

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОПОЕЗДА С ПОМОЩЬЮ ИМИТАЦИОННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

д.т.н. Горелов В.А., к.т.н. Евсеев К.Б., к.т.н. Чудаков О.И., Балковский К.С.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

konstantin-balkovsky@ya.ru

Введение: широко распространенным подходом к перевозке крупногабаритных и тяжеловесных неделимых грузов по дорогам и местности является применение многоосных колесных транспортных комплексов, представляющих собой автопоезда. При этом в следствии значительных габаритных размеров одним из важнейших свойств таких машин является поворотливость, то есть возможность двигаться по траектории большой кривизны на ограниченной площади, что особенно актуально в зонах погрузки / разгрузки.

Предмет исследования: в статье представлен подход к прогнозированию показателей криволинейного движения многоосных колесных автопоездов, основанный на применении метода математического моделирования динамики систем тел.

Методология и методы: суть метода заключается в создании математической модели движения автопоезда, представленного системой твердых тел, которые объединены между собой кинематическими и силовыми связями. Разработанная в рамках исследования имитационная модель позволяет с высокой точностью учитывать особенности взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью, перераспределение нормальных реакций между опорноходовыми модулями, а также силовые факторы, возникающие в сцепном устройстве и обеспечивающие взаимодействие между тягачом и прицепным звеном. Математическое описание взаимодействия движителя с грунтом основывается на понятии об «эллипсе трения». С применением представленной модели проведена оценка поворотливости колесного автопоезда, оснащенного прицепным звеном с поворотными и неповоротными колесами. В качестве критерия оценки использовалась потребная ширина коридора по следам наружного (забегающего) и внутреннего (отстающего) колес. Для оценки целесообразности применения прицепного звена с полноуправляемыми колесами и, соответственно, усложнения конструкции машины дополнительно проведена оценка потребной мощности привода рулевого управления.

Результаты и научная новизна: разработана математическая модель динамики автопоезда, позволяющая с высокой точностью прогнозировать показатели криволинейного движения колесных транспортных средств, а также оценивать потребную мощность привода рулевого управления.

Практическая значимость: разработана математическая модель движения автопоезда, позволяющая проводить широкий круг испытаний по оценке не только показателей криволинейного движения, но и подвижности в целом колесных транспортных средств любой конфигурации.

Ключевые слова: колесная машина, автопоезд, математическая модель динамики, рулевое управление, поворотливость.

Для цитирования: Горелов В.А., Евсеев К.Б., Чудаков О.И., Балковский К.С. Оценка показателей криволинейного движения автопоезда с помощью имитационного математического моделирования // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 2–15. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-2-15.

Введение

Широко распространенным способом перевозки крупногабаритных и тяжеловесных неделимых грузов по дорогам и местности является применение многоосных колесных транспортных комплексов, представляющих собой автопоезда. При этом вследствие значительных габаритных размеров одним из важнейших свойств таких машин является поворотливость, то есть возможность двигаться по тра-

ектории большой кривизны на ограниченной площади, что особенно актуально при проведении погрузочно-разгрузочных работ.

Закономерным решением, призванным повысить маневренность автопоездов, является применение поворотных колес на прицепном звене. Тем не менее реализация подобных систем влечет за собой усложнение и удорожание конструкции, а также дополнительные затраты мощности на привод поворота колес.

В связи с этим оценка эффективности применения всеколесного рулевого управления прицепного звена автопоезда на этапе проектирования является актуальной задачей.

Для оценки поворотливости автопоездов рациональным подходом является метод математического моделирования, позволяющий учитывать особенности взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью, перераспределение нормальных реакций между опорно-ходовыми модулями, а также силовые факторы, возникающие в сцепном устройстве и обеспечивающие взаимодействие между тягачом и прицепным звеном.

Таким образом, для решения поставленной задачи необходимо создать математическую модель движения многоосного колесного автопоезда, позволяющую учитывать перечисленные особенности взаимодействия машины с внешней средой. Транспортное средство при этом целесообразно рассматривать в виде совокупности твердых тел, движущихся в пространстве под действием внешних возмущений и объединенных шарнирными и силовыми связями [1, 2, 3].

В общем случае в зависимости от конфигурации машины и требуемой точности имитации движения, для описания автопоезда может использоваться различное количество тел и связей, что потребует составлять каждый раз новую систему дифференциальных уравнений. В связи с этим, для автоматизации синтеза указанной системы уравнений при создании модели целесообразно применять обобщенный подход к моделированию динамики систем тел, реализованный в таких программных комплексах как: ADAMS [4], Euler [5], Универсальный механизм [6], ФРУНД [7], MATLAB Simscape/Multibody [8, 9]. Указанный подход является распространенным при решении задач динамики автопоездов [10]. При этом важнейшим вопросом остается создание математической модели взаимодействия движителя с опорной поверхностью (ОП), позволяющей учитывать пространственное движение транспортного средства как системы твердых тел.

Математическая модель взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью

В рамках данной работы предполагается исследование поворотливости колесного автопоезда, в связи с этим считается, что транспорт-

ное средство движется по опорной поверхности типа «плотный грунт». Под ОП такого типа понимается поверхность, малодеформируемая по нормали и в касательной плоскости, а бульдозерный и экскавационный эффекты при взаимодействии движителя с ОП отсутствуют.

Представленное в данном разделе математическое описание взаимодействия колесного движителя с опорной поверхностью типа «плотный грунт» предназначено для обеспечения возможности исследования прямолинейного и криволинейного движения колесных машин как по плоской опорной поверхности, так и (в случае необходимости) по гладким неровностям рельефа, габаритные размеры которых превышают диаметр колеса.

В связи с этим при создании математической модели взаимодействия колеса с опорной поверхностью (ОП) приняты следующие допущения:

- пятно контакта шины с ОП представляет собой прямоугольную площадку постоянных габаритных размеров;
- эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по площади пятна контакта;
- взаимодействие колеса с опорным основанием в направлении нормали к опорной поверхности описывается упруго-демпфирующей неударживающей силовой связью;
- касательная сила взаимодействия в каждом элементе пятна контакта с опорным основанием направлена против скорости скольжения этого элемента;
- проекция центра колеса по нормали к опорной поверхности совпадает с центром пятна контакта;
- опорная поверхность задается функциональной зависимостью вертикальной координаты макропрофиля z_{op} от продольной x_{op} и поперечной y_{op} координат рассматриваемого участка местности в неподвижной системе координат XYZ;
- вектор нормали к опорной поверхности в каждом элементе пятна контакта незначительно отличается от вектора нормали, соответствующего точке опорной поверхности, расположенной под центром колеса вдоль вертикальной оси.

Перейдем к описанию взаимодействия колеса с опорным основанием. В связи с тем, что взаимодействие колеса с ОП в направлении нормали к опорной поверхности описывается упруго-демпфирующей связью, для вы-

числения значения сил необходимо определить деформацию шины, а также скорость ее изменения. Так, величина деформации шины может быть вычислена как:

$$f_{\text{ш}} = r_{\text{св}} - r_d, \quad (2)$$

где $f_{\text{ш}}$ – деформация шины; $r_{\text{св}}$ – свободный радиус колеса; r_d – динамический радиус колеса.

Так как динамический радиус представляет собой расстояние от оси колеса до опорной поверхности, то при принятых допущениях он может быть вычислен как проекция вектора, направленного из центра колеса к опорной поверхности вдоль оси Z на нормаль $n_{\text{оп}}(x_k, y_k)$ в центре пятна контакта (принято допущение, что нормаль в каждой точке контакта и непосредственно под центром колеса в направлении оси Z отличаются слабо, рис. 1):

$$r_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ z_k - z_{\text{оп}}(x_k, y_k) \end{pmatrix} \cdot n_{\text{оп}}(x_k, y_k), \quad (3)$$

где x_k, y_k, z_k – координаты центра колеса в глобальной системе координат XYZ (определяются в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени).

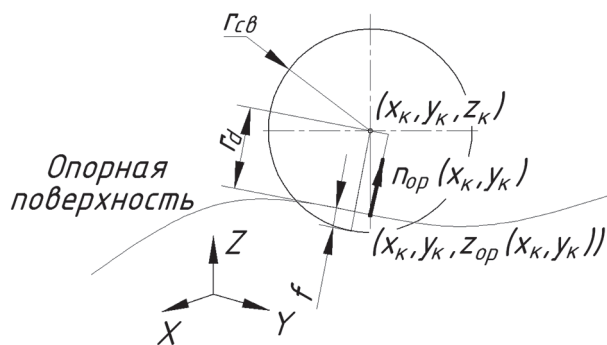


Рис. 1. Расчетная схема определения деформации шины

Fig. 1. Design scheme for determining tire deformation

Взаимодействие колеса с ОП носит несдерживающий характер, в связи с этим если $f_{\text{ш}} < 0$, то величины всех силовых факторов, возникающих в пятне контакта, принимаются равными 0 и дальнейших вычислений не производится.

Скорость деформации шины есть абсолютная скорость центра колеса в направлении нормали к опорной поверхности, то есть:

$$\dot{f}_{\text{ш}} = \vec{v}_k \cdot \vec{n}_{\text{оп}}(x_k, y_k), \quad (4)$$

где v_k – скорость колеса в глобальной системе координат (определяется в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени).

В связи с тем, что эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по пятну контакта, величину суммарной нормальной реакции, действующей на колесо, можно определить как:

$$|\vec{R}_z| = c_{\text{ш}} f_{\text{ш}} - b_{\text{ш}} \dot{f}_{\text{ш}}, \quad (5)$$

где $|\vec{R}_z|$ – величина суммарной нормальной реакции, действующей на колесо; $c_{\text{ш}}$ – жесткость шины; $b_{\text{ш}}$ – коэффициент демпфирования шины.

Для анализа режимов нагружения рулевого привода необходимо определить момент сопротивления повороту колеса, возникающий вследствие скольжения элементов контакта шины по опорной поверхности. В связи с этим пятно контакта разбивается на конечное число элементарных площадок n_z , тогда

$$|\vec{R}_{z_z}| = |\vec{R}_z| / n_z, \quad (6)$$

где $|\vec{R}_{z_z}|$ – составляющая нормальной реакции, действующая на каждую элементарную площадку пятна контакта;

За счет того, что эпюра нормальных напряжений распределена равномерно по пятну контакта, в рамках исследования движения машины будет получена гарантированная оценка режимов нагружения рулевого привода.

Подход к определению касательной составляющей силы взаимодействия каждой элементарной площадки пятна контакта с опорной поверхностью основывается на представлении об «эллипсе трения». Считается, что вектор касательной реакции каждой элементарной площадки направлен против скорости скольжения центра этой площадки (рис. 2) [11].

Для определения величины и направления скорости скольжения каждой элементарной площадки необходимо из абсолютной скорости ее центра в глобальной системе координат вычесть составляющую, направленную по нормали к опорной поверхности (рис. 2):

$$\vec{v}_{\text{абс}i} = \vec{v}_k + \vec{\omega}_k \cdot \vec{r}_{zi};$$

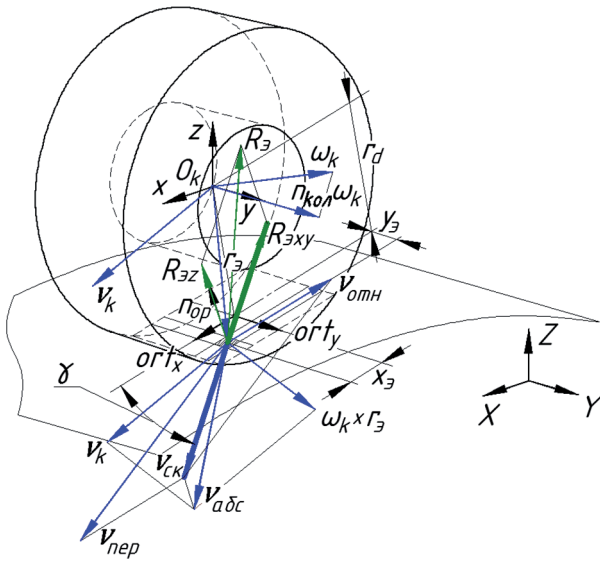


Рис. 2. Расчетная схема взаимодействия колеса с опорным основанием

Fig. 2. Design scheme of interaction of the wheel with the support base

$$\vec{v}_{cki} = \vec{v}_{abci} - \left(\vec{v}_{abci} \cdot \vec{n}_{op}(x_k, y_k) \right) \vec{n}_{op}(x_k, y_k), \quad (7)$$

где $\vec{v}_{abci}$ – вектор абсолютной скорости центра i -ой элементарной площадки в глобальной системе координат; $\vec{\omega}_k$ – вектор угловой скорости поворота колеса в глобальной системе координат (определяется в результате интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени); $\vec{r}_{oi}$ – радиус-вектор расположения центра i -ой элементарной площадки относительно центра колеса (в компонентах проекций на оси глобальной системы координат); $\vec{v}_{abci} \cdot \vec{n}_{op}(x_k, y_k)$ – проекция вектора абсолютной скорости центра элементарной площадки на вектор нормали к опорной поверхности; $\vec{v}_{cki}$ – вектор скорости скольжения центра i -ой элементарной площадки.

Компоненты вектора $\vec{r}_{oi}$ вычисляются следующим образом. В связи с тем, что геометрические размеры пятна контакта приняты постоянными, координаты каждой элементарной площадки относительно его центра известны (рис. 2): x_{zi} , y_{zi} .

Далее определяется ориентация рассматриваемого пятна контакта в пространстве. Очевидно, что продольная его ось (пятна контакта) должна быть перпендикулярна вектору нормали к опорной поверхности в точке контакта, а также оси вращения колеса, тогда:

$$\vec{ort}_x = \vec{n}_{kol} \cdot \vec{n}_{op}(x_k, y_k), \quad (8)$$

где $\vec{ort}_x$ – орт, определяющий продольную ось пятна контакта; $\vec{n}_{kol}$ – нормаль к плоскости вращения колеса (ось вращения колеса).

Поперечная ось пятна контакта определяется аналогичным образом:

$$\vec{ort}_y = \vec{n}_{op}(x_k, y_k) \cdot \vec{ort}_x, \quad (9)$$

где $\vec{ort}_y$ – орт, определяющий поперечную ось пятна контакта.

Ось вращения колеса $\vec{n}_{kol}$ (нормаль к плоскости вращения колеса) изменяется в процессе движения машины, в связи с чем может быть найдена при помощи матрицы поворота R_k , осуществляющей переход из локальной системы координат, связанной с центром колеса, в глобальную систему координат XYZ.

$$\vec{n}_{kol} = R_k^T \cdot \vec{n}_{kol0}, \quad (10)$$

где R_k – матрица поворота из локальной системы координат, связанной с центром колеса, в глобальную систему координат XYZ (определяется в ходе интегрирования уравнений динамики машины в каждый момент времени); $\vec{n}_{kol0}$ – положение нормали к плоскости вращения колеса в первый момент времени (если оси локальной системы координат колеса в начальный момент времени были сонаправлены с осями XYZ, то $\vec{n}_{kol0} = (0 \ 1 \ 0)^T$).

Таким образом, получены направляющие орты, позволяющие определить ориентацию площадки контакта в глобальной системе координат и определить вектор $\vec{r}_{zi}$.

$$\vec{r}_{zi} = x_{zi} \cdot \vec{ort}_x + y_{zi} \cdot \vec{ort}_y + (-r_d) \cdot \vec{n}_{op}(x_k, y_k). \quad (11)$$

Знак «минус» необходим для изменения направления вектора нормали – от центра колеса к опорной поверхности.

Известно [11, 12, 13], что величина касательной, составляющей силы взаимодействия колеса с опорным основанием, определяется произведением коэффициента взаимодействия колеса с ОП на нормальную реакцию. Распространим указанное допущение на каждую элементарную площадку пятна контакта, тогда:

$$|\vec{R}_{xy}| = \mu_i \cdot |\vec{R}_{zy}|, \quad (12)$$

где $|\vec{R}_{xy}|$ – касательная составляющая силы взаимодействия с опорным основанием i -ой элементарной площадки пятна контакта; μ_i –

коэффициент взаимодействия i -ой элементарной площадки с опорным основанием.

Величина коэффициента μ зависит от большого количества факторов, наиболее значимыми из которых являются коэффициент скольжения s и тип опорной поверхности. Так, зависимость μ от указанных факторов в случае несвязных грунтов описывается следующей экспоненциальной зависимостью [14]:

$$\mu_i = \mu_{\max i} \left(1 - e^{-\frac{|s_i|}{s_0}} \right). \quad (13)$$

где $\mu_{\max i}$ – максимальный коэффициент взаимодействия i -ой элементарной площадки с опорным основанием при $s_i \rightarrow \infty$; s_i – коэффициент скольжения центра i -ой элементарной площадки; s_0 – коэффициент, определяющий форму кривой $\mu(s)$.

Для вычисления коэффициента скольжения центра каждой элементарной площадки помимо скорости скольжения $\vec{v}_{ck i}$ необходимо определить величину ее переносной и относительной скорости (рис. 2). Относительная скорость движения центра каждой элементарной площадки соответствует окружной скорости вращения колеса:

$$\vec{v}_{отн i} = \omega_{k y} \overrightarrow{n_{кол}} (-r_0) \overrightarrow{n_{оп}} (x_k, y_k), \quad \omega_{k y} = \overrightarrow{n_{кол}} \cdot \vec{\omega}_k, \quad (14)$$

где $\vec{v}_{отн i}$ – относительная скорость центра i -ой элементарной площадки; $\omega_{k y}$ – величина угловой скорости колеса относительно оси вращения; r_0 – радиус качения колеса без скольжения (в свободном режиме).

В случае, если величина r_0 неизвестна, ее можно приближенно оценить через свободный радиус колеса [15]:

$$r_0 = 0,97 r_{св}. \quad (15)$$

Переносная скорость центра каждой элементарной площадки может быть определена как разность между скоростью скольжения $\vec{v}_{ck i}$ и относительной скоростью $\vec{v}_{отн i}$:

$$\vec{v}_{пер i} = \vec{v}_{ck i} - \vec{v}_{отн i}, \quad (16)$$

где $\vec{v}_{пер i}$ – переносная скорость центра i -ой элементарной площадки.

Теперь величина коэффициента скольжения i -ой элементарной площадки s_i может быть найдена по формуле:

$$s_i = \frac{|\vec{v}_{ck i}|}{\max(|\vec{v}_{отн i}|, |\vec{v}_{пер i}|)}, \quad (17)$$

В общем случае взаимодействие колеса с опорным основанием не изотропно, что связано с геометрией контактной поверхности колеса, например, наличием грунтозацепов. В связи с этим для определения коэффициента $\mu_{\max i}$ для текущего направления скорости скольжения используется эллиптическая зависимость (рис. 3) [16].

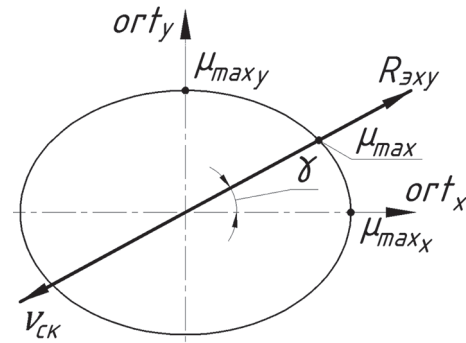


Рис. 3. Эллипс трения

Fig. 3. Friction ellipse

Примем допущение, что максимальный коэффициент взаимодействия каждой элементарной площадки с опорным основанием описывается эллипсом с параметрами $\mu_{\max x}$ и $\mu_{\max y}$ такими же, как и для пятна контакта в целом, тогда:

$$\mu_{\max i} = \frac{\mu_{\max x} \mu_{\max y}}{\sqrt{\mu_{\max x}^2 \sin^2 \gamma_i + \mu_{\max y}^2 \cos^2 \gamma_i}}, \quad (18)$$

где $\mu_{\max x}$, $\mu_{\max y}$ – максимальные коэффициенты взаимодействия колеса с опорным основанием в продольном и поперечном направлениях; γ_i – угол между продольной осью пятна контакта и направлением скорости скольжения i -ой элементарной площадки.

Величины косинуса и синуса угла направления скорости скольжения γ_i определяются с помощью проекций скорости скольжения на продольную v_{ckxi} и поперечную v_{ckyi} оси пятна контакта:

$$\begin{aligned} \cos(\gamma_i) &= \frac{v_{ckxi}}{|\vec{v}_{ck i}|} = \frac{\vec{v}_{ck i} \cdot \overrightarrow{ort_x}}{|\vec{v}_{ck i}|}, \\ \sin(\gamma_i) &= \frac{v_{ckyi}}{|\vec{v}_{ck i}|} = \frac{\vec{v}_{ck i} \cdot \overrightarrow{ort_y}}{|\vec{v}_{ck i}|}. \end{aligned} \quad (19)$$

Таким образом, на основании вышеизложенного вектор силы взаимодействия i -ой элементарной площадки с опорным основанием $\vec{R}_{zi}$ определяется как (рисунок рисунок 3):

$$\vec{R}_{zi} = -\mu_i \left| \vec{R}_{zi} \right| \cdot \frac{\vec{v}_{cki}}{\left| \vec{v}_{cki} \right|} + \left| \vec{R}_{zi} \right| \cdot \vec{n}_{op}(x_k, y_k). \quad (20)$$

Далее, вектор суммарной силы взаимодействия колеса с опорным основанием $\vec{R}_\Sigma$ вычисляется по формуле:

$$\vec{R}_\Sigma = \sum_{i=1}^{n_3} \vec{R}_{zi}. \quad (21)$$

Проекции суммарной силы взаимодействия на оси пятна контакта определяются как:

$$\left| \vec{R}_x \right| = \vec{R}_\Sigma \cdot \vec{ort}_x, \quad \left| \vec{R}_y \right| = \vec{R}_\Sigma \cdot \vec{ort}_y, \quad (22)$$

где $\left| \vec{R}_x \right|, \left| \vec{R}_y \right|$ – продольная и поперечная составляющие касательной реакции в контакте колеса с опорной поверхностью.

Известно, что мощность, подводимая к колесу машины через трансмиссию, расходуется на совершение полезной работы – создание тяги, а также на гистерезисные потери в эластичной шине. В связи с этим момент сопротивления вращению колеса M_k^f , нагружающий трансмиссию машины, вычисляется следующим образом:

$$M_k^f = \left(\left| \vec{R}_x \right| + f_{гр} \left| \vec{R}_z \right| \right) \cdot r_0, \quad (23)$$

где $f_{гр}$ – коэффициент сопротивления качению колеса в ведомом режиме.

Тогда, очевидно, что момент M_k^f должен соответствовать проекции момента взаимодействия колеса с опорным основанием в направлении его оси вращения. Таким образом, общий вектор момента взаимодействия колеса с опорным основанием представляет собой момент от силы, реализуемой в элементарных площадках $\vec{R}_{zi}$, с учетом гистерезисных потерь в шине, и может быть определен как:

$$\vec{M}_k = \sum_{i=1}^{n_3} \vec{r}_{zi} \times \vec{R}_{zi} - (\vec{n}_{кол} \cdot \sum_{i=1}^{n_3} \vec{r}_{zi} \times \vec{R}_{zi}) - M_k^f \vec{n}_{кол}, \quad (24)$$

Знак «минус» перед M_k^f обусловлен тем, что положительная величина силы $\left| \vec{R}_x \right|$ создает отрицательный момент относительно оси вращения колеса.

Представленный подход к описанию взаимодействия колеса с опорным основанием

был реализован в программном комплексе MATLAB Simulink.

Математическая модель динамики автопоезда

Для исследования поворотливости колесного автопоезда была создана имитационная математическая модель, структурная схема которой показана на рис. 4. Модель выполнена на базе программного комплекса MATLAB, с использованием стандартных блоков библиотек Simulink и Simscape/MultiBody.

Разработанная модель была разбита на функциональные блоки, соответствующие узлам транспортной машины. Так, корпус тягача и прицеп представляют собой твердые тела, обладающие соответствующими массоинерционными характеристиками. Поворотные кулаки колес также представляются твердыми телами и связаны с корпусом при помощи инструмента создания вращательного шарнира Revolute Joint, обеспечивающего возможность поворота вокруг вертикальной оси. Координаты точек связи поворотных кулаков с корпусом машины соответствуют геометрическим параметрам рассматриваемого объекта исследования. Поскольку в данной работе исследуется поворотливость, то на первом этапе движение колесной машины осуществляется по ровной горизонтальной опорной поверхности, в связи с чем система поддрессирования транспортного средства не моделируется.

Колеса тягача и прицепного звена также представлены твердыми телами и связаны с поворотными кулаками при помощи вращательных шарниров Revolute Joint, обеспечивающих возможность их поворота относительно осей вращения. Тягач связан с прицепным звеном через седельно-сцепное устройство, которое в разрабатываемой модели представлено в виде сферического шарнира Spherical Joint, имеющего три вращательные степени свободы.

Разработанная имитационная модель позволяет исследовать движение автопоезда в пространстве с учетом кинематики поворота колес, а также взаимного влияния тягача и прицепа в процессе движения. При этом для проведения вычислительных экспериментов по оценке поворотливости транспортного средства модель дополнена блоком рулевого управления, согласующим углы поворота управляемых колес с задающим воздействием.

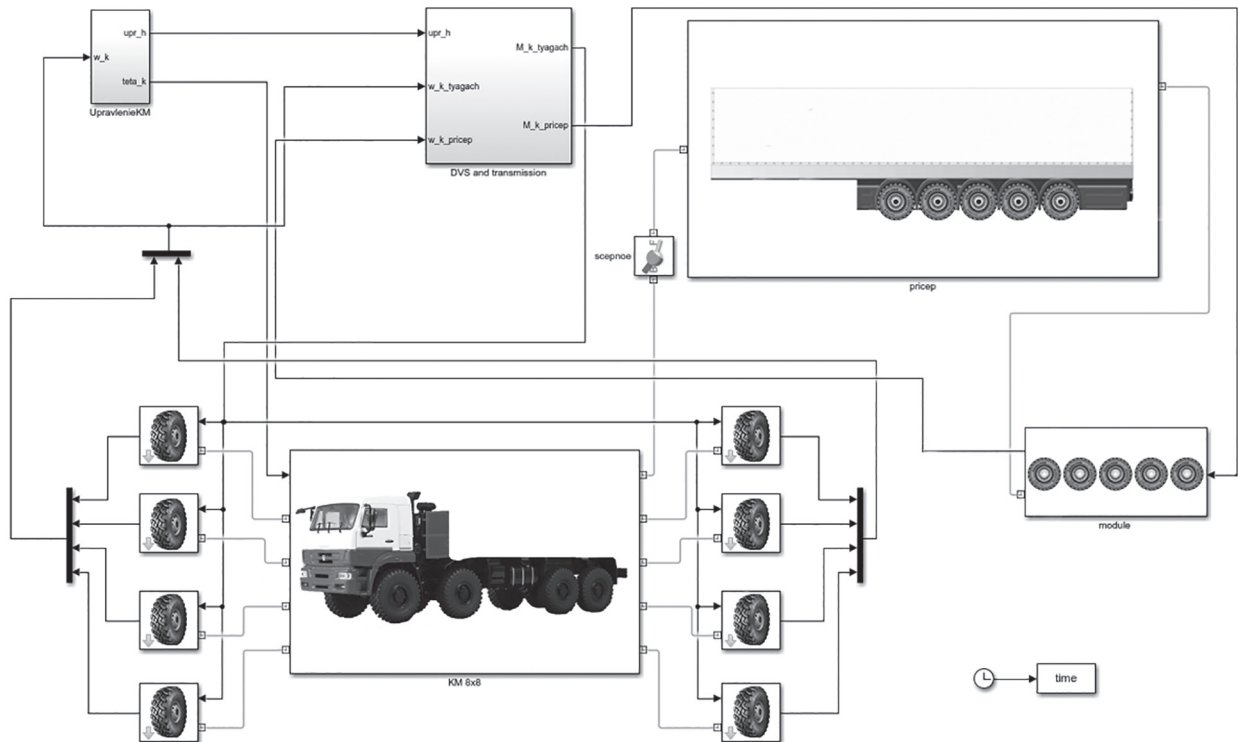


Рис. 4. Пользовательский интерфейс модели, выполненной в программном комплексе автоматизированного анализа динамики систем твердых тел

Fig. 4. User interface of the model made in the software for automated analysis of the dynamics of rigid body systems

Рулевое управление

Кривизна траектории движения задается водителем транспортного средства с помощью рулевого колеса. Взаимосвязь между задаваемой кривизной траектории k_B и углами поворота управляемых колес описывается при помощи геометрии «Аккермана» [17].

Так, при традиционной схеме рулевого управления (рис. 5) уравнение связи теоретической кривизны траектории k_B и угла поворота i -го колеса в общем виде имеет вид:

$$\begin{aligned} \theta_{ki}^{\text{треб}} &= \text{atan} \left(\frac{x_{ki} - x_{kn} - X_p}{R_{\text{кин}} - y_{ki}} \right) = \\ &= \text{atan} \left(\frac{(x_{ki} - x_{kn} - X_p) k_B}{1 - y_{ki} \cdot k_B} \right), \end{aligned} \quad (25)$$

где $\theta_{ki}^{\text{треб}}$ – требуемый угол поворота i -го колеса; x_{ki} – продольная координата i -го колеса относительно центра масс машины; x_{kn} – продольная координата последнего колеса (последней оси) относительно центра

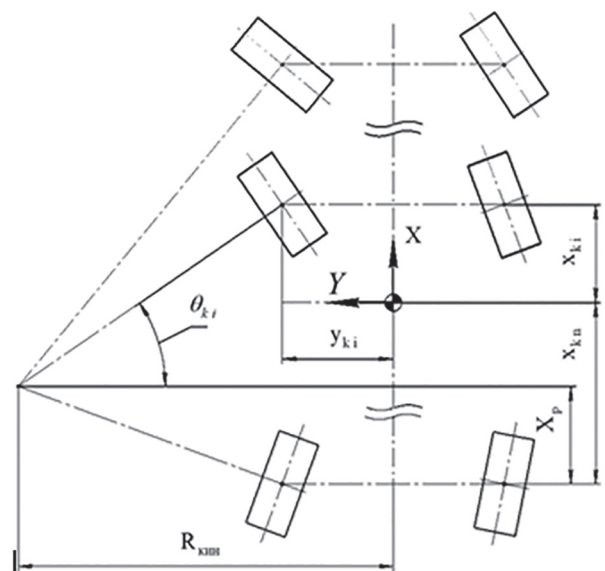


Рис. 5. Схема поворота согласно геометрии «Аккермана»

Fig. 5. Turning scheme according to the Ackermann steering geometry

масс машины; X_p – координата полюса поворота, отсчитываемая относительно последней оси машины; $R_{кин}$ – кинематический радиус поворота транспортного средства ($R_{кин} = 1/k_b$); y_{ki} – поперечная координата i -го колеса относительно центра масс машины.

В зависимости от формулы рулевого управления часть осей может являться неповоротными, в этом случае углы поворота соответствующих колес $\theta_{ki}^{треб}$ принимаются равными нулю.

Для оценки нагруженности элементов рулевого привода управление поворотом колес осуществляется силовым методом. Система управлений построена на основе пропорционально-интегрально-дифференциального (ПИД) регулятора с использованием обратной связи по углу поворота колеса. Ошибка регулирования e_θ определяется как разница между требуемым углом поворота колеса и текущим, который в данный момент времени реализован в имитационной модели:

$$e_\theta = \theta_k^{треб} - \theta_k, \quad (26)$$

где $\theta_k^{треб}$ – требуемый угол поворота колеса; θ_k – текущий угол поворота колеса.

Величина параметра управления привода механизма поворота колеса, необходимая для реализации $\theta_{ki}^{треб}$, определяется при помощи ПИД регулятора:

$$h_{мех} = k_{p\theta} e_\theta(t) + k_{i\theta} \int e_\theta(t) dt + k_{d\theta} \frac{de_\theta(t)}{dt}, \quad (27)$$

где $h_{мех}$ – параметр управления привода механизма поворота; $k_{p\theta}$, $k_{i\theta}$, $k_{d\theta}$ – пропорциональный, интегральный и дифференциальный коэффициенты ПИД регулятора.

Полученный параметр управления привода механизма поворота позволяет осуществлять регулирование крутящего момента (например, в долях от заданной максимальной величины), обеспечивающего вращение поворотного кулака на заданный угол, а также удержание его в заданном положении.

Результаты исследования

Для проведения исследования выбран автопоезд полной массой 110 тонн, геометрические параметры которого приведены на рис. 6б.

В качестве оценочного параметра поворотливости автопоезда выбрана потребная ширина коридора по следам наружного (забегающего) и внутреннего (отстающего) колес. Для проведения сравнительных исследований виртуальные эксперименты проводились для двух вариантов рулевого управления автопоезда:

- колеса прицепа неповоротные (формула рулевого управления 1-2-0-4 – 0-0-0-0-0);
- все колеса прицепа поворотные (управляемые, формула рулевого управления 1-2-0-4 – 1-2-3-4-5).

Полюс рулевого управления тягача расположен в центре третьей оси. Расположение полюса рулевого управления прицепа получено путем многократных вычислительных экспериментов с применением разработанной модели. Установлено, что его рациональное расположение находится на расстоянии порядка 7,5 м от центра седельно-сцепного устройства.

Полученная в ходе виртуальных испытаний зависимость потребной ширины коридора от радиуса поворота автопоезда в случае поворотных и неповоротных колес прицепа представлена на рис. 7.

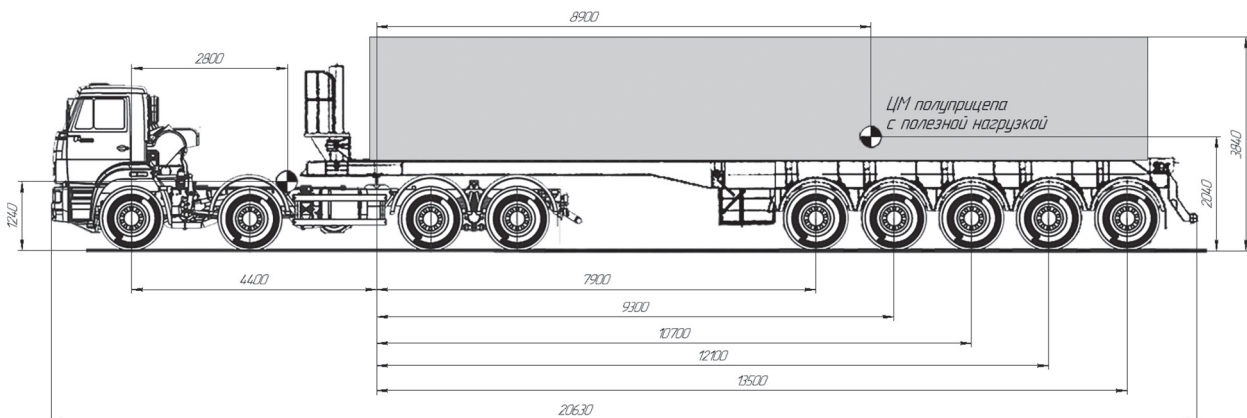


Рис. 6. Геометрические параметры объекта исследования

Fig. 6. Geometric parameters of the research object

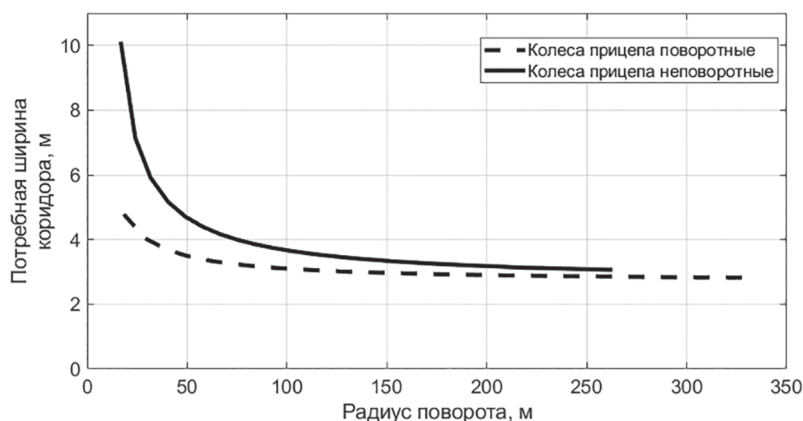


Рис. 7. Зависимость требуемой ширины коридора от радиуса поворота

Fig. 7. Dependence of the required width of the corridor on the turning radius

При моделировании считалось, что транспортное средство движется по опорной поверхности «грунтовая дорога» (коэффициент сопротивления качению – 0,03, максимальный коэффициент взаимодействия движителя с опорной поверхностью – 0,5 [18]). Скорость движения поддерживалась постоянной на уровне 5 км/ч.

В таблицах 1 и 2 представлены результаты моделирования для ряда расчетных теоретических радиусов поворота.

Из полученных данных видно, что применение прицепа, оснащенного всеми поворотными колесами, позволит существенно уменьшить требуемую ширину коридора для осуществления поворота малого радиуса (до двух раз). При этом задаваемый радиус поворота (теоретический) в случае прицепа с управляемыми колесами близок к фактическому, что говорит о меньшем скольжении колес, а значит меньших потерях энергии на движение.

Таблица 1

Результаты моделирования автопоезда с неповоротными колесами прицепа

Table 1. Simulation results of a road train with non-swivel trailer wheels

Радиус поворота (теоретический), м	Радиус поворота тягача (фактический), м	Радиус поворота прицепа (фактический), м	Радиус траектории движения забегавшего колеса, м	Радиус траектории движения отстающего колеса, м	Потребная ширина коридора (по колесам), м
25	21,6	16,38	23,23	15,08	8,15
30	25,09	20,96	26,64	19,66	6,98
40	32,42	29,36	33,9	28,05	5,85
50	40,65	38,27	42,11	36,95	5,16
80	65,05	63,59	66,47	62,26	4,21

Таблица 2

Результаты моделирования автопоезда с поворотными колесами прицепа

Table 2. Simulation results of a road train with swivel trailer wheels

Радиус поворота (теоретический), м	Радиус поворота тягача (фактический), м	Радиус поворота прицепа (фактический), м	Радиус траектории движения забегавшего колеса, м	Радиус траектории движения отстающего колеса, м	Потребная ширина коридора (по колесам), м
25	25,44	24,27	27,32	23,03	4,29
30	30,53	29,6	32,33	28,34	3,99
40	40,7	40,02	42,4	38,73	3,67
50	50,88	50,33	52,51	49,04	3,48
80	81,4	81,06	82,94	79,75	3,19

Следующим этапом является оценка потребной мощности привода для обеспечения поворота колес прицепного звена. Для проведения вычислительного эксперимента были выбраны наиболее тяжелые условия работы рулевого управления – резкий поворот руля при стоянке машины на опорной поверхности с высокими сцепными свойствами. Исходные данные для проведения вычислительного эксперимента представлены в таблице 3.

Результаты моделирования представлены в таблице 4 и на рис. 8–10. Оценка потребного

крутящего момента и мощности проводилась для наиболее нагруженной оси прицепного звена – последней. Результаты моделирования позволяют выбрать максимальную мощность привода поворота колеса на уровне 6,2 кВт, то есть для рассматриваемого пятиосного прицепного звена суммарная потребная мощность рулевого привода составит 62 кВт.

Проведенное исследование позволяет сформировать требования к приводу поворота колес прицепного звена. В данном случае исследовались наиболее простые случаи, когда

Таблица 3

Исходные данные для оценки потребной мощности привода поворота колес

Table 3. Initial data for assessing the required power of the wheel steering drive

Параметр	Значение
Максимальный угол поворота рулевого колеса, град	± 360
Максимальный угол поворота колеса, град	27
Скорость поворота руля, рад/с	7
Время поворота руля, с	0,898
Максимальный коэффициент взаимодействия движителя с грунтом	0,7

Таблица 4

Результаты моделирования нагруженности привода рулевого управления

Table 4. Simulation results of the steering drive load

Параметр	Значение
Максимальный крутящий момент относительно центра пятна контакта, Нм	10800
Максимальная мощность, необходимая для поворота колеса, кВт	6,2

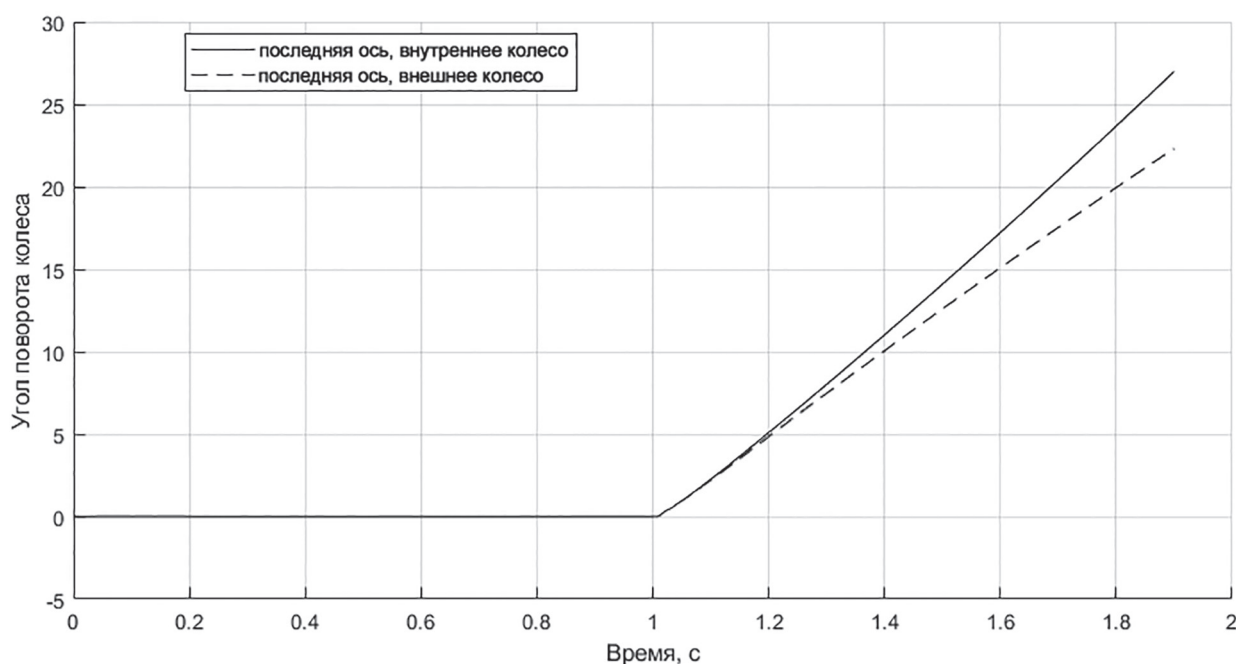


Рис. 8. Заданное изменение угла поворота колес последней оси прицепного звена

Fig. 8. The specified change in the angle of rotation of the wheels of the last axle of the trailer link

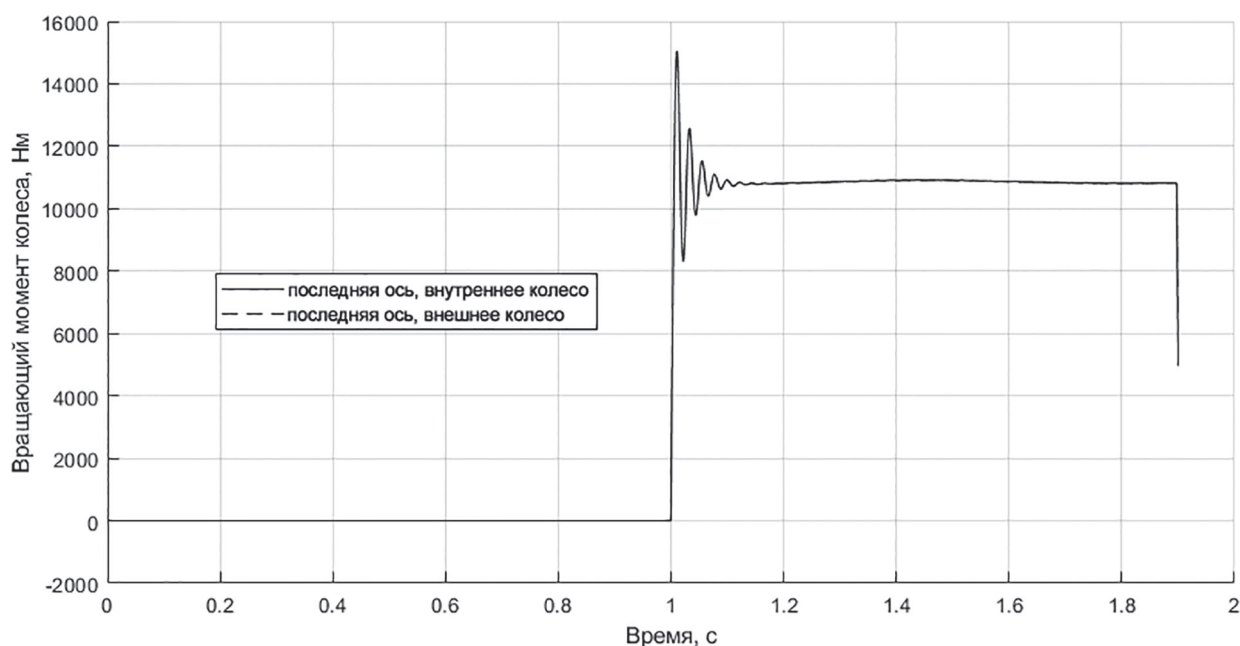


Рис. 9. Вращающий момент, приложенный к колесам для поворота

Fig. 9. The torque applied to the wheels for turning

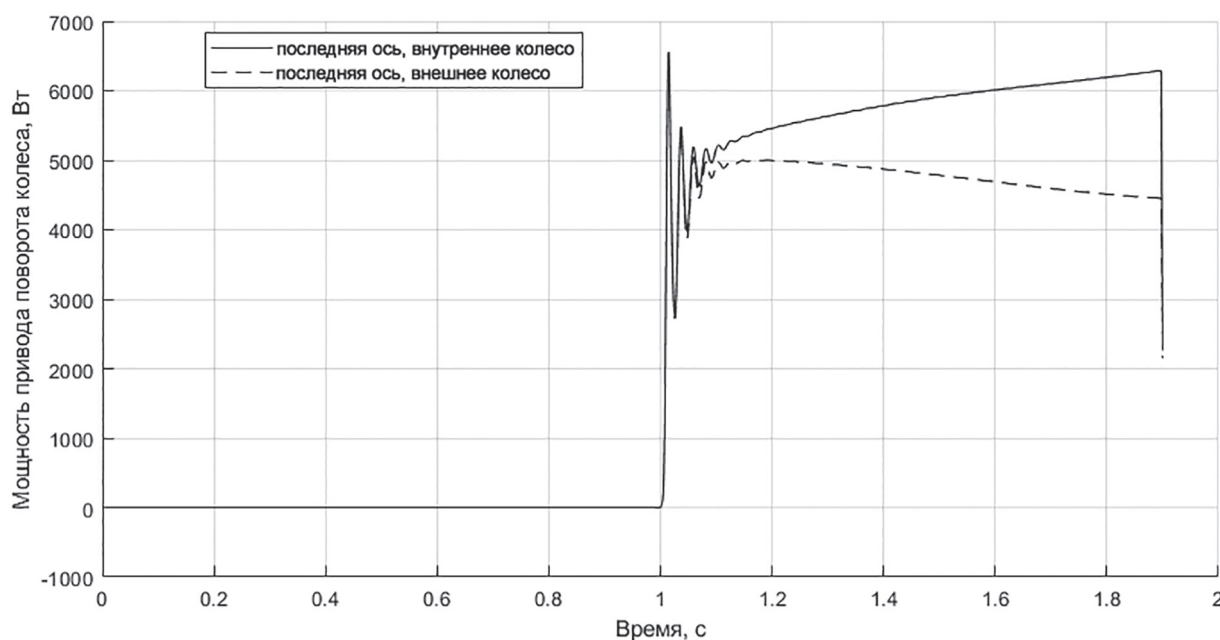


Рис. 10. Мощность привода необходимая для поворота колес

Fig. 10. Drive power required to turn the wheels

все колеса либо управляемые, либо неуправляемые, а положение полюса поворота фиксировано. Очевидно, что описанный в статье подход справедлив и для исследования более сложных алгоритмов поворота колес автопоезда, например, с переменным положением полюса поворота [19], отключением привода поворота некоторых колес и т.д. Подобные алгоритмы наиболее легко реализуются при организации

всеколесного привода рулевого управления. В случае, если такой подход к повороту колес организован с помощью электрических машин, то полученный выше уровень мощности привода можно считать соответствующим кратковременному режиму работы. Определение длительных режимов работы системы является задачей отдельного исследования и требует анализа условий эксплуатации машины.

Выводы

На основании исследования можно сделать заключение, что применение метода компьютерного моделирования с использованием динамики систем твердых тел является эффективным средством для прогнозирования поворотливости автопоездов, а также формирования требований к приводу поворота управляемых колес.

Исследование позволило оценить преимущества применения всеколесного рулевого управления на прицепном звене, получить рациональное положение полюса рулевого управления, определить потребную ширину коридора при различных радиусах поворота, а также сформировать требования к приводу поворота колес.

Кроме того, в ходе исследования разработана математическая модель динамики автопоезда, позволяющая проводить широкий круг исследований по оценке подвижности колесных машин различной конфигурации.

Литература

1. ADAMS – The Multibody Dynamics Simulation Solution [URL: <https://www.mscsoftware.com/product/adams>] (дата обращения: 17.07.2020)
2. EULER – Software Complex for Automated Dynamic Analysis of Multibody Mechanical Systems [URL: <http://www.euler.ru/index.php/euler>] (дата обращения: 17.07.2020)
3. Универсальный механизм – программный комплекс для моделирования динамики механических систем. [URL: <http://www.umlub.ru/pages/index.php>] (дата обращения: 17.07.2020)
4. ФРУНД – программная система формирования решений уравнений нелинейной динамики. [URL: <http://www.frund.vstu.ru>] (дата обращения: 17.07.2020)
5. MATLAB Simscape/Multibody – Model and simulate multibody mechanical systems. [URL: <https://www.mathworks.com/products/simmechanics.html>] (дата обращения: 17.07.2020)
6. Simscape™ Multibody™ Getting Started Guide. The MathWorks, Inc. 2017 https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf_doc/physmod/sm/mech_gs.pdf (дата обращения 8.07.2020)
7. Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56–64.
8. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
9. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: Учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение. 1990. 352 с.
10. Janosi Z. Hanamoto B. The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soil // Intern. Conf. on the mechanics of soil-vehicles. Tyryn. 1961. Report 44. P. 331–359.
11. Проектирование полноприводных колесных машин: Учебник для вузов: П79 В 3 т. Т. 2 / Б.А. Афанасьев, Л.Ф. Жеглов, В.Н. Зузов и др.; Под ред. А.А. Полунгяна. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 528 с.
12. Опейко Ф.А. Экспериментальное исследование анизотропного трения // МИМЭСХ: Сб. научно-технических трудов. М.: Советская наука. 1952. С. 57–64
13. Раймпель Й. Шасси автомобиля. Рулевое управление. М.: Машиностроение. 1987. 232 с.
14. Платонов В.Ф., Леиашвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение. 1986. 296 с.
15. Горелов В.А. Научные методы повышения безопасности и энергоэффективности движения многоосных колесных транспортных комплексов: дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.03. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 336 с.
16. Gorelov, V.A., Komissarov, A.I., Miroshnichenko, A.V. 848 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015; South Ural State UniversityChelyabinsk; Russian Federation; 22 October 2015 до 23 October 2015, Volume 129, 2015, Pages 300–307.
17. Gorelov, V., Komissarov, A., Vozmishcheva, I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. 2019 Conference on Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019; Bauman Moscow State Technical UniversityMoscow; Russian Federation, Volume 820, Issue 1, 27 May 2020.
18. Vdovin, D.S., Chicheckin, I.V., Levenkov, Y.Y., Shabolin, M.L. Automation of wheeled vehicles load bearing frames finite-element models loading procedure by using inertia relief method and vehicle multi-body dynamics model. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Russian Federation; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.

19. Eric Lucet, Alain Micaelli. Stabilization of a road-train of articulated vehicles. Robotics and Autonomous Systems, Volume 114, 2019, Pages 106-123, ISSN 0921-8890, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.01.016>.

References

1. ADAMS – The Multibody Dynamics Simulation Solution [URL: <https://www.mscsoftware.com/product/adams>] (accessed: 17.07.2020)
2. EULER – Software Complex for Automated Dynamic Analysis of Multibody Mechanical Systems [URL: <http://www.euler.ru/index.php/euler>] (accessed: 17.07.2020)
3. Universal'nyy mekhanizm – programmnyy kompleks dlya modelirovaniya dinamiki mekhanicheskikh sistem. [URL: <http://www.umlub.ru/pages/index.php>] (accessed: 17.07.2020)
4. FRUND – programmnyaya sistema formirovaniya resheniy uravneniy nelineynoy dinamiki. [URL: <http://www.frund.vstu.ru>] (accessed: 17.07.2020)
5. MATLAB Simscape/Multibody – Model and simulate multibody mechanical systems. [URL: <https://www.mathworks.com/products/simmechanics.html>] (accessed: 17.07.2020)
6. Simscape™ Multibody™ Getting Started Guide. The MathWorks, Inc. 2017 https://www.mathworks.com/help/releases/R2017b/pdf_doc/physmod/sm/mech_gs.pdf (accessed: 8.07.2020)
7. Rozhdestvenskiy YU.L., Mashkov K.YU. The formation of reactions when an elastic wheel rolls on a non-deformable base. *Trudy MVTU*. 1982. No 390, pp. 56–64 (in Russ.).
8. Larin V.V. *Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin: uchebnik* [Theory of motion of all-wheel drive vehicles: textbook]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2010. 391 p.
9. Smirnov G.A. *Teoriya dvizheniya kolesnykh mashin: Uchebnik dlya studentov mashinostroitel'nykh spetsial'nostey vuzov* [The theory of motion of wheeled vehicles: a textbook for university students of mechanical engineering specialties]. 2-e izd., dop. i pererab. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1990. 352 p.
10. Janosi Z. Hanamoto B. The analytical determination of drawbar pull as a function of slip for tracked vehicles in deformable soil // Intern. Conf. on the mechanics of soil-vehicles. Tyurin. 1961. Report 44. P. 331–359.
11. *Proyektirovaniye polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Design of all-wheel drive vehicles]: Uchebnik dlya vuzov: P79 V 3 t. Vol. 2 / B.A. Afanas'yev, L.F. Zheglov, V.N. Zuzov i dr.; Pod red. A.A. Polungyana. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2008. 528 p.
12. Opeyko F.A. Experimental study of anisotropic friction. *MIM-ESKH: Sb. nauchno-tekhnicheskikh trudov* [Moscow Institute of Agricultural Mechanization and Electrification: the collection of scientific and technical works]. Moscow: Sovetskaya nauka Publ. 1952, pp. 57–64 (in Russ.).
13. Raympel' Y. *Shassi avtomobilya. Rulevoye upravleniye* [Vehicle chassis. Steering system]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1987. 232 p.
14. Platonov V.F., Leishvili G.R. *Gusenichnyye i kolesnyye transportno-tyagovyye mashiny* [Tracked and wheeled transport and traction vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1986. 296 p.
15. Gorelov V.A. *Nauchnyye metody povysheniya bezopasnosti i energoэффективности dvizheniya mnogoosnykh kolesnykh transportnykh kompleksov*: dis. ...d-ra tekhn. nauk [Scientific methods of increasing the safety and energy efficiency of the movement of multi-axle wheeled transport complexes: Dissertation for degree of DSc in Engineering]: 05.05.03. Moscow: MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2012. 336 p.
16. Gorelov V.A., Komissarov A.I., Miroshnichenko A.V. 848 wheeled vehicle modeling in a multibody dynamics simulation software. International Conference on Industrial Engineering, ICIE 2015; South Ural State University-Chelyabinsk; Russian Federation; 22 October 2015 do 23 October 2015, Volume 129, 2015, Pages 300-307.
17. Gorelov V., Komissarov A., Vozmishcheva I. Analysis of the cornering stiffness uncertainty impact on the steering sensitivity of a two-axle automobile. 2019 Conference on Design Technologies for Wheeled and Tracked Vehicles, MMBC 2019; Bauman Moscow State Technical University Moscow; Russian Federation, Volume 820, Issue 1, 27 May 2020.
18. Vdovin D.S., Chichekin I.V., Levenkov Y.Y., Shabolin M.L. Automation of wheeled vehicles load bearing frames finite-element models loading procedure by using inertia relief method and vehicle multi-body dynamics model. International Automobile Scientific Forum: Intelligent Transport System Technologies and Components, IASF 2018; Moscow; Russian Federation; Volume 534, Issue 1, 12 June 2019.
19. Eric Lucet, Alain Micaelli. Stabilization of a road-train of articulated vehicles. Robotics and Autonomous Systems, Volume 114, 2019, Pages 106-123, ISSN 0921-8890, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.robot.2019.01.016>.

EVALUATION OF INDICATORS OF CURVILINEAR MOVEMENT OF A ROAD TRAIN USING MATHEMATICAL SIMULATION

DSc in Engineering **V.A. Gorelov**, PhD in Engineering **K.B. Yevseyev**, PhD in Engineering **O.I. Chudakov**, **K.S. Balkovskiy**
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
konstantin-balkovsky@ya.ru

Introduction: a widespread approach to the transportation of large-sized and heavy-weight indivisible cargo on roads and terrain is the use of multi-axle wheeled transport complexes, which are road trains. At the same time, due to the significant overall dimensions, one of the most important properties of such machines is agility, that is, the ability to move along a trajectory of large curvature in a limited area, which is especially important in loading/unloading zones.

Subject of research: the article presents an approach to predicting the indicators of curvilinear movement of multi-axle wheeled road trains, based on the application of the method of mathematical modeling of the dynamics of body systems.

Methodology and methods: the essence of the method is to create a mathematical model of the movement of a road train, represented by a system of rigid bodies, which are interconnected by kinematic and power connections. The simulation model developed within the framework of the study makes it possible to take into account with high accuracy the peculiarities of the interaction of the wheel propeller with the supporting surface, the redistribution of normal reactions between the support modules, as well as the force factors arising in the coupling device and ensuring the interaction between the tractive vehicle and the trailer link. The mathematical description of the interaction of the propeller with the ground is based on the concept of "friction ellipse". Using the presented model, an assessment of the turnability of a wheeled road train equipped with a trailed link with swivel and non-swivel wheels was carried out. The required width along the tracks of the outer (running in) and inner (lagging) wheels was used as an assessment criterion. To assess the feasibility of using a trailed link with fully steered wheels and, accordingly, complicating the design of the machine, an additional assessment of the required power of the steering drive was carried out.

Results and scientific novelty: a mathematical model of the dynamics of a road train was developed. It makes possible to predict with high accuracy the indicators of curvilinear movement of wheeled vehicles, as well as to estimate the required power of the steering drive.

Practical significance: a mathematical model of road train movement was developed, which allows a wide range of tests to be carried out to assess not only the indicators of curved-linear movement, but also the mobility of wheeled vehicles of any configuration as a whole.

Keywords: wheeled vehicle, road train, mathematical model of dynamics, steering system, turnability.

Cite as: V.A. Gorelov, K.B. Yevseyev, O.I. Chudakov, K.S. Balkovskiy Evaluation of indicators of curvilinear movement of a road train using mathematical simulation. Izvestiya MGTU «MAMI». 2020. No 4 (46), pp. 2–15 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-2-15.