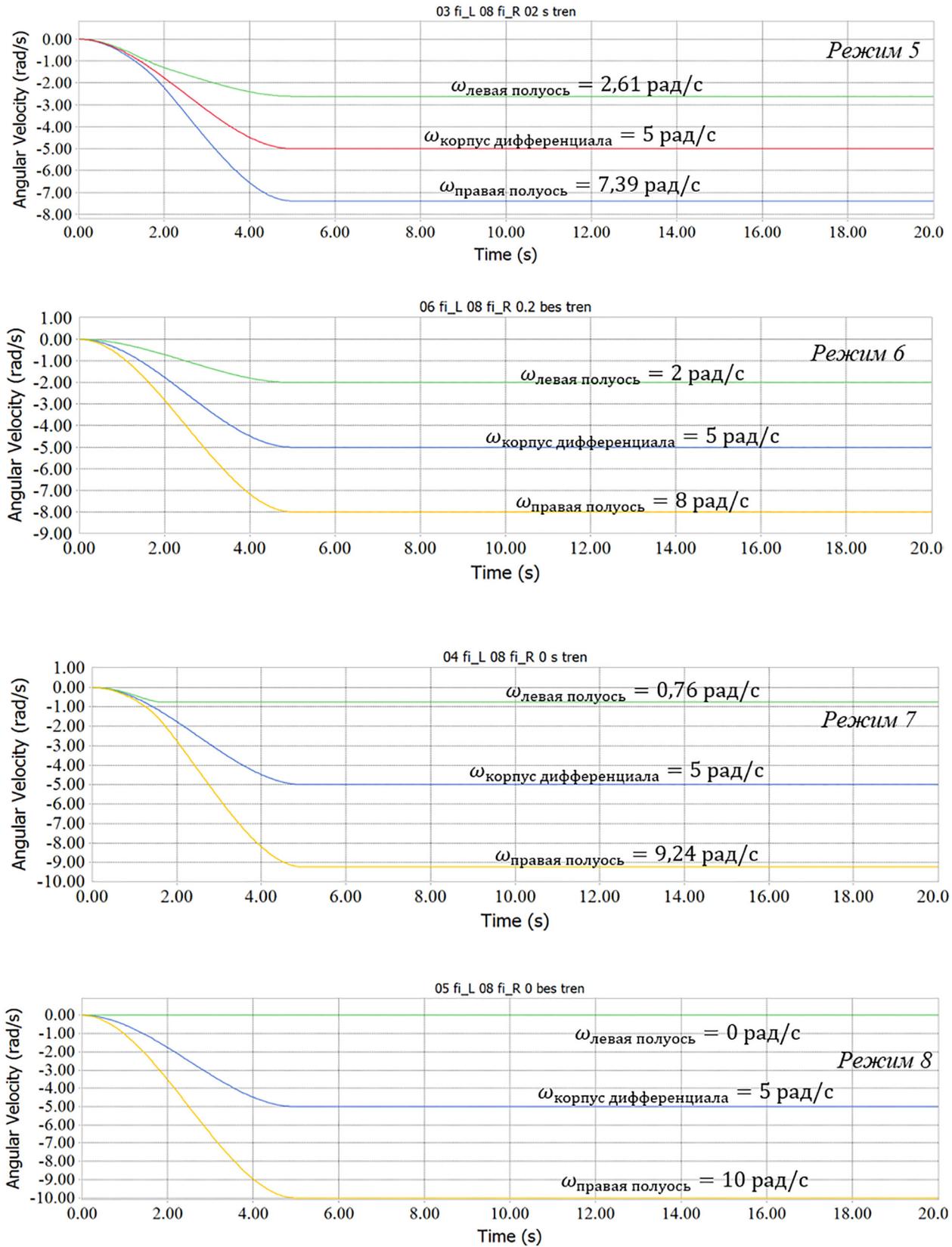
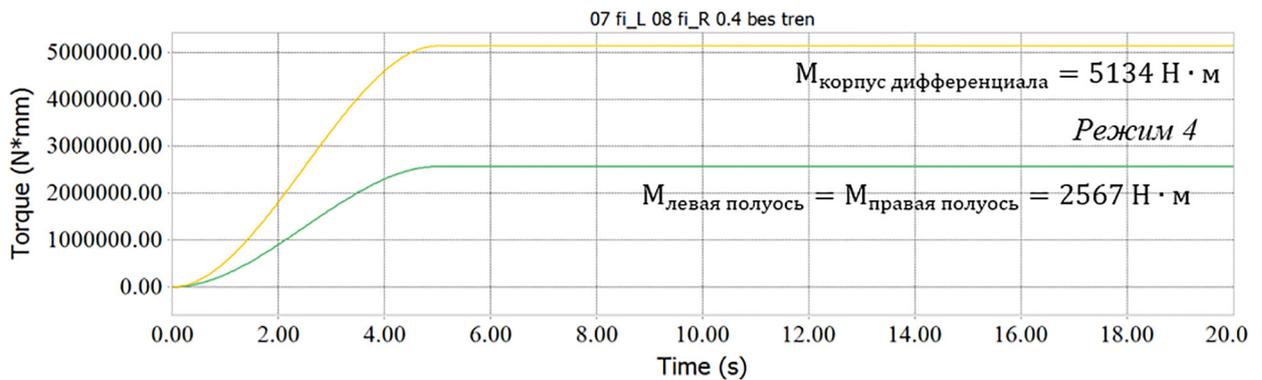
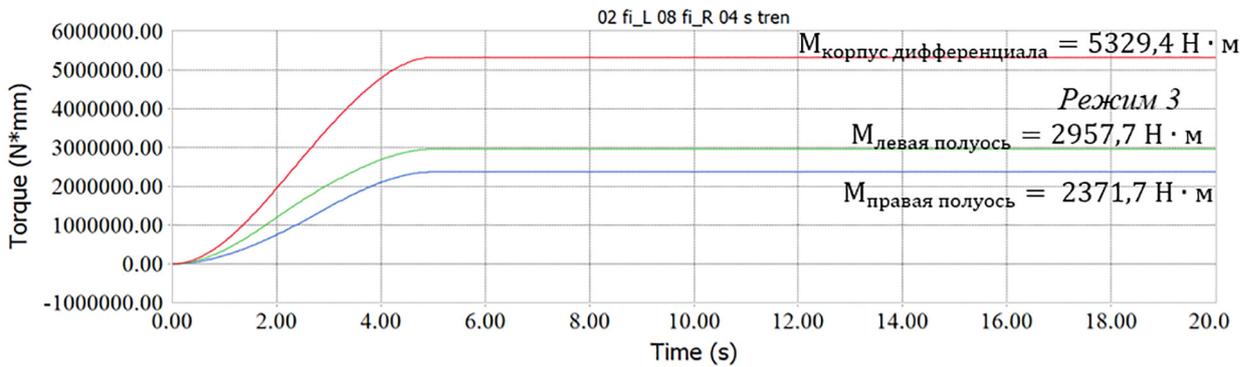
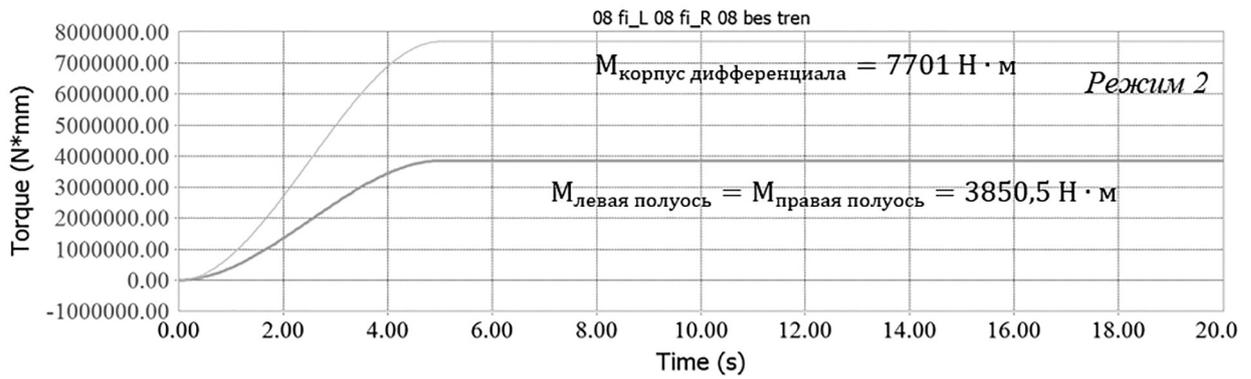
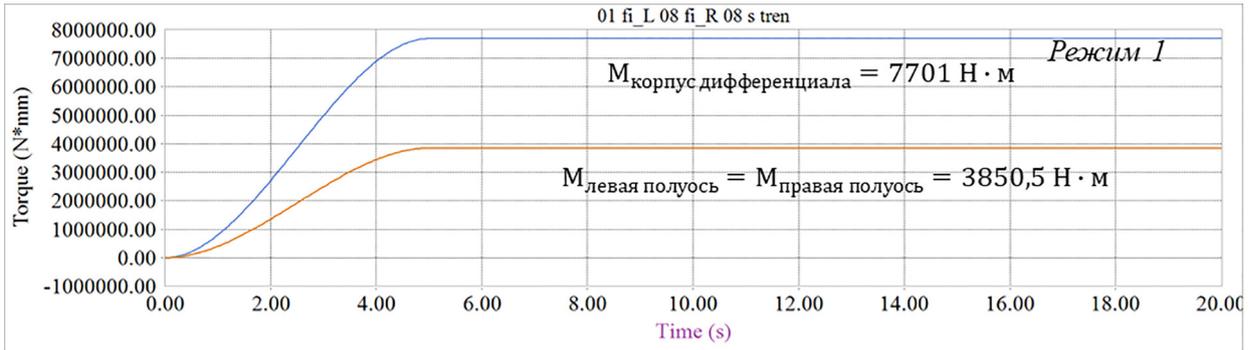


Рис. 4. Графики изменения угловых скоростей звеньев дифференциала в процессе моделирования для режимов 1–8

Fig. 4. Graphs of changes in the angular velocities of the differential links during the simulation for modes 1–8



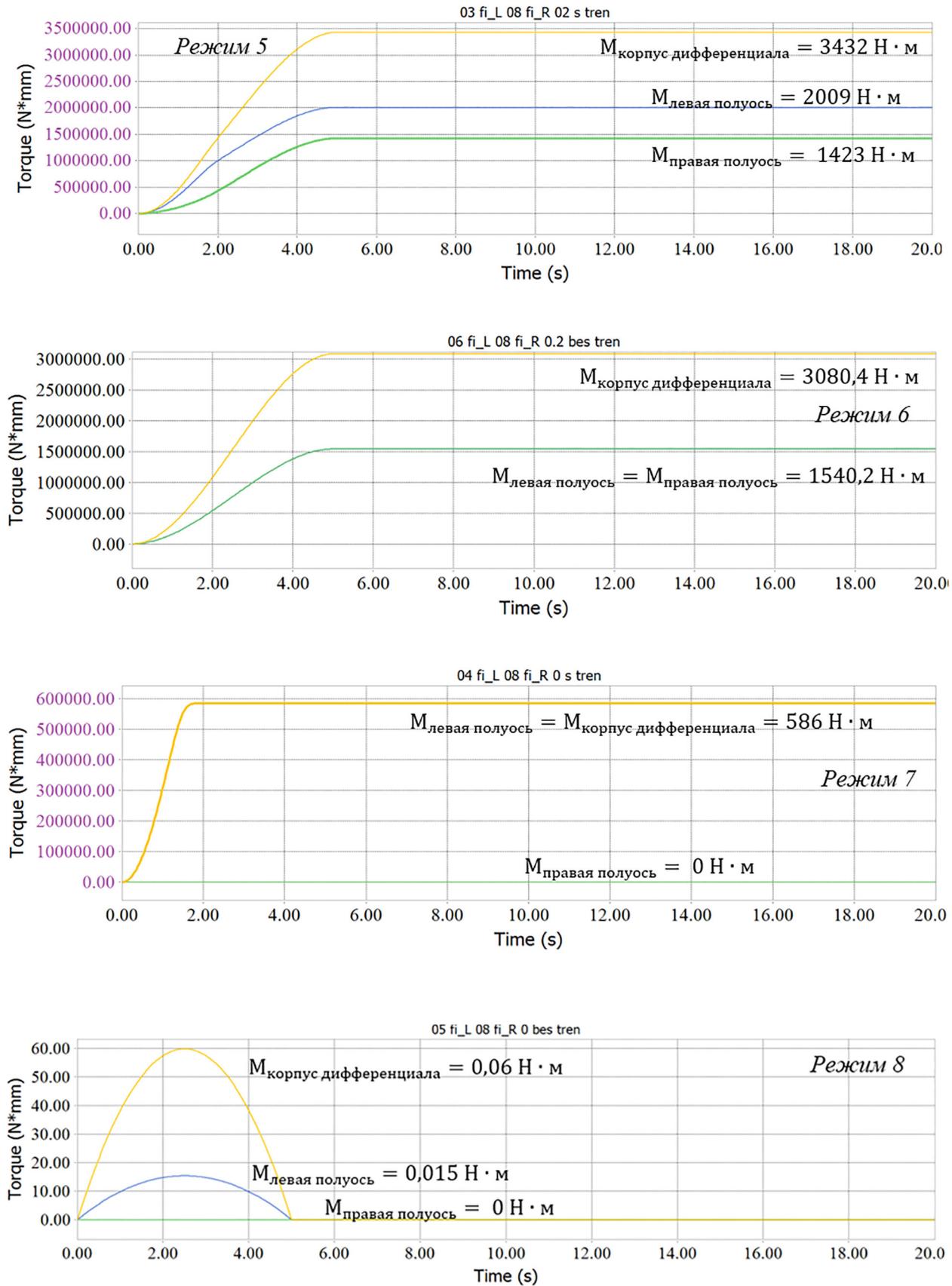


Рис. 5. Графики изменения крутящих моментов на звеньях дифференциала в процессе моделирования для режимов 1–8

Fig. 5. Graphs of changes in torque on the differential links during the simulation for modes 1–8

Были приняты следующие значения $M_{k \max} = 13277 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_{\text{тр}} = 293 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $R_{\text{зл}} = R_{\text{зп}} = 15000 \text{ Н}$. В таблице 1 приведены изменяемые параметры для всех восьми режимов.

Результаты исследования

Полученные установившиеся значения угловых скоростей и крутящих моментов были проверены на соответствие с аналитическими результатами, полученными по формулам (1) и (2) соответственно. Полученные результаты для всех восьми режимов представлены в таблице 2.

После анализа всех режимов можно сделать вывод: модель работает адекватно как с трением, так и без него. Если в модели включено трение, то дифференциал становится самоблокирующимся, при повышении момента происходит блокировка и колесо, стоящее на опорной поверхности с большим коэффициентом, вращается с большей угловой скоростью, нежели в обычном симметричном дифференциале без блокировки. Это позволяет

колесу, находящемуся на опорной поверхности с лучшим сцеплением, реализовывать большую силу тяги по сцеплению.

Выводы

1. При помощи виртуального стенда рассмотрена универсальная модель дифференциала, позволяющая исследовать работу как простых симметричных дифференциалов, так и дифференциалов с внутренним трением.

2. По результатам проведенной работы установлено, что работа созданной математической модели автомобильного дифференциала адекватна. Полученные значения угловых скоростей и крутящих моментов совпадают с расчетными значениями, полученными по известным аналитическим зависимостям.

3. Модель обладает хорошей производительностью, моделирование происходит быстрее реального времени. Поэтому разработанную модель дифференциала можно применять при моделировании трансмиссии для расчета динамики колесных машин.

Таблица 1

Режимы движения и исходные данные

Table 1. Modes of movement and initial data

№ режима	Коэффициент сцепления		Момент трения, Нм
	под правым колесом	под левым колесом	
1	0,8	0,8	293
2	0,8	0,8	0
3	0,4	0,8	293
4	0,4	0,8	0
5	0,2	0,8	293
6	0,2	0,8	0
7	0	0,8	293
8	0	0,8	0

Таблица 2

Результаты исследования

Table 2. Research results

№ режима	Параметры оценки					
	$\omega_{\text{левая полуось}}^?$ рад/с	$\omega_{\text{правая полуось}}^?$ рад/с	$\omega_{\text{корпус диф.}}^?$ рад/с	$M_{\text{левой полуоси}}^?$ Н·м	$M_{\text{правой полуоси}}^?$ Н·м	$M_{\text{корпус диф.}}^?$ Н·м
1	5	5	5	3850,5	3850,5	7701
2	5	5	5	3850,5	3850,5	7701
3	3,84	6,16	5	2957,7	2371,7	5329,4
4	3,33	6,67	5	2567	2567	5134
5	2,61	7,39	5	2009	1423	3432
6	2	8	5	1540,2	1540,2	3080,4
7	0,76	9,24	5	586	0	586
8	0	10	5	0,015	0	0,06

4. Модель дифференциала универсальна, так при нулевом значении момента внутреннего трения модель ведет себя как простой симметричный дифференциал, при заданном значении момента трения – как самоблокирующийся, при очень большом значении момента трения модель становится полностью блокируемой.

Литература

1. Андреев А.Ф., Ванцевич В.В., Лефаров А.Х. Дифференциалы колесных машин. Издательство «Машиностроение», 1987. 51–54 с.
2. Вольская Н.С., Левенкова Е.Ю., Чудаков О.И. Конструкции приводов и распределительных механизмов современных автомобилей: Учебно-методическое пособие. 17–23 с.
3. Агейкин Я.С., Вольская Н.С., Чичекин И.В. Проходимость автомобиля: учебник. М.: МГИУ, 2010. 275 с.
4. Горелов В.А., Чудаков О.И. Повышение тягово-динамических свойств и активной безопасности колесной машины за счет рационального перераспределения крутящего момента между осями. Сборник: Технологии и компоненты интеллектуальных транспортных систем. 2018. С. 181–192.
5. Тарасик В.П., Пузанова О.В., Курстак В.И. Моделирование дифференциальных приводов ведущих колес мобильных машин. Вестник Белорусско-Российского университета. 2009. № 3 (24). С. 42–53.
6. Жилейкин М.М. Стабилизация движения двухосных колесных машин за счет перераспределения крутящих моментов между ведущими колесами. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2017. № 3 (684). С. 31–39.
7. Чичекин И.В., Левенков Я.Ю., Вольская Н.С., Ширяев К.Н., Ястребов Г.Ю. Моделирование движения колесной машины высокой проходимости по деформируемому грунту. Труды НАМИ. 2020. № 4 (283). С. 32–41.
8. Чичекин И.В., Максимов Р.О. Моделирование работы автомобильного дифференциала в системе расчета динамики твердых тел // Известия МГТУ «МАМИ», 2019. № 2 (40). С. 80–87. DOI: 10.31992/2074-0530-2019-40-2-80-87
9. Официальный сайт программного обеспечения RcurDyn с функцией Help [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://functionbay.com/documentation/onlinehelp/default.htm>, свободный. – Яз. англ. (дата обращения – 2021-10-13).
10. Руководство по эксплуатации автомобиля ГАЗ-66-11 и его модификации // Министерство автомобильной промышленности СССР, 1986. С. 8–11.

References

1. Andreyev A.F., Vantsevich V.V., Lefarov A.Kh. Differentsialy kolesnykh mashin [Differentials of wheeled vehicles]. Izdatel'stvo «MashinostroyeniYE» Publ., 1987. 51–54 p.
2. Vol'skaya N.S., Levenkova Ye.Yu., Chudakov O.I. Konstruktsii privodov i raspredelitel'nykh mekhanizmov sovremennykh avtomobiley [Design of drives and distribution mechanisms of modern automobiles]: Uchebno-metodicheskoye posobiye. 17–23 p.
3. Ageykin Ya.S., Vol'skaya N.S., Chichekin I.V. Prokhodimost' avtomobilya [Vehicle cross-country ability]: uchebnik. Moscow: MGIU Publ., 2010. 275 p.
4. Gorelov V.A., Chudakov O.I. Improving traction and dynamic properties and active safety of a wheeled vehicle due to rational redistribution of torque between axles. Sbornik: Tekhnologii i komponenty intellektual'nykh transportnykh sistem. 2018, pp. 181–192 (in Russ.).
5. Tarasik V.P., Puzanova O.V., Kurstak V.I. Modeling differential drives of driving wheels of mobile vehicles. Vestnik Belorussko-Rossiyskogo universiteta. 2009. No 3 (24), pp. 42–53 (in Russ.).
6. Zhileykin M.M. Stabilization of the movement of two-axle wheeled vehicles due to the redistribution of torque between the driving wheels. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye. 2017. No 3 (684), pp. 31–39 (in Russ.).
7. Chichekin I.V., Levenkov Ya.Yu., Vol'skaya N.S., Shirayev K.N., Yastrebov G.Yu. Modeling the motion of a wheeled vehicle of high cross-country ability on deformable soil. Trudy NAMI. 2020. No 4 (283), pp. 32–41 (in Russ.).
8. Chichekin I.V., Maksimov R.O. Modeling the operation of an automobile differential in a system for calculating the dynamics of rigid bodies. Izvestiya MGTU «MAMI», 2019. No 2 (40), pp. 80–87 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2019-40-2-80-87
9. Ofitsial'nyy sayt programmnoy obespecheniya RcurDyn s funktsiyey Help [Official website of RcurDyn software with Help function] [Elektronnyy resurs]. URL: <https://functionbay.com/documentation/onlinehelp/default.htm>, svobodnyy. – Yaz. angl. (accessed – 2021-10-13).
10. Rukovodstvo po ekspluatatsii avtomobilya GAZ-66-11 i yego modifikatsii [Operation manual for the GAZ-66-11 vehicle and its modifications]. Ministerstvo avtomobil'noy promyshlennosti SSSR Publ., 1986, pp. 8–11.

MODELING THE WORK OF THE AUTOMOTIVE DIFFERENTIAL WITH INTERNAL FRICTION IN THE SYSTEM FOR CALCULATING THE MULTI BODY DYNAMICS

PhD in Engineering **I.V. Chichekin, A.A. Shuranova**
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
chichekin_iv@bmstu.ru, arina1999_arina@mail.ru

The work is devoted to the operation of an automobile differential of suspended friction modeling in the system for calculating the dynamics of coupled bodies. The model was developed in the RecurDyn application for calculating the dynamics of rigid and deformable bodies from the FunctionBay company. The aim of the work is to develop a mathematical model of the differential with friction washers and to confirm the adequacy of its operation. The developed mathematical model of the differential is tested for the possibility of its subsequent use in modeling the transmission of a vehicle in the calculating the dynamics of coupled bodies system. In this work, a model of the differential has been created and described in detail. The model was used for the analysis of kinematics and dynamics. Methods of modeling a simple symmetric differential and a self-locking one are shown based on one mathematical model. The well-known analytical dependences describing the kinematic and force laws of the ratio of angular velocities and torques between the output links and the differential housing are given. A method for calculating and modeling the friction torque in the differential was selected and described. An equation describing the frictional moment in the differential is presented.

A virtual test bench was developed and described. Afterwards it was used for differential operation simulation. Load modes that are equivalent to various driving conditions of a real automobile are selected, their quantitative parameters are given. In this work, the criteria for evaluating the performance of the differential model are selected. The results of modeling for all load modes are given. According to those results the adequacy of the developed mathematical model of the differential with friction washers is proved. The proposals on the use of the developed model are given.

Keywords: self-locking differential, mathematical model, dynamics of coupled bodies, RecurDyn.

Cite as: Chichekin I.V., Shuranova A.A. Modeling the work of the automotive differential with internal friction in the system for calculating the multi body dynamics. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2021. No 4 (50), pp. 73–82 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2021-50-4-73-82