

DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-585185>

Оригинальное исследование



Монореактивный мультимассовый осциллятор нефиксированной частоты

И.П. Попов

Курганский государственный университет, Курган, Российская Федерация

АННОТАЦИЯ

Введение. Работа относится к области машиноведения, а именно: к осциллирующим механическим системам. Актуальность исследования определяется тем, что колебания инертных масс встречаются повсеместно.

Цель — разработка математической модели монореактивного мультимассового осциллятора нефиксированной частоты.

Методы исследований. Доказывается, что точки x_1, x_2, \dots, x_n , являющиеся координатами конца произвольного вектора \mathbf{R} в координатной системе $Ox_{z1}, Ox_{z2}, \dots, Ox_{zn}$, являются вершинами правильного многоугольника. Форма и размеры многоугольника не связаны с координатами вектора \mathbf{R} , т. е. неизменны. Центр правильного многоугольника во всех случаях совпадает с серединой вектора \mathbf{R} . В рассматриваемом (идеализированном) случае многоугольник, в вершинах которого расположены осциллирующие грузы массами m , лежит в плоскости Z . В технических приложениях грузы не должны препятствовать перемещениям друг друга, следовательно, каждому грузу должна соответствовать своя плоскость, а все плоскости должны быть параллельными (наподобие многопоршневого механизма).

Результаты. Условием возникновения свободных гармонических колебаний является неизменность полной энергии системы, которая в рассматриваемом случае является исключительно кинетической, что и обуславливает монореактивный характер осциллятора. В рассмотренном многомерном плоском монореактивном осцилляторе могут происходить свободные гармонические линейные колебания грузов.

Заключение. В энергообмене участвует только кинетическая энергия. В упругих элементах нет необходимости. Осциллятор не имеет фиксированной собственной частоты колебаний. Частота зависит от начальных скоростей и положений грузов. Правильный многоугольник x_1, x_2, \dots, x_n совершает двойное вращение — вокруг точки O и вокруг точки r . В то же время грузы осуществляют линейные гармонические колебания с амплитудой R . Использование кривошипно-ползунного или кривошипно-шатунного механизма позволит организовать параллельное движение грузов. Полученные результаты могут быть использованы при разработке и исследовании механизмов, совершающих возвратно-поступательные движения в поршневых двигателях, в мехатронике и робототехнических системах, в гидравлических машинах, вакуумной и компрессорной технике, в гидро- и пневмосистемах, в наземных транспортно-технологических средствах и комплексах.

Ключевые слова: многоугольник; осциллирующий груз; свободные колебания; монореактивная система; частота.

Как цитировать:

Попов И.П. Монореактивный мультимассовый осциллятор нефиксированной частоты // Известия МГТУ «МАМИ». 2024. Т. 18, № 1. С. 75–81.
DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-585185>

DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-585185>

Original Study Article

The monoreactive multibody floating-frequency oscillator

Igor P. Popov

Kurgan State University, Kurgan, Russian Federation

ABSTRACT

BACKGROUND: The study is related to the machine science field and to oscillating mechanical systems in particular. The study relevance is explained with the fact that oscillations of inertial masses can be found all-around.

AIM: Development of the mathematical model of the monoreactive multibody floating-frequency oscillator.

METHODS: It is proved that points x_1, x_2, \dots, x_n , which are coordinates of the end of the random vector R in the coordinate system $Ox_{z1}, Ox_{z2}, \dots, Ox_{zn}$, are vertexes of a regular polygon. Shape and size of the polygon are not related to coordinates of the vector R , so they are constant. The center of the regular polygon always coincides with the middle of the vector R . In the considered (idealized) case, the polygon with the oscillating bodies with the mass m located at vertexes belongs to the plane Z . In technical applications, bodies should not impede motion of each other, so each body should have an own plane, and all planes should be in parallel (alike the multipiston mechanism).

RESULTS: The condition of occurrence of natural harmonic oscillations is constancy of full energy of the system, which is exclusively kinematic in the considered case and which ensures monoreactive behavior of the oscillator. In the considered multidimensional planar monoreactive oscillator, free harmonic oscillations of bodies can occur.

CONCLUSIONS: Only kinetic energy takes part in energy exchange. There is no necessity in spring elements. The oscillator does not have fixed value of natural oscillation frequency. The frequency depends on initial velocities and location of bodies. The regular polygon x_1, x_2, \dots, x_n executes double rotation: around the point O and around the point r . Meanwhile, bodies execute linear harmonic oscillations with the amplitude of R . Use of either a slider-crank mechanism or a rod-crank mechanism helps to make bodies move in parallel. The obtained results can be used in development and study of mechanisms executing reciprocating motion in piston engines, in mechatronics and robotic systems, in hydraulic machines, vacuum and compressor machinery, in hydraulic and pneumatic systems, in on-ground transport and technological means and facilities.

Keywords: polygon; oscillating body; free oscillations; monoreactive system; frequency.

To cite this article:

Popov IP. The monoreactive multibody floating-frequency oscillator. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2024;18(1):75–81. DOI: <https://doi.org/10.17816/2074-0530-585185>

Received: 07.09.2023

Accepted: 01.02.2024

Published online: 30.03.2024

ВВЕДЕНИЕ

Известны двумерные [1] и трёхмерные [2] плоские монореактивные осцилляторы, в которых могут возникать свободные гармонические колебания [3]. Недостатком двумерных плоских монореактивных осцилляторов является несбалансированность по силам, что может приводить к вредным побочным вибрационным эффектам. Этого недостатка лишены трёхмерные осцилляторы. Вместе с тем представляет интерес возможность увеличения размерности плоских монореактивных осцилляторов, например, для моделирования центрально симметричных многопоршневых механизмов.

Актуальность исследования определяется тем, что колебания инертных масс встречаются повсеместно [4–7], в том числе, в поршневых двигателях, в мехатронике и робототехнических системах, в гидравлических машинах, вакуумной и компрессорной технике, в гидро- и пневмосистемах, в наземных транспортно-технологических средствах и комплексах, например, колебания решёт в зерноуборочных комбайнах и т. д.

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОМЕРНОГО ПЛОСКОГО МОНОРЕАКТИВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Подобно трёхмерной плоской системе координат [2] в координатной плоскости Z может быть рассмотрена многомерная система с n осями $0x_{z1}, 0x_{z2}, \dots, 0x_{zn}$, смещённых друг относительно друга на углы $2\pi/n$.

Из теоремы косинусов следует:

$$\begin{aligned} (x_i x_{i+1})^2 &= R^2 \left\{ \cos^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] + \cos^2 \left(\frac{i\pi}{n} - \varphi \right) - 2 \cos \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] \cos \left(\frac{i\pi}{n} - \varphi \right) \cos \frac{\pi}{n} \right\} = \\ &= R^2 \left\{ \cos^2 \left(\frac{i\pi}{n} - \varphi - \frac{\pi}{n} \right) + \left(\cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi + \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \right)^2 - 2 \left[\cos \frac{\pi}{n} \left(\cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi + \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin \frac{\pi}{n} \left(\sin \frac{i\pi}{n} \cos \varphi - \cos \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \right) \right] \cdot \left(\cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi + \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \right) \cos \frac{\pi}{n} \right\} = \\ &= R^2 \left(\cos^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi + \cos^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi + \sin^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi + 2 \cos^2 \frac{\pi}{n} \cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \frac{\pi}{n} \cos \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi \sin \frac{\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} - 2 \cos \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \sin \frac{\pi}{n} \sin \varphi + \right. \\ &\quad \left. + 2 \cos \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \sin \frac{\pi}{n} \cos \varphi - 2 \cos \frac{\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi \sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{i\pi}{n} - \right. \end{aligned}$$

Имеется произвольный вектор \mathbf{R} , исходящий из начала координат O . $\mathbf{R} \subset Z$. В указанных обстоятельствах справедлива

Теорема 1.

- 1.1. Точки x_1, x_2, \dots, x_n , являющиеся координатами конца вектора \mathbf{R} в координатной системе $0x_{z1}, 0x_{z2}, \dots, 0x_{zn}$, являются вершинами правильного многоугольника.
- 1.2. Форма и размеры многоугольника не связаны с координатами вектора \mathbf{R} , т. е. неизменны.
- 1.3. Центр правильного многоугольника во всех случаях совпадает с серединой вектора \mathbf{R} .

Доказательство

Координаты вектора \mathbf{R} равны

$$x_1 = R \cos \varphi, \quad (1)$$

$$x_2 = R \cos \left(\frac{\pi}{n} - \varphi \right), \quad (2)$$

$$x_3 = R \cos \left(\frac{2\pi}{n} - \varphi \right), \quad (3)$$

...

$$x_i = R \cos \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right], \quad (4)$$

...

$$x_n = R \cos \left[\frac{(n-1)\pi}{n} - \varphi \right]. \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
& -2 \sin^2 \frac{\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \cos \frac{i\pi}{n} \sin \varphi + \cos^2 \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi + \sin^2 \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi + \\
& + 2 \cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi - 2 \cos^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi - \\
& - 2 \cos^2 \frac{\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi - 2 \sin \frac{\pi}{n} \sin \frac{i\pi}{n} \cos^2 \varphi \cos \frac{i\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n} + \\
& + 2 \sin \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \sin \varphi \cos \varphi \cos \frac{\pi}{n} - 2 \cos^2 \frac{\pi}{n} \cos \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \sin \frac{i\pi}{n} \sin \varphi - \\
& - 2 \cos^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi - 2 \sin \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \cos \varphi \sin \varphi \cos \frac{\pi}{n} + 2 \sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{i\pi}{n} \sin^2 \varphi \sin \frac{i\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n} = \\
& = R^2 \left[\cos^2 \varphi \left(\sin^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} - \cos^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} + \cos^2 \frac{i\pi}{n} \right) + \right. \\
& \left. + \sin^2 \varphi \left(\sin^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} - \cos^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} + \sin^2 \frac{i\pi}{n} \right) \right] = \\
& = R^2 \left[\cos^2 \varphi \left(\sin^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} + \sin^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} \right) + \sin^2 \varphi \left(\sin^2 \frac{\pi}{n} \cos^2 \frac{i\pi}{n} + \sin^2 \frac{\pi}{n} \sin^2 \frac{i\pi}{n} \right) \right] = \\
& = R^2 \left[\cos^2 \varphi \sin^2 \frac{\pi}{n} \left(\sin^2 \frac{i\pi}{n} + \cos^2 \frac{i\pi}{n} \right) + \sin^2 \varphi \sin^2 \frac{\pi}{n} \left(\cos^2 \frac{i\pi}{n} + \sin^2 \frac{i\pi}{n} \right) \right] = \\
& = R^2 \left(\cos^2 \varphi \sin^2 \frac{\pi}{n} + \sin^2 \varphi \sin^2 \frac{\pi}{n} \right) = R^2 \sin^2 \frac{\pi}{n} (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = R^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}.
\end{aligned}$$

Это означает, что любая сторона многоугольника имеет фиксированную длину, не связанную с координатами вектора \mathbf{R} . Пусть r — это средняя точка вектора \mathbf{R} . Из теоремы косинусов следует:

$$(x_i r)^2 = R^2 \left\{ \cos^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] + \frac{1}{4} - 2 \cos \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] \frac{1}{2} \cos \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] \right\} = \frac{R^2}{4}.$$

Это означает, что расстояния от точки r до всех вершин многоугольника равны между собой. Следовательно, точка r находится в центре многоугольника, что с учётом равенства его сторон позволяет заключить, что многоугольник правильный.

Теорема доказана.

Теорема 1 даёт исчерпывающее представление об очертаниях многомерного плоского монореактивного осциллятора, который схематично изображён на рис. 1.

В рассматриваемом (идеализированном) случае многоугольник, в вершинах которого расположены осциллирующие грузы массами m , лежит в плоскости Z . В технических приложениях грузы не должны препятствовать перемещениям друг друга, следовательно, каждому грузу должна соответствовать своя плоскость, а все плоскости должны быть параллельными (наподобие многопоршневого механизма).

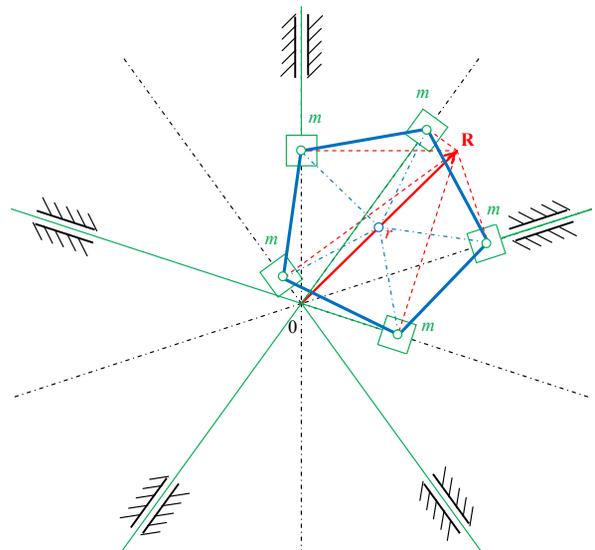


Рис. 1. Многомерный плоский монореактивный осциллятор.
Fig. 1. The multidimensional planar monoreactive oscillator.

АНАЛИЗ МНОГОМЕРНОГО ПЛОСКОГО МОНОРЕАКТИВНОГО ОСЦИЛЛЯТОРА

Далее предполагается отсутствие диссипации энергии и внешних воздействий на осциллятор.

Производные выражений (1)—(5) доставляют скорости грузов.

$$\frac{dx_1}{dt} = -R \sin \varphi \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{dx_2}{dt} = R \sin \left(\frac{\pi}{n} - \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt},$$

$$\frac{dx_3}{dt} = R \sin \left(\frac{2\pi}{n} - \varphi \right) \frac{d\varphi}{dt},$$

.....

$$\frac{dx_i}{dt} = R \sin \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] \frac{d\varphi}{dt},$$

.....

$$\frac{dx_n}{dt} = R \sin \left[\frac{(n-1)\pi}{n} - \varphi \right] \frac{d\varphi}{dt}.$$

Условием возникновения свободных гармонических колебаний является неизменность полной энергии системы, которая в рассматриваемом случае является исключительно кинетической, что и обуславливает монореактивный характер осциллятора [1].

$$T = \frac{1}{2} m R^2 \left\{ \sin^2 \varphi + \sin^2 \left(\frac{\pi}{n} - \varphi \right) + \dots + \sin^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \varphi \right] + \dots + \sin^2 \left[\frac{(n-1)\pi}{n} - \varphi \right] \right\} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2. \quad (6)$$

Для рассматриваемой плоской многомерной системы координат справедлива

Теорема 2.

Для $n \geq 2$ выполняется соотношение

$$\sum_{i=1}^n \sin^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} \pm \varphi \right] = \frac{n}{2}. \quad (7)$$

Доказательство

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n \sin^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} \pm \varphi \right] = \\ & = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \left[\frac{(i-1)2\pi}{n} \pm 2\varphi \right] \right\} = \\ & = \frac{n}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\varphi \sum_{i=1}^n \cos \frac{(i-1)2\pi}{n} \mp \\ & \mp \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sum_{i=1}^n \sin \frac{(i-1)2\pi}{n}. \end{aligned}$$

Сумма единичных векторов, отложенных на координатных осях $0x_{z_1}, 0x_{z_2}, \dots, 0x_{z_n}$, равна нулю в силу центральной симметрии. Из этого необходимо следует, что и сумма проекций указанных векторов на каждую из осей $0x_{z_1}, 0x_{z_2}, \dots, 0x_{z_n}$ тоже равна нулю. В этой связи второе и третье слагаемые последнего выражения имеют нулевые значения.

Теорема доказана.

Следствие

$$\begin{aligned} n = 2 & \Rightarrow \sum_{i=1}^n \sin^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} \pm \varphi \right] = \frac{n}{2} = \\ & = \sin^2 \varphi + \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} + \varphi \right) = \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \end{aligned}$$

Другими словами, последнее тождество является частным случаем формулы (7).

Очевидно, что справедлива и

Теорема 3.

Для $n \geq 2$ выполняется соотношение

$$\sum_{i=1}^n \cos^2 \left[\frac{(i-1)\pi}{n} \pm \varphi \right] = \frac{n}{2}.$$

Применение теоремы 2 к энергии (6) даёт

$$T = \frac{1}{4} n m R^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \text{const}.$$

Это означает, что

$$\frac{d\varphi}{dt} = \text{const}, \quad \varphi = C_1 t + C_2.$$

В общем виде начальные условия имеют вид:

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \frac{d\varphi}{dt}(0) = \omega_0.$$

Поэтому

$$C_2 = \varphi_0, \quad C_1 = \omega_0.$$

С учётом этого перемещения грузов (1)—(5) приобретают форму:

$$x_1 = R \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$x_2 = R \cos \left(\frac{\pi}{n} - \omega_0 t - \varphi_0 \right),$$

$$x_3 = R \cos\left(\frac{2\pi}{n} - \omega_0 t - \varphi_0\right),$$

.....

$$x_i = R \cos\left[\frac{(i-1)\pi}{n} - \omega_0 t - \varphi_0\right],$$

.....

$$x_n = R \cos\left[\frac{(n-1)\pi}{n} - \omega_0 t - \varphi_0\right].$$

В общем виде начальные условия имеют вид:

$$x_1(0) = x_{10},$$

$$\frac{dx_1}{dt}(0) = v_{10}.$$

Очевидно, что

$$\cos \varphi_0 = \frac{x_{10}}{R},$$

$$\varphi_0 = \arccos \frac{x_{10}}{R} = \arcsin \sqrt{1 - \frac{x_{10}^2}{R^2}},$$

$$-R\omega_0 \sin(\omega_0 0 + \varphi_0) = v_{10},$$

$$\omega_0 = -\frac{v_{10}}{\sqrt{R^2 - x_{10}^2}}. \quad (8)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренном многомерном плоском монореактивном осцилляторе могут происходить свободные гармонические линейные колебания грузов. При этом в энергообмене участвует только кинетическая энергия. В упругих элементах [8–10] нет необходимости.

Осциллятор не имеет фиксированной собственной частоты колебаний. В соответствии с (8), частота зависит от начальных скоростей и положений грузов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попов И.П. Монореактивный гармонический осциллятор // Труды МАИ. 2022. № 126. doi: 10.34759/trd-2022-126-01
2. Попов И.П. Свободные синусоидальные колебания на основе взаимного обмена кинетической энергией между тремя грузами // Труды МАИ. 2023. № 129. doi: 10.34759/trd-2023-129-02
3. Попов И.П. Свободные гармонические колебания без использования потенциальной энергии // Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России. 2022. № 4(156). С. 9–12. doi: 10.52190/1729-6552_2022_4_9
4. Popov I.P. Application of the Symbolic (Complex) Method to Study Near-Resonance Phenomena // Journal of Machinery

Правильный многоугольник x_1, x_2, \dots, x_n совершает двойное вращение — вокруг точки O и вокруг точки r .

В то же время грузы осуществляют линейные гармонические колебания с амплитудой R .

Использование кривошипно-ползунного или кривошипно-шатунного механизма позволит организовать параллельное движение грузов.

Полученные результаты могут быть использованы при разработке и исследовании механизмов, совершающих возвратно-поступательные движения в поршневых двигателях, в мехатронике и робототехнических системах, в гидравлических машинах, вакуумной и компрессорной технике, в гидро- и пневмосистемах, в наземных транспортно-технологических средствах и комплексах.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Вклад автора. Автор подтверждает соответствие своего авторства международным критериям *ICMJE* (автор внёс существенный вклад в разработку концепции, проведение исследования и подготовку статьи, прочёл и одобрил финальную версию перед публикацией).

Конфликт интересов. Автор декларирует отсутствие явных и потенциальных конфликтов интересов, связанных с публикацией настоящей статьи.

Источник финансирования. Автор заявляет об отсутствии внешнего финансирования при проведении исследования.

ADDITIONAL INFORMATION

Author's contribution. The author confirms that his authorship complies with the international ICMJE criteria (the author made a significant contribution to the development of the concept, research and preparation of the article, read and approved the final version before publication).

Competing interests. The author declares that they have no competing interests.

Funding source. This study was not supported by any external sources of funding.

Manufacture and Reliability. 2020. Vol. 49. No. 12. P. 1053–1063. doi: 10.3103/S1052618820120122

5. Попов И.П. Символическое представление вынужденных колебаний разветвленных механических систем // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2021. № 72. С. 118–130. doi: 10.17223/19988621/72/10

6. Попов И.П. Источники гармонических силы и скорости в мехатронных автоматических системах. Мехатроника, автоматизация, управление. 2021. Т. 22, № 4. С. 208–216. doi: 10.17587/mau.22.208-216

7. Попов И.П. Применение символического (комплексного) метода для расчета сложных

механических систем при гармонических воздействиях // Прикладная физика и математика. 2019. № 4. С. 14–24. doi: 10.25791/pfim.04.2019.828

8. Попов И.П. Тягово-сцепные устройства многозвенного транспортного средства // Известия МГТУ МАМИ. 2023. Т. 17. № 1. С. 35–42. doi: 10.17816/2074-0530-321254

REFERENCES

1. Popov IP. Monoreactive harmonic oscillator. *Trudy MAI*. 2022;126. (In Russ). doi: 10.34759/trd-2022-126-01

2. Popov IP. Free sinusoidal oscillations based on the mutual exchange of kinetic energy between three loads. *Trudy MAI*. 2023;129. (In Russ). doi: 10.34759/trd-2023-129-02

3. Popov IP. Free harmonic oscillations without the use of potential energy. *Oboronnny kompleks — nauchno-tekhnicheskomu progressu Rossii*. 2022;4(156):9–12. (In Russ). doi: 10.52190/1729-6552_2022_4_9

4. Popov IP. Application of the Symbolic (Complex) Method to Study Near-Resonance Phenomena. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2020;49(12):1053–1063. (In Russ). doi: 10.3103/S1052618820120122

5. Popov IP. Symbolic representation of forced vibrations of branched mechanical systems. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2021;72:118–130. (In Russ). doi 10.17223/19988621/72/10

9. Popov I.P. Varieties of Mechanical Powers // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2022. Vol. 51. No. 8. P. 746–750. doi: 10.3103/S1052618822080155

10. Попов И.П. Составляющие механической мощности при гармонических воздействиях // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. 2022. № 1 (351). С. 9–14. doi: 10.33979/2073-7408-2022-351-1-9-14

6. Popov IP. Sources of harmonic force and velocity in mechatronic automatic systems. *Mekhatronika, avtomatizatsiya, upravlenie*. 2021;22(4):208–216. (In Russ). doi: 10.17587/mau.22.208-216

7. Popov IP. Application of the symbolic (complex) method for calculating complex mechanical systems under harmonic influences. *Prikladnaya fizika i matematika*. 2019;4:14–24. (In Russ). doi: 10.25791/pfim.04.2019.828

8. Popov IP. Towing devices of a multi-link vehicle. *Izvestiya MGTU MAMI*. 2023;17(1):35–42. (In Russ). doi: 10.17816/2074-0530-321254

9. Popov IP. Varieties of Mechanical Powers. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2022;51(8):746–750. doi: 10.3103/S1052618822080155

10. Popov IP. Components of mechanical power under harmonic influences. *Fundamentalnye i prikladnye problemy tekhniki i tekhnologii*. 2022;1(351):9–14. (In Russ). doi: 10.33979/2073-7408-2022-351-1-9-14

ОБ АВТОРЕ

Попов Игорь Павлович,

канд. техн. наук,
доцент кафедры «Технология машиностроения,
металлорежущие станки и инструменты»;
адрес: Российская Федерация, 640020, Курган,
ул. Советская, д. 63/4;
ORCID: 0000-0001-8683-0387;
eLibrary SPIN: 9668-2780;
e-mail: uralakademia@kurganstalmost.ru

AUTHOR'S INFO

Igor P. Popov,

Cand. Sci. (Engineering.),
Associate Professor of the Technology of Mechanical Engineering,
Machine Tools and Instruments Department;
address: 63/4 Sovetskaya street, 640020 Kurgan,
Russian Federation;
ORCID: 0000-0001-8683-0387;
eLibrary SPIN: 9668-2780;
e-mail: uralakademia@kurganstalmost.ru