

DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-501750>

Оригинальное исследование



Анализ столкновения осаждающихся твёрдых частиц со стенкой в вязкой жидкости

А.С. Кондратьев¹, П.П. Швыдько²

¹ Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация;

² Системотехника, Москва, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Обоснование. При расчётах скоростей свободного осаждения твёрдых частиц в вязкой ньютоновской жидкости предполагается, что влиянием приближающегося дна сосуда можно пренебречь. Необходимость учёта этого фактора возрастает с приближением дна сосуда и с уменьшением геометрического размера частиц.

Цель — разработка методики расчёта скорости осаждения твёрдых частиц в ньютоновской жидкости с учётом приближающегося дна сосуда и определение границы его применимости.

Материалы и методы. Анализируется известная расчётная модель движения осаждающихся дисперсных твёрдых частиц при приближении к дну сосуда. Показано, что известная модель расчёта скорости осаждения твёрдых частиц при вблизи дна сосуда нуждается в уточнении.

Результаты. Предложенная модификация расчётной модели определения скорости осаждения твёрдых частиц, учитывающая наличие дна сосуда, позволяет обеспечить физически более достоверные результаты. Даны разъяснения о влиянии броуновского движения молекул жидкости на движение осаждающихся твёрдых частиц.

Заключение. Практическая ценность исследования заключается в возможности расчёта скорости осаждения твёрдых частиц при приближении к дну сосуда.

Ключевые слова: твёрдые частицы; скорость осаждения; влияние дна сосуда.

Как цитировать:

Кондратьев А.С., Швыдько П.П. Анализ столкновения осаждающихся твёрдых частиц со стенкой в вязкой жидкости // Известия МГТУ «МАМИ». 2023. Т.17, № 3. С. 233–239. DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-501750>

Рукопись получена: 17.05.2023

Рукопись одобрена: 15.08.2023

Опубликована онлайн: 15.10.2023

DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-501750>

Original study article

Analysis of collisions of precipitating solid particles with a wall in a viscous liquid

Alexander S. Kondratiev¹, Pavel P. Shvydko²

¹ Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation;

² Sistemotekhnika, Moscow, Russian Federation

ABSTRACT

BACKGROUND: When calculating velocities of free precipitation of solid particle in a viscous Newtonian liquid, it is assumed that influence of incoming vessel head can be neglected. Necessity of considering this factor grows with a vessel head getting closer and with decrease of particles' geometrical size.

AIMS: Development of the method of calculating solid particles' precipitation rate in a Newtonian fluid considering the incoming vessel head and definition the limits of its application.

METHODS: The known analytical model of motion of precipitating disperses solid particles when approaching a vessel head is analyzed. It is shown that the known model of calculation of solid particles' precipitation rate near the vessel head needs to be refined.

RESULTS: The proposed modification of the analytical model of definition the solid particles' precipitation rate considering the existence of a vessel head helps to ensure more credible results from physical standpoint. Recommendations regarding the influence of the Brownian motion of fluid's molecules on motion of precipitating solid particles are given.

CONCLUSION: Practical value of the study lies in ability to calculate solid particles' precipitation rate near to a vessel head.

Keywords: solid particles; precipitation rate; influence of a vessel head.

To cite this article:

Kondratiev AS, Shvydko PP. Analysis of collisions of precipitating solid particles with a wall in a viscous liquid. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2023;17(3):233–239. DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-501750>

Received: 17.05.2023

Accepted: 15.08.2023

Published online: 15.10.2023

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании осаждения твёрдых частиц в жидкой среде предполагается, что среда состоит из частиц дисперсной твёрдой фазы и вязкой ньютоновской жидкости. В отдельных работах анализируется процесс осаждения мелких частиц твёрдой фазы в жидкой фазе в нижней придонной части двухфазной смеси.

Так, в работе [1] анализировалась возможность столкновения осаждающихся мелких твёрдых тел в вязкой жидкости с нижней горизонтальной стенкой (дном сосуда). Автор работы [1] в примечании указывает, что этот раздел статьи о столкновении осаждающейся твёрдой частицы тела с днищем сосуда выполнен в соавторстве с Забабахиным Н.Е.

В статье [2] практически полностью воспроизведена суть работы со ссылкой на оригинальный теоретический и расчётный материал, ранее изложенный в [1]. В графической части статьи, как и в [1], твёрдая частица представлена как цилиндрическая частица с верхним горизонтальным днищем заданного радиуса и нижним сферическим, радиус которого не указан. Высота вертикальной цилиндрической части частицы не названа и размер её также не указан.

В статье [2] дополнительно приведены результаты первых экспериментальных исследований, качественно подтверждающих теоретический вывод о невозможности в определённых условиях соударения выпуклых тел с ниже расположенной плоской стенкой сосуда. Однако никаких результатов сравнения поведения сферических частиц с расчётными оценками не приводится.

МЕТОД ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 1 показана принятая в работах [1, 2] форма частицы в виде цилиндра радиуса a с верхним плоским днищем и с выпуклым нижним днищем радиуса R , укажем дополнительно высоту цилиндрической части H . Частица приближается к плоскому днищу сосуда со скоростью v .

Ширина зазора между нижней поверхностью частицы и плоской стенкой $h = Y + r^2 / (2R)$ со временем уменьшается. Таким образом, предполагается, что частица имеет форму цилиндра с плоской верхней и сферической нижней поверхностями. Предполагается также, что режим течения в кольцевом сечении между перемещающейся вниз частицей и плоской стенкой ламинарный. Распределение скорости v по толщине зазора принимается параболическим, а при данном r средняя по высоте скорость $u_{cp} = (2/3)u_{max}$, а градиент скорости у поверхности равен $4u_{max} / h$ или $6u_{cp} / h$.

Далее рассматривается элемент жидкого диска и действующие на него силы давления P и трения F ,

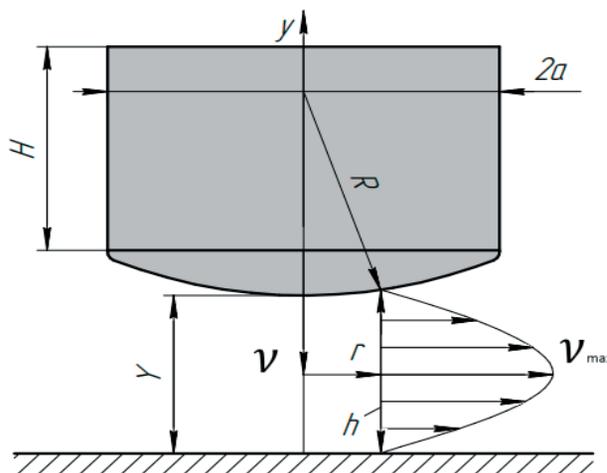


Рис. 1. Конфигурация взаиморасположения осаждающейся твёрдой частицы и плоской поверхности днища сосуда.

Fig. 1. Configuration of collocation of a precipitating solid particle and a flat surface of a vessel head.

сумма которых должна быть равна нулю. В результате определяется распределение давления в окружающей жидкости. Далее с учётом давления жидкости на торцы выделенного цилиндрического элемента жидкости определяется суммарная замедляющая сила и записывается уравнение движения осаждающего тела [1, 2]:

$$M \frac{dv}{dt} = -\frac{3}{2} \pi \eta v \frac{a^4}{Y \cdot (Y + a^2 / 2R)^2}. \quad (1)$$

В уравнении (1) величина M обозначает эффективную массу тела, превосходящую его истинную массу на величину присоединённой массы жидкости. Эта масса прибавляется к массе тела, движущегося неравномерно в жидкой среде для учёта воздействия среды на это тело [3]. Величина присоединённой массы зависит от формы тела, направления движения и плотности среды.

Далее для упрощения конечных расчётных выражений полагается, что расстояние от нижнего, придонного контура частицы до неподвижного днища сосуда мало, что позволяет значительно упростить сформулированные расчётные выражения.

Поскольку $\frac{dv}{dt} = v \cdot \frac{dv}{dY}$, и, полагая, что $Y \ll (a^2 / 2R)$, выражение (1) упрощаем, и оно принимает вид:

$$\frac{dv}{dY} = -6\pi\eta \cdot \left(\frac{R^2}{MY} \right)^2. \quad (2)$$

Интегрируя последнее выражение с граничным условием, что при $Y = Y_0$, $v = v_0$, получим

$$v - v_0 = -6\pi\eta \cdot \frac{R^2}{M} \cdot \ln \left(\frac{Y}{Y_0} \right). \quad (3)$$

Полагая, что частица остановилась $v = 0$, выражение (3) преобразуем в соотношение

$$Y_k = Y_0 \exp\left(\frac{Mv_0}{6\pi\eta R^2}\right). \quad (4)$$

В работах [1, 2] приводится один и тот же пример расчёта: $M = 1$ мг, $R = 0,05$ см, $Y_0 = 1$ мм, $\eta = 0,01$ г/см·с при $v_0 = -1$ см/с. В обеих статьях расчёт по формуле (4) даёт значение $Y_k = 0,012$ см, т. е. частица не касается дна сосуда.

Кроме того, в работе [1] дополнительно приводится второй пример расчёта с отличающимися исходными данными: $M = 1$ г, $R = 0,5$ см, $Y_0 = 1$ см, $\eta = 0,01$ г/см·с при $v_0 = -1$ см/с. Расчёт по формуле (4) даёт значение $Y_k = 10-8$ см, что много меньше ожидаемой шероховатости поверхности, т. е. частица практически касается дна сосуда [1].

В этих двух примерах, несмотря на значительное различие в массах частиц, в тысячу раз, начальная скорость $v_0 = -1$ см/с принята одинаковой, что традиционно требует специального обоснования, которое отсутствует.

УТОЧНЕНИЕ МЕТОДИКИ РАСЧЁТА ПРИДОННОГО ОСАЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

Вместе с тем использование допущения $Y \ll (a^2 / 2R)$ не является препятствием для проведения интегрирования уравнения (1). Проведя интегрирование дифференциального уравнения (1) в пределах от Y_0 до Y_k , получим выражение:

$$v - v_0 = 6\pi\eta \cdot \frac{R^2}{M} \cdot \left[\begin{array}{l} \ln\left(1 + \frac{a^2}{2RY}\right) + \frac{1}{1 + a^2 / (2RY)} - \\ - \ln\left(1 + \frac{a^2}{2RY_0}\right) - \frac{1}{1 + a^2 / (2RY_0)} \end{array} \right]. \quad (5)$$

Полагая, что частица остановилась при $v = 0$, точнее близком к нулю, выражение (5) преобразуем в соотношение:

$$v_0 = 6\pi\eta \cdot \frac{R^2}{M} \cdot \left[\begin{array}{l} \ln\left(1 + \frac{a^2}{2RY_0}\right) + \frac{1}{1 + a^2 / (2RY_0)} - \\ - \ln\left(1 + \frac{a^2}{2RY_k}\right) - \frac{1}{1 + a^2 / (2RY_k)} \end{array} \right]. \quad (6)$$

В сравнении с предшествующим вариантом, рассмотренном в работах [1, 2] (см. выражение (4)), возникла зависимость от формы частицы, которая в [2] была

принята в виде цилиндра радиуса a с выпуклым дном радиуса R , обращенным в сторону дна сосуда.

В табл. 1 представлены результаты расчётов, приведённых в работах [1, 2] и полученных в настоящей работе. Во всех расчётах динамическая вязкость воды равна $\eta = 0,01$ г/см·с

Сравнение результатов расчётов, выполненных в работах [1, 2], с расчётом с использованием соотношений, полученных в настоящей работе, показывает, что весьма значительно уточняется значение конечного расстояния Y_k от вершины тела до неподвижной стенки. Кроме того, появилась возможность определить локальное значение скорости частиц в v_k см/с в этих точках.

Отметим также, что расчётные значения величины Y_k находятся на уровне микронов и менее, что соответствует шероховатости поверхности, достигаемой при её шлифовании [4], и представляются физически недостижимыми в реальных условиях заполненного жидкостью сосуда.

С использованием полученных результатов оценим приемлемость допущений, использованных в работах [1, 2], а именно условие

$$Y \ll (a^2 / 2R). \quad (7)$$

В работах [1, 2] не содержится никакой информации о величине радиуса частицы a . Поэтому при проведении расчётов в рамках используемой модели принималось, что радиусы цилиндрической части частицы и радиус её выпуклой донной части равны, т. е. $a = R$. В этом случае условие (7) преобразуется в соотношение

$$Y \ll R / 2. \quad (8)$$

Расчётные данные, приведённые в табл. 1, показывают, что условие (8) выполняется во всех случаях при расположении частиц вблизи нижней неподвижной

Таблица 1. Сравнение расчётных характеристик осаждения твёрдых частиц вблизи горизонтального дна сосуда

Table 1. Comparison of calculated properties of solid particles precipitation near a horizontal vessel head

Обозначения, размерность	Источник			
	[1]	(6)	[1], [2]	(6)
M , г	1	1	0,001	0,001
R , см	0,5	0,5	0,05	0,05
v_0 , см/с	-1	-1	-1	-1
Y_0 , см	1	1	0,1	0,1
Y_k , см	10-8	$5,4 \times 10^{-11}$	0,01	$1,177 \times 10^{-3}$
v_k , см/с		$5,54 \times 10^{-5}$		$2,777 \times 10^{-4}$

поверхности. Условие (8) не выполняется в исходном состоянии с использованием соотношений приведённых в [1, 2].

Ранее выполненные исследования [5] показали, что в случае твёрдых частиц произвольной формы целесообразно использовать три характерных диаметра частицы: $d_v^3 = 6a^2(H + 2a/3)$ — куб диаметра шара, эквивалентного объёму частицы; $d_s^2 = a(3a + 2H)$ — квадрат диаметра шара, эквивалентного по площади боковой поверхности частицы; $d_m = 2a$ — диаметр шара, эквивалентного по площади миделевому сечению частицы. В выражении для числа Рейнольдса используется эквивалентный диаметр частицы $d_e = (2d_s + d_m)/3$. С использованием таких представлений рассчитывались силы гидравлического сопротивления для твёрдых частиц, выполненных в виде двух сферических частиц, диске, иглоподобных эллипсоидах. Во всех случаях для двух различных ориентаций частиц относительно вертикального направления осаждения частиц получено удовлетворительное соответствие с результатами точных численных расчётов [5]. Этот подход был распространён и на осаждение полимодальных двухфазных смесей. В этом случае учитывалось также столкновение между частицами разных фракций твёрдой фазы. В дальнейшем такой подход использовался для расчёта движения полимодальных смесей твёрдых частиц в горизонтальных, вертикальных и наклонных трубопроводах [6]. При этом дополнительно учитывался процесс диффузии твёрдых частиц в вертикальном направлении.

Во всех случаях при исследовании осаждающихся твёрдых частиц и движении их в потоках жидкости необходима полная информация о фактической геометрической конфигурации твёрдых частиц. В работах [1, 2] фигурирует лишь один непосредственно геометрический параметр — радиус нижнего выпуклого днища твёрдой частицы R . Величина M определяет массу частицы, но без указания плотности вещества частицы, что не позволяет определить её объём и далее определить, скорее даже оценить, величины a и H . Поэтому, к сожалению, не представляется возможным корректно рассчитать начальное значение скорости v_0 .

Скорость осаждения твёрдой частицы произвольной формы при использовании величины коэффициента гидравлического сопротивления по формуле Стокса для сферических частиц можно представить в виде зависимости [5]:

$$v_0 = (\rho_s - \rho) \cdot \frac{gd_v^3 d_e}{18\eta d_m^2} \quad (9)$$

Положим так же, как было принято в [1, 2], что при осаждении крупных части $a = H = R = 0,5$ см,

а в случае мелких частиц — $a_* = H_* = R_* = 0,5$ мм.

Используя выражение (9), определим отношение скоростей осаждения крупных частиц к скоростям осаждения мелких частиц.

$$\frac{v_{01}}{v_{02}} = \left(\frac{d_{v1}}{d_{v2}}\right)^3 \cdot \left(\frac{d_{e1}}{d_{e2}}\right) \cdot \left(\frac{d_{m2}}{d_{m1}}\right)^2, \quad (10)$$

где $d_{v1}^3 = 6a^2(H + 2a/3) = 1,25$ см³;
 $d_{v2}^3 = 6a_*^2(H_* + 2a_*/3) = 1,25$ мм³; $d_{m1} = 2a = 1$ см;
 $d_{s1} = [a(3a + 2H)]^{1/2} = 1,118$ см;
 $d_{e1} = (2d_{s1} + d_{m1})/3 = 1,0787$ см;
 $d_{s2} = [a_*(3a_* + 2H_*)]^{1/2} = 1,118$ мм;
 $d_{m2} = 2a_* = 2 \times 0,5 = 1$ мм;
 $d_{e2} = (2d_{s2} + d_{m2})/3 = 1,0787$ мм.

Подставляя приведённые численные значения в выражение (10), получим, что отношение $v_{01}/v_{02} = 100$, т. е. скорости осаждения частиц значительно различаются, а не равны, как предполагается в работах [1, 2].

Применительно к сферическим осаждающимся частицам такой же вывод следует и из известной формулы Стокса для осаждающихся сферических частиц:

$$v_0 = (\rho_s - \rho) \frac{gd^2}{18\eta}. \quad \text{В этом случае при различии диаметра}$$

частиц в 10 раз скорости осаждения также различаются в 100 раз.

При определении скорости свободного осаждения твёрдых частиц, как правило, не учитывается влиянием Броуновского движения на скорость свободного осаждения частиц. Как отмечается в [7], Броуновское движение оказывает важное влияние на двухфазные потоки, включающие мельчайшие твёрдые частицы. Если исходить из условия, что кинетическая энергия осаждающихся частиц много больше энергии теплового движения молекул, то условие, что Броуновским движением можно пренебречь, записывается в виде [5].

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\pi d^3}{6} \cdot \rho v^2 \gg \frac{3}{2} \cdot kT, \quad (11)$$

где $k = 1,38 \times 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана, T — температура в градусах Кельвина.

Характерное значение диаметра частиц, при котором необходимо учитывать влияние Броуновского движения на скорость осаждения твёрдых частиц, определяется выражением [5].

$$d \gg \left[\frac{5832kTv^2}{\pi \left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right)^2 g^2 \rho_s} \right]^{\frac{1}{7}} \quad (12)$$

Расчёты величины правой части в формуле (10) при различных значениях плотности материала твёрдых частичек в воде при $T = 293^\circ K$ представлены в табл. 2.

Из приведённых расчётных данных следует, что пренебречь влиянием Броуновского движения молекул несущей жидкости на движение осаждающихся твёрдых частиц можно лишь для частиц высокой плотности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённый анализ показал, что использование в работах [1, 2] допущения, что $Y \ll (a^2 / 2R)$, является физически некорректным при анализе осаждения твёрдых частиц вблизи плоского днища. Показано, что возможно получение аналитического решения без привлечения указанного допущения, что позволяет более точно определить координаты частицы вблизи плоского днища.

ДОПОЛНИТЕЛЬНО

Вклад авторов. А.С. Кондратьев — постановка задачи исследования, анализ публикаций по теме статьи, разработка обобщённой расчётной модели, анализ результатов расчётов, редактирование текста рукописи; П.П. Швыдько — библиографический поиск, проведение численных исследований, подготовка текста рукописи, создание изображений.

Авторы подтверждают соответствие своего авторства международным критериям *ICMJE* (все авторы внесли существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования и подготовку статьи, прочли и одобрили финальную версию перед публикацией).

Конфликт интересов. Авторы декларируют отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Authors' contribution. A.S. Kondratiev — statement of the research problem, search for publications on the topic of the article, writing the text of the manuscript, development of a generalized analytical model, analysis of calculation results, editing the text of the manuscript; P.P. Shvydko — bibliographic search, numerical research, preparation of the text of the manuscript, creating images. All authors made a substantial contribution to the conception of the work, acquisition, analysis, interpretation of data for the work, drafting and revising the work, final approval of the version to be published and agree to be accountable for all aspects of the work.

Competing interests. The authors declare that they have no competing interests.

Funding source. This study was not supported by any external sources of funding.

Таблица 2. Значения критического диаметра частиц твёрдой фазы

Table 2. Values of critical diameter of solid particles

ρ_s , кг/м ³	1250	1500	2000	2500	3000	3500	4000	4500
d , мм	0,116	0,095	0,078	0,069	0,064	0,060	0,057	0,054

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Забабахин Е.И. Некоторые случаи движения вязкой жидкости // Вопросы современной экспериментальной и теоретической физики. Л.: Наука, 1984. С. 58–68.
2. Здециц В.М., Сидоренко В.Д. Столкновение твердых тел в вязкой жидкости // Вісник КТУ. 2010. № 26. С. 59–61.
3. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1980.
4. ГОСТ 9378-93. Образцы шероховатости поверхности (сравнения). Межгосударственный стандарт. Минск: Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации, 2002. [дата

обращения: 17.05.2023] Режим доступа: <https://meganorm.ru/Data2/1/4294847/4294847416.pdf>

5. Кондратьев А.С. Осаждение полимодальных твердых частиц в ньютоновских жидкостях. М.: Спутник+, 2014.
6. Кондратьев А.С., Нья Т.Л., Швыдько П.П. Методология и методы расчета движения дисперсных твердых частиц в трубопроводах. М.: Мос. Политех. 2020.
7. Бэтчелор Дж. Влияние броуновского движения на среднее напряжение в суспензии сферических частиц // Гидродинамическое взаимодействие частиц в суспензиях. Механика. Новое в зарубежной науке. М.: Мир, 1980. Вып. 22. С. 124–153.

REFERENCES

1. Zababakhin EI. Some cases of viscous fluid motion. In: *Questions of modern experimental and theoretical physics*. Leningrad: Nauka; 1984:58–68. (in Russ).
2. Zdeschchits VM, Sidorenko VD. Collision of solids in a viscous fluid. *Visnik KTU*. 2010;26:59–61. (in Russ).
3. Sedov LI. Plane problems of hydrodynamics and aerodynamics. Moscow: Nauka; 1980. (in Russ).
4. GOST 9378-93. Obraztsy sherokhovatosti poverkhnosti (sravneniya). Mezghosudarstvennyy standart. Minsk: Mezghosudarstvennyy sovet po standartizatsii, metrologii i sertifikatsii; 2002. (in Russ). [дата обращения: 17.05.2023] Режим доступа: <https://meganorm.ru/Data2/1/4294847/4294847416.pdf>
5. Kondratyev AS. *Settlement of polymodal solids in Newtonian fluids*. Moscow: Sputnik+; 2014. (in Russ).
6. Kondratyev AS, Nya TL, Shvydko PP. *Methodology and methods for calculating the movement of dispersed solid particles in pipelines*. Moscow: Mos. Politekh; 2020. (in Russ).
7. Batchelor J. The influence of Brownian motion on the average stress in a suspension of spherical particles. In: *Hydrodynamic interaction of particles in suspensions. Mechanics. New in foreign science*. Moscow: Mir; 22:124–153. (in Russ).

ОБ АВТОРАХ

*** Кондратьев Александр Сергеевич,**

д-р техн. наук,
профессор кафедры «Промышленная теплоэнергетика»;
адрес: Российская Федерация, 107023, Москва,
ул. Большая Семеновская, д. 38;
ORCID: 0009-0001-2030-5165;
eLibrary SPIN: 6739-0496;
e-mail: ask41@mail.ru

Швыдько Павел Петрович,

руководитель проекта;
ORCID: 0009-0007-8030-6403;
eLibrary SPIN: 8347-3886;
e-mail: Shvydko.P@gmail.com

AUTHORS' INFO

*** Alexander S. Kondratiev,**

Dr. Sci. (Tech.),
Professor of the Industrial Heat Power Engineering Department;
address: 38 Bolshaya Semenovskaya street, 107023 Moscow,
Russian Federation;
ORCID: 0009-0001-2030-5165;
eLibrary SPIN: 6739-0496;
e-mail: ask41@mail.ru

Pavel P. Shvydko,

Project Manager;
ORCID: 0009-0007-8030-6403;
eLibrary SPIN: 8347-3886;
e-mail: Shvydko.P@gmail.com

* Автор, ответственный за переписку / Corresponding author