

К ПРЕДВАРИТЕЛЬНОМУ СИНТЕЗУ АЛГОРИТМОВ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ АВТОМОБИЛЬНЫМИ БЕССТУПЕНЧАТЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ С ГИБКИМИ ЗВЕНЬЯМИ

к.т.н. Есаков А.Е.¹, к.т.н. Кретов А.В.¹, к.т.н. Красавин П.А.²

¹Московский политехнический университет, Москва, Россия

²Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ),

Москва, Россия

ravn@mail.ru

Вариаторы различных принципов действия и конструкций в настоящее время представляют интерес в качестве компонентов автоматических трансмиссий наземных транспортных и тяговых машин. При этом одним из наиболее востребованных типов вариаторов являются вариаторы, построенные на базе бесступенчатых передач с гибкими звеньями. К основным причинам, обусловившим применение таких вариаторов в трансмиссиях ряда современных легковых автомобилей, следует отнести, с одной стороны, появление конструкций гибких звеньев, обладающих высокой долговечностью, а с другой – широкое внедрение в системы автоматического управления бесступенчатыми передачами программируемых электронных устройств. Прямым следствием последнего обстоятельства стала потребность в углубленных изысканиях, направленных на синтез таких алгоритмов управления, которые позволили бы в полной мере использовать свойственные бесступенчатым передачам с гибкими звеньями преимущества и минимизировать эксплуатационные следствия их органичных недостатков. В рамках настоящей статьи предпринимается попытка, исходя из цели обеспечения автомобилем наилучших тягово-скоростных свойств, решить задачу синтеза алгоритма в предварительной форме. Наличие таковой позволит, задавшись из каких-либо соображений основными параметрами бесступенчатой передачи, осуществить разработку аппаратной части системы автоматического управления ею. В свою очередь это даст возможность произвести синтез уточненного алгоритма, учитывающего динамику системы, погрешности измерителей и устройств преобразования сигналов, а также прочие влияющие на рабочие процессы факторы. При рассмотрении описанной задачи были учтены различные варианты геометрии контактных поверхностей звеньев бесступенчатой передачи и сформированы соответствующие математические аппараты. Результаты расчетов, полученные посредством реализующей эти аппараты компьютерной программы, выборочно приведены в материалах статьи.

Ключевые слова: автоматическое управление, автомобиль, алгоритм, бесступенчатая передача, вариатор, геометрия, гибкое звено, передаточное число, трансмиссия, тягово-скоростные свойства.

Для цитирования: Есаков А.Е., Кретов А.В., Красавин П.А. К предварительному синтезу алгоритмов автоматического управления автомобильными бесступенчатыми передачами с гибкими звеньями // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 25–37. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-25-37.

Введение

Одним из современных путей развития конструкций колесных и гусеничных машин, использующих в качестве источника механической энергии двигателя внутреннего сгорания, является внедрение в состав их трансмиссий вариаторов. Наличие вариатора в трансмиссии позволяет выводить двигатель на оптимальные режимы работы в широком диапазоне эксплуатационных ситуаций, повышая тем самым эффективность его использования. В настоящее

время вариаторы различных принципов действия и конструкций используются на транспорте, легковых автомобилях, карьерных самосвалах, тракторах, сельскохозяйственной и военной технике [1–6].

В энциклопедической статье [7] под вариатором подразумевается совокупность одной или нескольких бесступенчатых передач и обеспечивающих их функционирование устройств. В свою очередь бесступенчатая передача трактуется там же как устройство, позволяющее

плавно изменять передаточное число в определенном диапазоне. Отталкиваясь от данных определений, под бесступенчатой трансмиссией станем понимать трансмиссию, в чьем составе имеются один или несколько вариаторов и общее передаточное число которой изменяется бесступенчато. А под трансмиссией диапазонной – трансмиссию, в чьем составе наряду с одним или несколькими вариаторами имеется одна или несколько ступенчатых передач, вследствие чего ее общее передаточное число изменяется в рамках ряда по отдельности непрерывных диапазонов, каждый из которых соответствует определенной ступени. Термин же «бесступенчатая коробка передач», достаточно часто встречающийся в настоящее время в популярной технической и даже научно-технической литературе, будем полагать некорректным как представляющий собой оксюморон, поскольку согласно [7] коробка передач есть механизм для ступенчатого изменения передаточного числа.

Особо следует остановиться на понятиях передаточного числа и передаточного отношения для конкретизации их смысла и определения целесообразности использования в настоящей работе. Передаточное отношение в [7, 8] определено как отношение скоростей ведущего и ведомого звеньев передачи. Задачи, ставящиеся здесь, не подразумевают уточненного анализа процессов передачи мощности бесступенчатыми передачами, поэтому в дальнейших рассуждениях не станем учитывать имманентно свойственные им кинематические потери, ведя тем самым речь о передаточном числе, а не о передаточном отношении. Соответствующие коррективы [9] смогут быть внесены в полученные здесь результаты впоследствии. С другой стороны, передаточное число понимается в [7, 8] как отношение определенных геометрических параметров звеньев (чисел зубьев, диаметров и т.п.), взятое таким образом, чтобы его значение было больше или равно единице. Данная общепринятая концепция становится неудобной, когда рассмотрению подвергаются бесступенчатые передачи, у которых в процессе функционирования ведущее звено может обладать по сравнению с ведомым как меньшим, так и большим значением геометрического параметра. В этой связи здесь под передаточным числом будем подразумевать отношение геометрического параметра ведомого звена

к соответствующему геометрическому параметру звена ведущего.

На основании аналитического обзора материалов [1–8, 10–12] становится возможным классифицировать бесступенчатые передачи по принципу действия. Организационная диаграмма на рис. 1 наглядно иллюстрирует данную классификацию.

Наибольшее распространение на текущем этапе развития колесных и гусеничных машин получили трансмиссионные вариаторы на базе механических фрикционных передач с гибким звеном, применяющиеся преимущественно на легковых автомобилях и мотоциклах [2, 5]. При этом такие служащие для автоматического управления ими механизмы, как центробежные регуляторы и вакуумные камеры [10], на автотранспорте были вытеснены гидрообъемными приводами с микроконтроллерами или программируемыми логическими интегральными схемами в качестве командных устройств [5].

Последнее обстоятельство сделало актуальными научные изыскания, направленные на выявление оптимальных процессов управления упомянутыми бесступенчатыми передачами автомобильных трансмиссий и синтез алгоритмов для систем автоматики, позволяющих реализовать эти процессы.

Материалы и методы исследования

В ряде работ [9, 11, 12] поднимаются вопросы, связанные с процессами функционирования, методиками проектирования и расчета компонентов подобных передач. Особое внимание в работе [12] уделяется явлениям деформации гибкого звена под нагрузками и влиянию этих деформаций на рабочие процессы передач.

Действительно, гибкие звенья фрикционных бесступенчатых передач помимо связанных с процессами трения в пятнах контакта нагрузок подвержены в эксплуатации совокупности разнородных динамических воздействий. К ним прежде всего относятся центробежные и действующие со стороны шкивов силы, которые вызывают изгиб и сжатие в поперечном направлении, а также растяжение (или сжатие для гибких звеньев толкающего типа) в направлении продольном. Кроме того, элементы гибких звеньев естественным образом работают на продольный изгиб при прохождении шкивов и испытывают связанные с нагревом деформации.

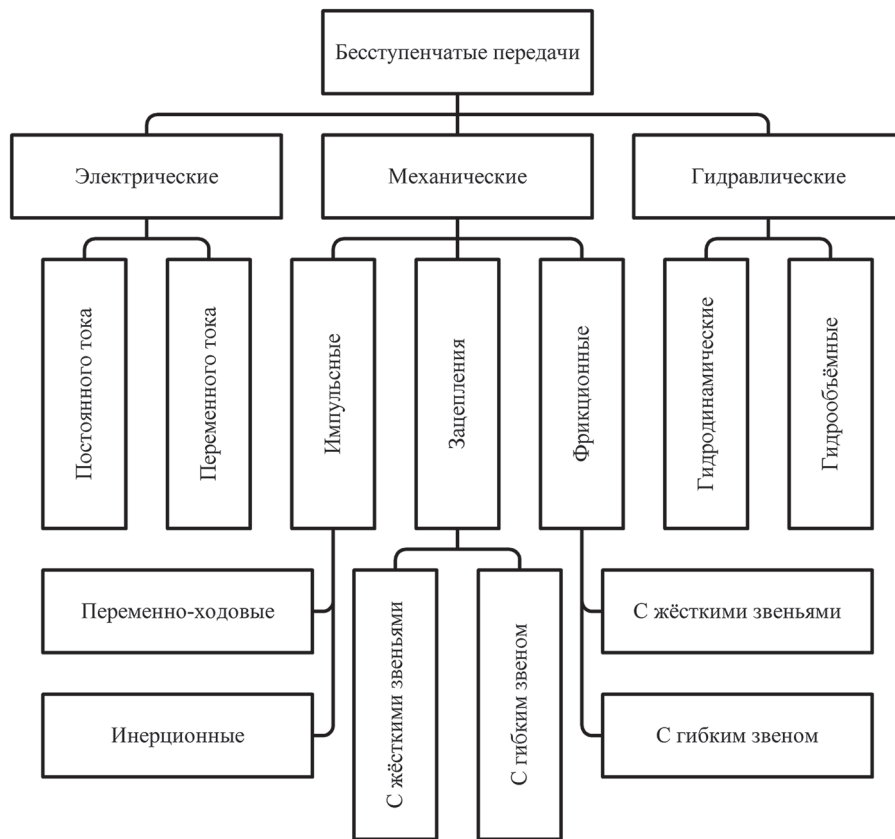


Рис. 1. Классификация бесступенчатых передач

Fig. 1. Classification of continuously variable transmissions

Однако следует учитывать, что перечисленные воздействия сугубо критичны, когда они прилагаются к резинокордным ремнями или ремням с трапециевидными колодками на резинокордной или иной неметаллической основе [8, 11–13]. В бесступенчатых же трансмиссиях современных автомобилей используются металлические вариаторные цепи и металлические же ремни толкающего типа [5, 8, 9, 14], изменение размеров которых под силовыми и тепловыми нагрузками сравнительно мало. Тем более воспринимающие нагрузки элементы ремней толкающего типа работают в продольном направлении, как было уже упомянуто, не на растяжение, а на сжатие, что обуславливает еще меньшие значения возможных деформаций и позволяет при предварительном синтезе алгоритма не учитывать таковые.

Разберем задачу с позиций обеспечения наилучших тягово-скоростных свойств автомобиля (так называемый «спортивный режим»). При необходимости ее можно будет переформулировать для режима, когда целью управления является минимизация расхода топлива [10], а также для других режимов, ха-

рактерных для современных автоматических автомобильных трансмиссий.

Рассматриваемый режим предполагает развитие двигателем внутреннего сгорания максимальной мощности в процессах разгона, равномерного движения и замедления без разблокировки сцепления или гидротрансформатора. Под разгоном будем понимать процесс увеличения скорости машины с заблокированным сцеплением или гидротрансформатором вплоть до достижения ею максимальной возможной для данной эксплуатационной ситуации скорости.

Для описания работы бензиновых двигателей без «полки» крутящего момента на внешней скоростной характеристике может быть использована регрессионная модель, представленная в форме полиномиальной функции двух аргументов:

$$M_d = d_1 \dot{\phi}_d^2 + d_2 \dot{\phi}_d + d_3 \dot{\phi}_d u + d_4 u + d_5 u^2 + d_6, \quad (1)$$

где M_d – крутящий момент, реализуемый на коленчатом валу; $u \in [0; 1]$ – степень открытия дроссельной заслонки; $\dot{\phi}_d$ – угловая скорость коленчатого вала; $d_1 \dots d_6$ – параметры регрессии [15].

При данном подходе двигатель воспринимается как «черный ящик», а модель является функциональной (в терминологии А.Д. Мышкиса) [16]. В связи с этим дополнительно вводятся ограничения, позволяющие учесть физический смысл, путем задания области применимости модели: $\dot{\phi}_{d\min} \leq \dot{\phi}_d \leq \dot{\phi}_{d\max}$; $M_d \geq 0$.

Здесь $\dot{\phi}_{d\min}$ – минимальная устойчивая угловая скорость коленчатого вала, а $\dot{\phi}_{d\max}$ – его максимальная допустимая угловая скорость, с которой для процессов разгона и равномерного движения уместно сопоставить рубеж «красной зоны» на тахометре приборной панели.

Исходя из того, что при $\dot{\phi}_d = \dot{\phi}_{d\min}$ и $u = 0$ $M_d = 0$ получаем на основе (1) алгебраическое неприведенное уравнение второй степени:

$$d_1 \dot{\phi}_{d\min}^2 + d_2 \dot{\phi}_{d\min} + d_6 = 0.$$

Известный аналитический метод [17] позволяет найти корни данного уравнения. В контексте физического смысла дискриминант его должен быть неотрицателен, тогда как $d_1 < 0$. Из этих посылок можно заключить, что $d_6 \geq 0$, $d_2 \geq 0$ и только один корень выражает минимальную устойчивую угловую скорость:

Несложно убедиться, что на отрезке $[\dot{\phi}_{d\min}; \dot{\phi}_{d\max}]$ функция (3) имеет единственный максимум, который соответствует либо большему из двух действительных корней данного уравнения, либо максимальной допустимой угловой скорости коленчатого вала:

$$\dot{\phi}_{dN} = \begin{cases} \frac{-d_2 - d_3 u - \sqrt{(d_2 + d_3 u)^2 - 3d_1(d_4 u + d_5 u^2 + d_6)}}{3d_1} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = \text{T}); \\ \dot{\phi}_{d\max} & \Leftarrow (\mathfrak{P} = \text{F}). \end{cases} \quad (4)$$

Здесь \mathfrak{P} – предикат следующего вида:

$$\mathfrak{P} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{-d_2 - d_3 u - \sqrt{(d_2 + d_3 u)^2 - 3d_1(d_4 u + d_5 u^2 + d_6)}}{3d_1} < \dot{\phi}_{d\max} \right), \quad (5)$$

а Т и F – обозначения для истинности и ложности соответственно.

Угловая скорость коленчатого вала соотносится со скоростью автомобиля \dot{S}_a при разгоне, равномерном движении и замедлении без разблокировки сцепления или гидротрансформатора следующим образом:

$$\dot{\phi}_d = \dot{S}_a v_{\text{БП}} v_{\text{П}} / r_k,$$

где r_k – осредненный статический радиус ведущих колес; $v_{\text{БП}}$ – передаточное число бесступенчатой передачи; $v_{\text{П}}$ – общее передаточное число прочих агрегатов трансмиссии.

Отсюда

$$v_{\text{БП}} = \frac{\dot{\phi}_d r_k}{\dot{S}_a v_{\text{П}}}.$$

$$\dot{\phi}_{d\min} = \frac{-d_2 - \sqrt{d_2^2 - 4d_1 d_6}}{2d_1}.$$

Приняв данную модель, легко вывести выражение для мощности двигателя:

$$N_d = M_d \dot{\phi}_d = d_1 \dot{\phi}_d^3 + d_2 \dot{\phi}_d^2 + d_3 \dot{\phi}_d^2 u + d_4 \dot{\phi}_d u + d_5 \dot{\phi}_d u^2 + d_6 \dot{\phi}_d. \quad (2)$$

Согласно базовым положениям математического анализа экстремумы непрерывной гладкой функции имеются в точках, где ее первая производная обращается в ноль [17].

Частная производная функции (2) по переменной $\dot{\phi}_d$

$$\frac{\partial N_d}{\partial \dot{\phi}_d} = 3d_1 \dot{\phi}_d^2 + 2(d_2 + d_3 u) \dot{\phi}_d + d_4 u + d_5 u^2 + d_6. \quad (3)$$

Обозначим через $\dot{\phi}_{dN}$ угловую скорость, на которой двигатель развивает наибольшую при определенном значении u мощность. Подставив ее в (3) вместо $\dot{\phi}_d$ и приравняв полученное выражение к нулю, получаем еще одно неприведенное квадратное уравнение:

$$3d_1 \dot{\phi}_{dN}^2 + 2(d_2 + d_3 u) \dot{\phi}_{dN} + d_4 u + d_5 u^2 + d_6 = 0.$$

Подставляя в эту формулу вместо $\dot{\phi}_d$ правую часть (4), получаем

$$v_{\text{БП}} = \begin{cases} \frac{-d_2 - d_3 u - \sqrt{(d_2 + d_3 u)^2 - 3d_1(d_4 u + d_5 u^2 + d_6)}}{3d_1 \dot{S}_a} \frac{r_k}{v_{\text{П}}} \Leftarrow (\mathfrak{P} = T); \\ \frac{\dot{\phi}_{\text{дmax}} r_k}{\dot{S}_a v_{\text{П}}} \Leftarrow (\mathfrak{P} = F). \end{cases} \quad (6)$$

Формула (6) справедлива, когда $v_{\text{БТmin}} \leq v_{\text{БТ}} \leq v_{\text{БТmax}}$, где $v_{\text{БТmin}}$ и $v_{\text{БТmax}}$ – наименьшее и наибольшее значения передаточного числа бесступенчатой передачи соответственно.

Аналогичные построения можно провести и для двигателей с иным протеканием скоростных характеристик, используя для их аппроксимации полиномы более высоких степеней. При этом алгоритм в виде аналитически заданной функции будет возможно сформировать, если соответствующее первой производной полинома по переменной $\dot{\phi}_d$ алгебраическое уравнение будет разрешимо в радикалах относительно нее же. Также имеется возможность использовать для аппроксимации неполиномиальные зависимости, которые, возможно, позволят отразить особенности функционирования конкретных двигателей с большей адекватностью. Однако и в данных случаях получение аналитически заданного алгоритма подразумевает очевидные условия аналитической дифференцируемости описывающей зависимости функции и аналитической же разрешимости сформированных уравнений относительно $\dot{\phi}_d$. В иных случаях выявление описывающей алгоритм зависимости потребует привлечения численных методов.

Ясно, что формула (6) является лишь промежуточным результатом, поскольку требуемое значение $v_{\text{БП}}$ должно быть обеспечено определенными значениями основных параметров передачи и в конечном счете – значением осевого смещения подвижных полушківов $S_{\text{ПШ}}$ (рис. 2).

Пусть текущие посадочные радиусы на ведущем и ведомом шкивах (r_1 и r_2 соответственно) в каждом состоянии передачи соотносятся с серединой высоты l_b той части поперечного сечения гибкого звена, которая входит в непосредственный контакт с рабочими поверхностями полушківов (рис. 2).

Текущее значение передаточного числа равно отношению текущих значений посадочных радиусов на ведомом и ведущем шкивах:

$$v_{\text{БП}} = r_2 / r_1. \quad (7)$$

Тогда наибольшее и наименьшее возможные значения передаточного числа будут определяться следующими формулами:

$$v_{\text{БПmax}} = r_{2\text{max}} / r_{1\text{min}}; \quad v_{\text{БПmin}} = r_{2\text{min}} / r_{1\text{max}}.$$

Здесь $r_{1\text{min}}$ и $r_{1\text{max}}$ – соответственно минимальное и максимальное значения посадочного радиуса на ведущем шкиве, а $r_{2\text{min}}$ и $r_{2\text{max}}$ – соответственно минимальное и максимальное значения посадочного радиуса на шкиве ведомом.

Основные геометрические размеры ведущего и ведомого шківов, как правило, одинаковы: $r_{1\text{min}} = r_{2\text{min}} = r_{\text{min}}$; $r_{1\text{max}} = r_{2\text{max}} = r_{\text{max}}$ (рис. 2). Тогда $v_{\text{БПmax}} = r_{\text{max}} / r_{\text{min}} = 1/v_{\text{БПmin}}$, и $v_{\text{БПmin}} = r_{\text{min}} / r_{\text{max}} = 1/v_{\text{БПmax}}$.

Учтем, что допустимое минимальное значение посадочного радиуса $[r_{\text{min}}]$ зависит от конструктивных особенностей гибкого звена и составляет около 0,025 м для вариаторных цепей и около 0,031 м для ремней толкающего типа.

Во всех дальнейших рассуждениях примем допущения об отсутствии сколь-либо значимых погрешностей изготовления элементов передачи и их пренебрежимо малом износе в процессе эксплуатации. Также для начала будем считать, что образующие полушківов представляют собой отрезки прямых (полушківы имеют форму идеальных усеченных круговых конусов), а поперечное сечение гибкого звена в зоне контакта с полушківками есть равнобокая трапеция (рис. 2).

На рис. 3, а показан фрагмент схемы передачи с дополнительными построениями. Длина изображенного на нем отрезка $B_1 B_2$ соответствует максимальному осевому смещению подвижных полушківов $S_{\text{ПШmax}}$. Основываясь на простейших геометрических соотношениях, данную величину можно выразить из основных размеров передачи.

Поскольку сторона AB_1 треугольника $\Delta AB_1 B_2$ лежит на образующей усеченного конуса правого полушківка, а сторона $B_1 B_2$ параллельна оси его собственной симметрии, по теореме о накрест лежащих углах [17] угол $\angle AB_1 B_2$ конгруэнтен углу между образующей и упомянутой осью. Поэтому, $\overline{AB_1 B_2} = \alpha_k$.

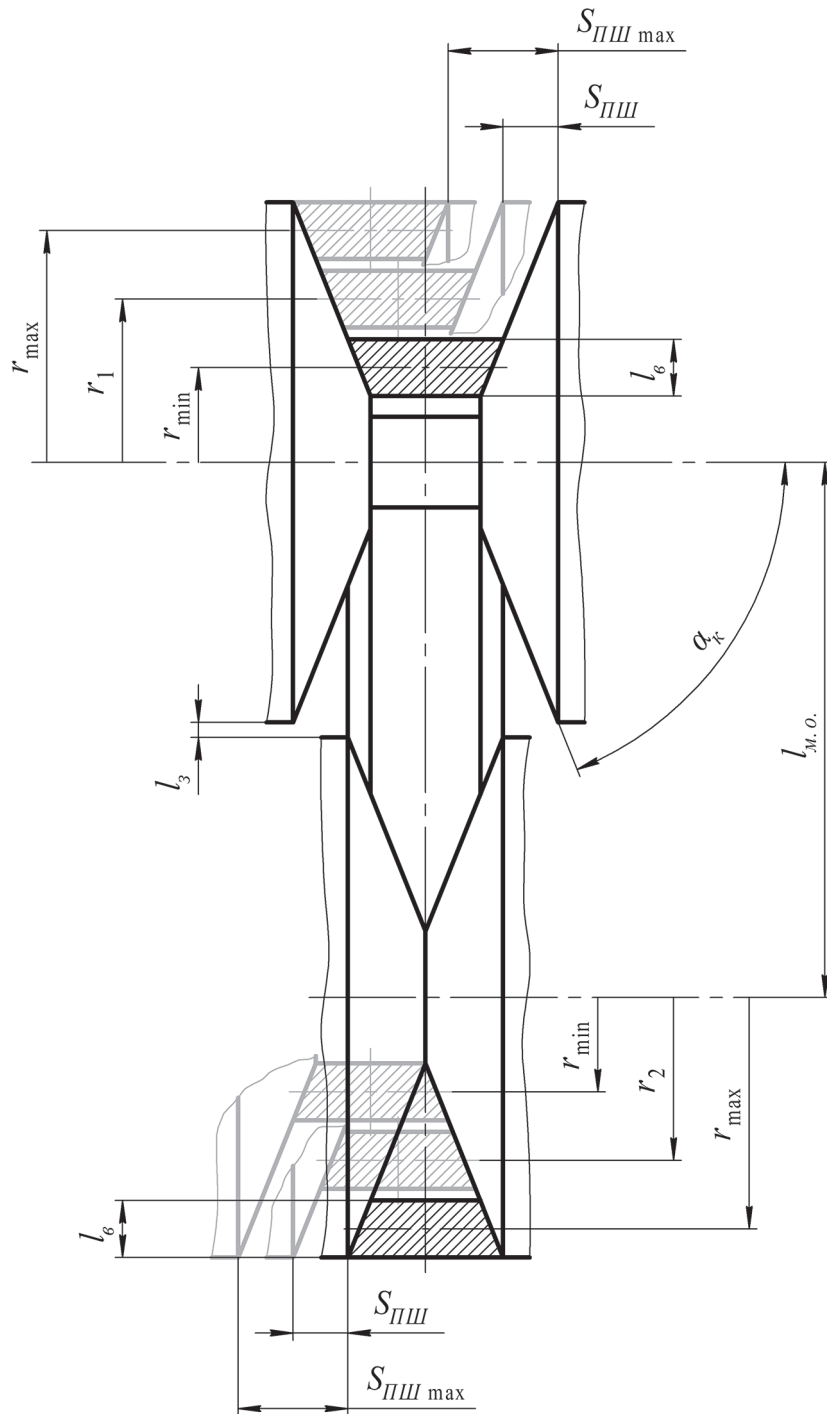


Рис. 2. Основные размеры и параметры бесступенчатой передачи с гибким звеном

Fig. 2. Main dimensions and parameters of continuously variable transmission with flexible link

Отказ от учета поперечной деформации гибкого звена под сжимающей нагрузкой полушквивов дает нам право утверждать, что отрезок AB_2 параллелен отрезку DE , лежащему на образующей усеченного конуса левого полушквива (так как расстояния от точек A и B_2 до точек E и D соответственно равны между собой) [17]. Взаимная же симметричность по-

лушквивов, в свою очередь, обуславливает конгруэнтность углов $\angle AB_1B_2$ и $\angle AB_2B_1$.

Таким образом, треугольник $\triangle AB_1B_2$ является равнобедренным, и высота его AC , проведенная к основанию B_1B_2 , совпадает с соответствующей медианой, вследствие чего $|B_1C| = |B_2C|$, и $|B_1B_2| = 2|B_1C| = 2|B_2C|$ [17]. В результате имеем два конгруэнтных [17]

прямоугольных треугольника ΔAB_1C и ΔAB_2C с общим катетом AC , чья длина $|AC| = r_{\max} - r_{\min}$.

Перечисленные обстоятельства позволяют из свойственных прямоугольным треугольникам тригонометрических соотношений [17] получить выражение для искомой величины:

$$S_{\text{пшmax}} = 2 \frac{|AC|}{\text{tg } \alpha_{\kappa}} = 2 \frac{r_{\max} - r_{\min}}{\text{tg } \alpha_{\kappa}}. \quad (8)$$

Далее проанализируем геометрическое построение, изображенное на рис. 3, б, положив, что окружности с центрами в точках C_1 и \tilde{N}_2 обозначают соответственно ведущий и ведомый шкивы, причем $|C_1A_1| = |C_1A_2| = r_{\min}$, а $|C_2B_1| = |C_2B_2| = r_{\max}$.

Длина гибкого звена в допущении о его малых деформациях соответствует сумме длин отрезков A_1B_1 , A_2B_2 и дуг окружностей $A_1A_3A_2$, $B_1B_3B_2$: $l_{\text{г.з.}} = |A_1B_1| + |A_2B_2| + \widehat{A_1A_3A_2} + \widehat{B_1B_3B_2}$.

Отрезки A_1B_1 , и A_2B_2 являются касательными в своих оконечных точках к обозначающим шкивы окружностям, и вследствие симметричности построений относительно проходящей через центры окружностей прямой $|A_1B_1| = |A_2B_2|$. Таким образом, $\tilde{N}_1A_1 \perp A_1B_1 \perp \tilde{N}_2B_1$, а $\tilde{N}_1A_2 \perp A_2B_2 \perp \tilde{N}_2B_2$, из чего, в частности, следует, что $\tilde{N}_1A_1 \parallel \tilde{N}_2B_1$ и $\tilde{N}_1A_2 \parallel \tilde{N}_2B_2$, а $\angle A_1C_1A_2 \cong \angle B_1C_2B_2$ (то есть, $\widehat{A_1C_1A_2} = \alpha = \widehat{B_1C_2B_2} = 2\gamma$) [17].

Рассмотрим прямоугольный треугольник $\Delta \tilde{N}_1\tilde{N}_2D$ и связанные с ним построения. Отрезок C_1D , являющийся его большим катетом, как и отрезок A_1B_1 , перпендикулярен отрезкам C_1A_1 и C_2B_1 , ввиду чего $C_1D \parallel A_1B_1$, $|C_1D| = |A_1B_1|$, и $|B_1D| = |C_1A_1|$ [17]. Из вышеизложенного очевидно, что длина гипотенузы данного треугольника $|C_1C_2| = l_{\text{м.о.}}$, где $l_{\text{м.о.}}$ – межосевое расстояние шкивов (рис. 2), а длина его мень-

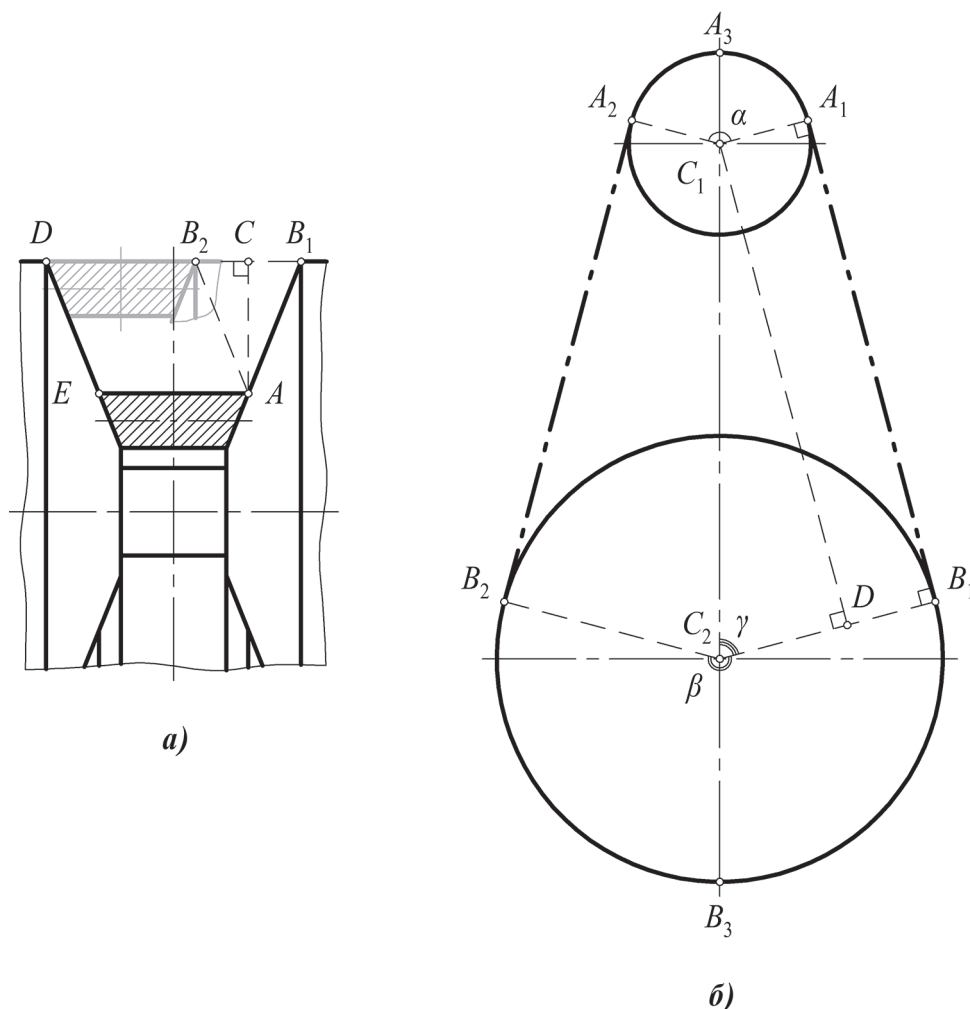


Рис. 3. Геометрические схемы бесступенчатой передачи с гибким звеном

Fig. 3. Continuously variable transmission with flexible link geometry

шого катета $|C_2D| = |C_2B_1| - |B_1D| = r_{\max} - r_{\min}$. При этом на основании элементарных соображений $l_{\text{м.о.}} = 2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3$, где $l_{\text{с}}$ – расстояние зазора между шкивами, которое целесообразно выбирать из диапазона 0,002...0,004 м (рис. 2).

Тогда по теореме Пифагора [17]

$$|C_1D| = \sqrt{|C_1C_2|^2 - |C_2D|^2} = \sqrt{(2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3)^2 - (r_{\max} - r_{\min})^2} = |A_1B_1| = |A_2B_2|.$$

Для нахождения длин дуг $\widehat{A_1A_3A_2}$ и $\widehat{B_1B_3B_2}$ необходимо знать угловые меры α и β соответственно: $|\widehat{A_1A_3A_2}| = r_{\min} \alpha'$; $|\widehat{B_1B_3B_2}| = r_{\max} \beta$ [17]. Так как $\alpha = 2\gamma$, а $\beta = 2\pi - 2\gamma$, оставшаяся часть задачи нахождения длины гибкого звена сводится к выражению угловой меры γ через известные величины.

Вновь обратимся к треугольнику $\Delta \tilde{N}_1 \tilde{N}_2 D$. Зная длины его гипотенузы и катетов, можем вывести интересующую нас формулу:

$$\gamma = \arccos \frac{|C_2D|}{|C_1C_2|} = \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3}.$$

Таким образом, номинальная длина гибкого звена

$$l_{\text{г.з.}} = 2\sqrt{(2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3)^2 - (r_{\max} - r_{\min})^2} + 2r_{\min} \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3} + 2r_{\max} \left(\pi - \arccos \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2r_{\max} + l_{\text{в}} + l_3} \right). \quad (9)$$

Оставаясь в рамках предположения о пренебрежимо малых деформациях гибкого звена под силовыми и температурными нагрузками, уместно считать, что значение величины $l_{\text{г.з.}}$ является постоянным при любых взаимосоответствующих значениях посадочных радиусов $r_1, r_2 \in [r_{\min}; r_{\max}]$:

$$l_{\text{г.з.}} = 2\sqrt{(2r_2 + l_{\text{в}} + l_3)^2 - (r_2 - r_1)^2} + 2r_1 \arccos \frac{r_2 - r_1}{2r_2 + l_{\text{в}} + l_3} + 2r_2 \left(\pi - \arccos \frac{r_2 - r_1}{2r_2 + l_{\text{в}} + l_3} \right). \quad (10)$$

С другой стороны, нетрудно понять, что, если в правой части выведенной ранее формулы (8) r_{\max} заменить на r_1 , полученное вы-

ражение будет определять уже не максимальное, а текущее осевое смещение подвижных полушквивов $S_{\text{пш}} \in [0; S_{\text{пшmax}}]$ (рис. 2). Исходя из этого r_1 можно представить как функцию переменной $S_{\text{пш}}$:

$$r_1 = r_{\min} + \frac{S_{\text{пш}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{к}}}{2}. \quad (11)$$

На основании (10) и (11), а также того обстоятельства, что значение величины $l_{\text{г.з.}}$ может быть найдено из (9) или непосредственными измерениями, приходим к уравнению, решение которого позволит выявить зависимость r_2 от $S_{\text{пш}}$:

$$2\sqrt{(2r_2 + l_{\text{в}} + l_3)^2 - \left(r_2 - r_{\min} - \frac{S_{\text{пш}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{к}}}{2} \right)^2} + 2 \left(r_{\min} + \frac{S_{\text{пш}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{к}}}{2} \right) \times \arccos \left(\frac{r_2 - r_{\min} - \frac{S_{\text{пш}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{к}}}{2}}{2r_2 + l_{\text{в}} + l_3} \right) + 2r_2 \left[\pi - \arccos \left(\frac{r_2 - r_{\min} - \frac{S_{\text{пш}} \operatorname{tg} \alpha_{\text{к}}}{2}}{2r_2 + l_{\text{в}} + l_3} \right) \right] - l_{\text{г.з.}} = 0. \quad (12)$$

В тех случаях, когда образующие контактных поверхностей передачи выполняются криволинейными, как рекомендуется в работе [14], задача несколько усложняется, поскольку тогда значения посадочных радиусов зависят помимо прочего от профилей этих поверхностей.

Вслед за автором [14] положим, что образующая контактных поверхностей каждого элемента гибкого звена является дугой окружности с радиусом R , чей центр находится на расстоянии l от середины высоты элемента $l_{\text{в}}$ (рис. 4). При этом $l + l_{\text{в}}/2 \leq R$. Также допустим, что нам известна функция $l_{\text{к}}(r_1)$, которая задает форму образующей полушкива как зависимость расстояния между каждой ее точкой и образующей воображаемого соосного кругового конуса в радиальном сечении, от соответствующего этой точке посадочного радиуса (рис. 4). Кроме того, будем считать, что контакт рабочих поверхностей является точечным.

Через $\alpha_{\text{к}}$ обозначим теперь угловую меру, соответствующую половине угла раствора упомянутого воображаемого конуса

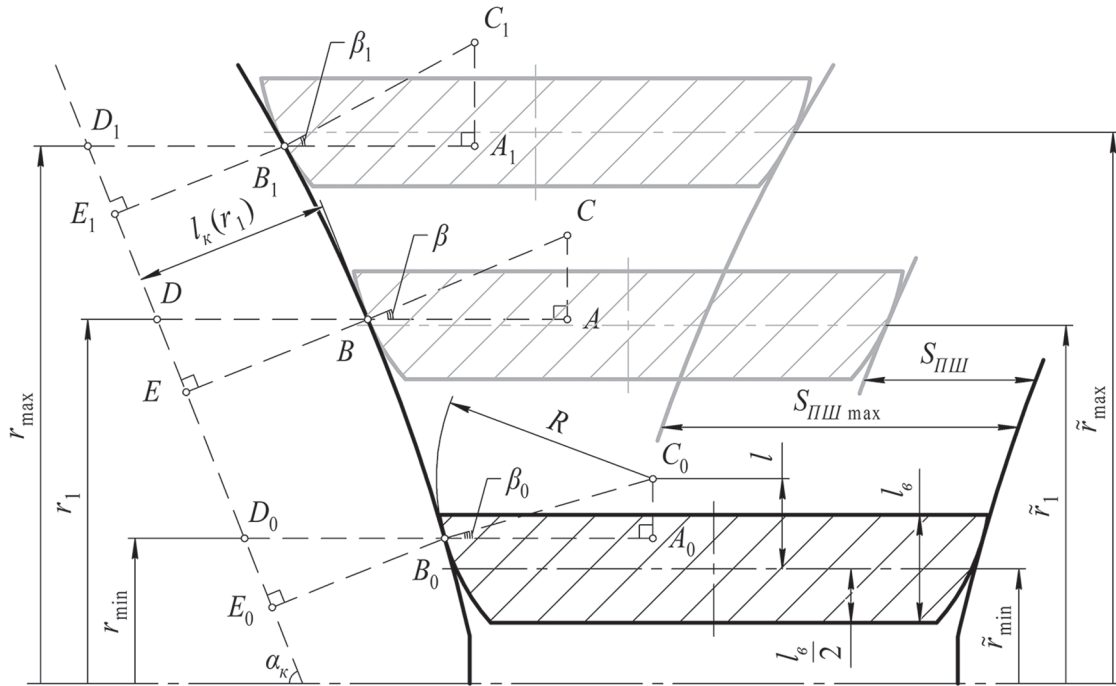


Рис. 4. Геометрическая схема, основные размеры и параметры фрикционной бесступенчатой передачи с криволинейными образующими контактных поверхностей шкивов и гибкого звена

Fig. 4. Geometric diagram, main dimensions and parameters of a frictional of continuously variable transmission with curved generatrices of the contact surfaces of the pulleys and flexible link

(рис. 4). Так как отрезки B_0D_0 , BD и B_1D_1 на рис. 4 параллельны друг другу и оси собственной симметрии данного конуса, $\angle B_0D_0E_0 \cong \angle BDE \cong \angle B_1D_1E_1$, а угловая мера этих углов по указанной ранее причине равна α_k . Также учтем, что отрезки A_0B_0 , AB и A_1B_1 лежат на тех же прямых, что и отрезки B_0D_0 , BD и B_1D_1 соответственно, а отрезки B_0C_0 , BC и B_1C_1 , будучи радиусами образующих контактных поверхностей гибкого звена ($|B_0C_0| = |BC| = |B_1C_1| = R$), нормальны к образующей полушкива в соответствующих точках контакта. Вкупе с геометрическим смыслом производной это дает нам основания утверждать, что

$$\widehat{ABC} = \beta = \pi/2 + \arctg l'_k(r_1) - \alpha_k,$$

где $l'_k(r_1) = \frac{dl_k(r_1)}{dr_1}$ [17].

В частных случаях для минимального и максимального значений посадочных радиусов $\widehat{A_0B_0C_0} = \beta_0 = \pi/2 + \arctg l'_k(r_{\min}) - \alpha_k$ и $\widehat{A_1B_1C_1} = \beta_1 = \arctg l'_k(r_{\max}) - \alpha_k$. Опираясь на вышеупомянутые тригонометрические соотношения для прямоугольных треугольников

$\triangle ABC$, $\triangle A_0B_0C_0$ и $\triangle A_1B_1C_1$ и формулы приведения [17], можем найти приведенные посадочные радиусы, соответствующие середине высоты l_b для общего и частных случаев:

$$\tilde{r}_1 = r_1 - l + |AC| = r_1 - l + R \cos \left[\alpha_k - \arctg l'_k(r_1) \right]; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{\min} &= r_{\min} - l + |A_0C_0| = \\ &= r_{\min} - l + R \cos \left[\alpha_k - \arctg l'_k(r_{\min}) \right]; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{\max} &= r_{\max} - l + |A_1C_1| = \\ &= r_{\max} - l + R \cos \left[\alpha_k - \arctg l'_k(r_{\max}) \right]. \end{aligned} \quad (15)$$

Аналогично в отношении приведенного посадочного радиуса на ведомом шкиве:

$$\tilde{r}_2 = r_2 - l + R \cos \left[\alpha_k - \arctg l'_k(r_2) \right]. \quad (16)$$

Подстановка правых частей (14) и (15) в (9) вместо r_{\min} и r_{\max} соответственно позволит найти длину гибкого звена.

Снова привлекая тригонометрические соотношения для треугольников $\triangle B_0D_0E_0$ и

$\triangle BDE$, теорему Пифагора для треугольников $\triangle A_0B_0C_0$ и $\triangle ABC$, а также (11) и приведенные выше выражения для угловых мер β_0 и β с формулами приведения, получаем:

$$S_{\text{ПШ}} = 2 \frac{r_1 - r_{\min}}{\operatorname{tg} \alpha_{\kappa}} - 2(|BD| - |B_0D_0|) +$$

$$+ 2(|A_0B_0| - |AB|) = 2 \frac{r_1 - r_{\min}}{\operatorname{tg} \alpha_{\kappa}} - 2 \frac{l_{\varepsilon}(r_1) - l_{\kappa}(r_{\min})}{\sin \alpha_{\kappa}} +$$

$$+ 2R \sqrt{1 - \cos^2 \left[\alpha_{\kappa} - \operatorname{arctg} l'_{\kappa}(r_{\min}) \right]} -$$

$$- 2R \sqrt{1 - \cos^2 \left[\alpha_{\kappa} - \operatorname{arctg} l'_{\kappa}(r_1) \right]}.$$

(17)

Понятно, что отсюда можем найти $S_{\text{ПШmax}}$, если положим $r_1 = r_{\max}$.

Решение уравнения (17) относительно r_1 позволит, используя (13), найти зависимость $\tilde{r}_1(S_{\text{ПШ}})$. Зная ее и памятуя о (16), сможем, в свою очередь, решить составленное по аналогии с (12) на основе (10) уравнение следующего вида:

$$2\sqrt{(2\tilde{r}_2 + l_b + l_s)^2 - [\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{ПШ}})]^2} +$$

$$+ 2\tilde{r}_1(S_{\text{ПШ}}) \arccos \frac{\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{ПШ}})}{2\tilde{r}_2 + l_b + l_s} +$$

$$+ 2\tilde{r}_2 \left[\pi - \arccos \frac{\tilde{r}_2 - \tilde{r}_1(S_{\text{ПШ}})}{2\tilde{r}_2 + l_b + l_s} \right] - l_{\text{г.з.}} = 0,$$

(18)

выявив тем самым искомую зависимость r_2 от $S_{\text{ПШ}}$.

Результаты исследования

Имея зависимость r_2 от $S_{\text{ПШ}}$ и принимая во внимание формулы (5)–(7) и (11) или решение уравнения (17), мы можем при помощи численных методов найти функцию $S_{\text{ПШ}} = f(u; \dot{S}_a)$.

Уравнения (12), (17) и (18) являются трансцендентными и подлежат решению численными методами. Для реализации таковых авторами в системе компьютерной математики Mathcad [18] была разработана соответствующая программа. Посредством данной программы были проведены расчеты применительно к легковому автомобилю с двигателем, математическая модель которого (1) характеризуется значениями параметров регрессии, найденными в работе [15]. При этом было учтено, что функционирование рассматриваемого вариатора в реальных эксплуатационных ситуациях не подразумевает использование всего обеспечиваемого им диапазона значений передаточного числа: $v_{\text{БПmin}}^* > v_{\text{БПmin}}$, $S_{\text{ПШmax}}^* < S_{\text{ПШmax}}$, где $v_{\text{БПmin}}^*$ и $S_{\text{ПШmax}}^*$ – реально используемые минимальное передаточное число передачи и максимальное осевое смещение полушквивов соответственно.

Ниже на рис. 5 и рис. 6 приведены ключевые результаты расчетов, полученные для передачи с прямолинейными образующими контактных поверхностей.

Заключение

Полученная функция $S_{\text{ПШ}} = f(u; \dot{S}_a)$ является искомым алгоритм в предварительной форме. Означенная форма не учитывает ди-

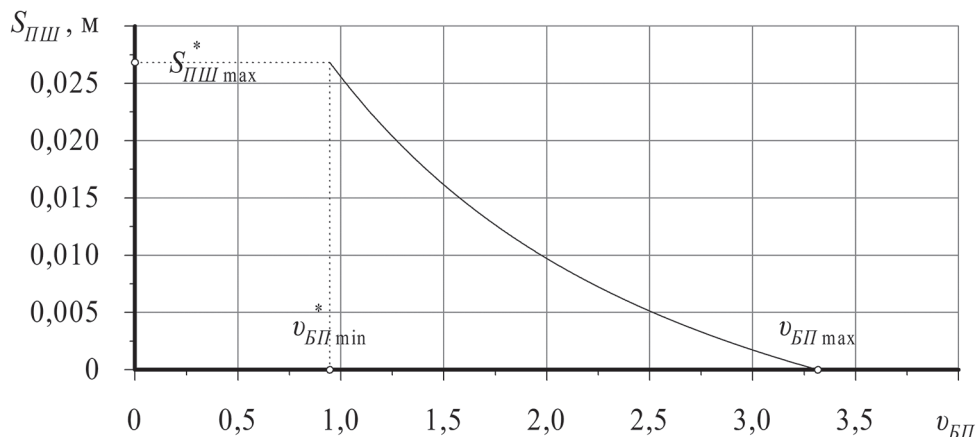


Рис. 5. Зависимость осевого смещения подвижных полушквивов от требуемого передаточного числа бесступенчатой передачи

Fig. 5. Dependence of the axial displacement of the movable pulleys on the required gear ratio of the continuously variable transmission

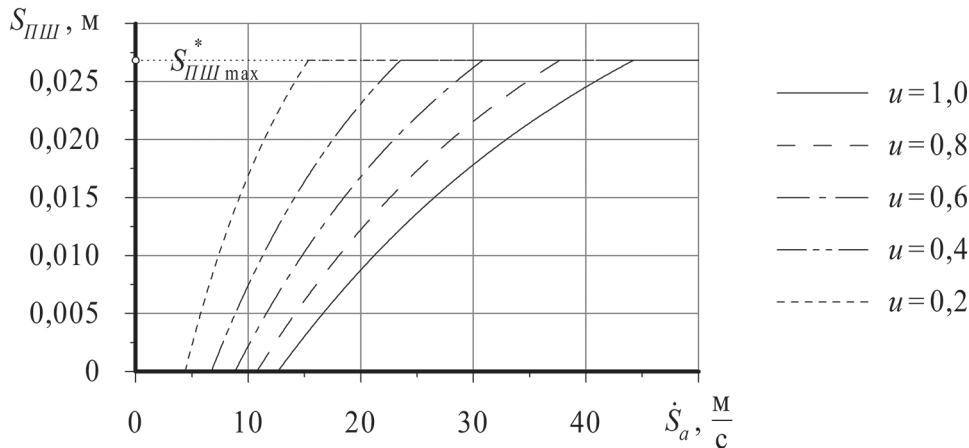


Рис. 6. Зависимости осевого смещения подвижных полушківов от скорости автомобиля при различных значениях степени открытия дроссельной заслонки

Fig. 6. Dependences of the axial displacement of the movable pulleys on the vehicle speed at various values of the throttle valve opening degree

намику передачи и привода управления ею, специфику некоторых характерных для автомобилей режимов эксплуатации и ряд других факторов. В то же время ее наличие позволяет, ориентируясь на доставляемые ею количественные оценки, предметно подойти к разработке эскизного проекта системы автоматического управления передачей с тем, чтобы на его основе сформировать алгоритм в окончательном виде и реализовать в виде программного обеспечения для цифрового командного устройства.

Литература

1. Белоусов Б.Н., Попов С.Д. Колесные транспортные средства особо большой грузоподъемности. Конструкция. Теория. Расчет / Под общ. ред. Б.Н. Белоусова. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006. 728 с.
2. Ксенофонтов И.В. Устройство и техническое обслуживание мотоциклов, мопедов, скутеров, квадрициклов. Учебник водителя транспортных средств кат. А, А1, М. М.: Третий Рим Капитал, 2016. 112 с.
3. Ожерельев В.Н. Современные зерноуборочные комбайны. М.: Колос, 2008. 176 с.
4. Стрелков А.Г. Конструкция быстроходных гусеничных машин: Учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Автомобиле- и тракторостроение». М.: МГТУ «МАМИ», 2005. 616 с.
5. Фишер Р., Гшайде Р., Хайдер У., Хоманн Б., Кайль В., Манн Й., Шлегель Б., Виммер А., Вормер Г. Автомобильная техника: введение в специальность: Учеб. / Под общ. ред. Р. Гшайде. Астана: Фолиант, 2017. 720 с.
6. Шарипов В.М., Апельинский Д.В., Арустамов Л.Х., Безруков Б.Б., Городецкий К.И., Давыдков Б.Н., Макаров А.Р., Михайлов В.А., Набоких В.А., Наумов Е.С., Парфенов А.П., Олисевиц О.В., Феофанов Ю.А., Шарипова Н.Н., Щетинин Ю.С. Тракторы. Конструкция: Учеб. для студентов вузов / Под общ. ред. В.М. Шарипова. М.: Машиностроение, 2012. 790 с.
7. Большая Советская энциклопедия [Электрон. ресурс]: Электрон. версия энциклопедии. М.: Большая Рос. энцикл.; Гласнет, 2003. 3 опт. диска (PC CD-ROM).
8. Гулия Н.В., Клоков В.Г., Юрков С.А. Детали машин: Учебник / Под общ. ред. Н.В. Гулия. СПб.: Лань, 2010. 416 с.
9. Дыко Г.А. Расчет основных параметров цепного вариатора трансмиссии автомобиля // Вестник КГУ. 2017. № 2. Серия «Технические науки». Вып. 12. С. 84–88.
10. Гаспарянц Г.А. Некоторые автоматические системы автомобиля: Учеб. пособие. М.: МАМИ, 1974. 217 с.
11. Есипенко Я.И. Механические вариаторы скорости. Киев: Гостехиздат УССР, 1961. 220 с.
12. Пронин Б.А., Ревков Г.А. Бесступенчатые клиноремные и фрикционные передачи (вариаторы). М.: Машиностроение, 1980. 320 с.
13. Снакин Р.Ф., Федурин В.И. К вопросу применения бесступенчатых передач на легковых автомобилях // Безопасность и надежность автомобиля: Межвуз. сб. науч. тр. М.: МАМИ, 1988. С. 220–225.

14. Каменсков В.Ю. Совершенствование эксплуатационных свойств автомобильного фрикционного вариатора с металлической цепью. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М.: 2009. 16 с.
15. Кретов А.В. Выбор параметров и законов регулирования автоматического сцепления по критериям минимизации нагрузочных режимов трансмиссии: Дис. ... канд. техн. наук. М., 1987. 214 с.
16. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей. М.: ЛЕНАНД, 2016. 200 с.
17. Выгодский М.Я. Справочник по математике. М.: АСТ: Астрель, 2011. 1055 с.
18. Кирьянов Д.В. Самоучитель Mathcad 13. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 528 с.
1. Belousov B.N., Popov S.D. *Kolesn-yye transportn-yye sredstva osobo bol'shoi gruzopod'yemnosti. Konstruktsiya. Teoriya. Raschet* [Wheeled vehicles of extra heavy carrying capacity. Design. Theory. Calculation]. Pod obshch. red. B.N. Belousova. Moscow: MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2006. 728 p.
2. Ksenofontov I.V. *Ustroystvo i tekhnicheskoye obsluzhivaniye mototsiklov, mopedov, skuterov, kvadritsiklov. Uchebnik voditelya transportnykh sredstv kat. A, A1, M* [Construction and maintenance of motorcycles, mopeds, scooters, quadricycles. Vehicle driver licence A, A1, M category textbook]. Moscow: Tretiy Rim Kapital Publ., 2016. 112 p.
3. Ozherel'yev V.N. *Sovremenn-yye zernouboroch-n-yye kombayny* [Modern combine harvesters]. Moscow: Kolos Publ., 2008. 176 p.
4. Strelkov A.G. *Konstruktsiya bystrokhodnykh gusenichnykh mashin* [The design of high-speed tracked vehicles]: Uchebnoye posobiye dlya studentov vuzov, obuchayushchikhsya po spetsial'nosti «Avtomobile- i traktorostroyeniYE». Moscow: MGTU «MAMI» Publ., 2005. 616 p.
5. Fisher R., Gshayde R., Khayder U., Khomann B., Kayl' V., Mann Y., Shlegel' B., Vimmer A., Vormer G. *Avtomobil'naya tekhnika: vvedeniye v spetsial'nost'* [Automotive engineering: an introduction to the specialty]: Ucheb. / Pod obshch. red. R. Gshayde. Astana: Foliant Publ., 2017. 720 p.
6. Sharipov V.M., Apelinskiy D.V., Arustamov L.KH., Bezrukov B.B., Gorodetskiy K.I., Davydkov B.N., Makarov A.R., Mikhaylov V.A., Nabokikh V.A., Naumov YE.S., Parfenov A.P., Olisevich O.V., Feofanov YU.A., Sharipova N.N., Shchetinin YU.S. *Traktory. Konstruktsiya* [Tractors. Design]: Ucheb. dlya studentov vuzov. Pod obshch. red. V.M. Sharipova. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 2012. 790 p.
7. *Bol'shaya Sovetskaya entsiklopediya* [Great Soviet Encyclopedia] [Elektron. resurs]: Elektron. versiya entsiklopedii. Moscow: Bol'shaya Ros. entsikl.; Glasnet, 2003. 3 opt. diska (PC CD-ROM).
8. Gulia N.V., Klokov V.G., Yurkov S.A. *Detali mashin* [Machine parts]: Uchebnik. Pod obshch. red. N.V. Gulia. SPb.: Lan' Publ., 2010. 416 p.
9. Dyko G.A. Calculation of the main parameters of the chain variator of the vehicle transmission. *Vestnik KGU*. 2017. No 2. Seriya «Tekhnicheskiye nauki». Vyp. 12, pp. 84–88 (in Russ.).
10. Gasparyants G.A. *Nekotor-yye avtomaticheskoye sistemy avtomobilya* [Automatic vehicle systems]: Ucheb. posobiye. Moscow: MAMI Publ., 1974. 217 p.
11. Yesipenko YA.I. *Mekhanicheskiye variatory skorosti* [Mechanical speed variators]. Kiyev: Gostekhizdat USSR Publ., 1961. 220 p.
12. Pronin B.A., Revkov G.A. *Besstupenchat-yye klinoremenn-yye i friktsionn-yye peredachi (variatory)* [Infinitely variable V-belt and friction transmissions (variators)]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1980. 320 p.
13. Snakin R.F., Fedurin V.I. The use of continuously variable transmissions in passenger vehicles. *Bezopasnost' i nadezhnost' avtomobilya: Mezhdvuz. Sb. nauch. tr.* Moscow: MAMI Publ., 1988, pp. 220–225 (in Russ.).
14. Kamenskov V.YU. *Sovershenstvovaniye ekspluatatsionnykh svoystv avtomobil'nogo friktsionnogo variatora s metallicheskoj tsep'yu*. Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk [Improving the performance of an automotive friction variator with a metal chain: Abstract to the Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow: 2009. 16 p.
15. Kretov A.V. *Vybor parametrov i zakonov regulirovaniya avtomaticheskogo stsepleniya po kriteriyam minimizatsii nagruzochnykh rezhimov transmissii*: Dis. ... kand. tekhn. nauk [Selection of parameters and laws of automatic clutch regulation according to the criteria of minimizing the load modes of the transmission: Dissertation for Degree of PhD in Engineering]. Moscow, 1987. 214 p.
16. Myshkis A.D. *Elementy teorii matematicheskikh modeley* [Elements of the theory of mathematical models]. Moscow: LENAND Publ., 2016. 200 p.
17. Vygodskiy M.YA. *Spravochnik po matematike* [Mathematics reference]. Moscow: AST: Astrel' Publ., 2011. 1055 p.
18. Kir'yanov D.V. *Samouchitel' Mathcad 13* [Mathcad 13 tutorial]. SPb.: BKHV-Peterburg Publ., 2006. 528 p.

PRELIMINARY SYNTHESIS OF ALGORITHMS FOR AUTOMATIC CONTROL OF AUTOMOBILE CONTINUOUSLY VARIABLE TRANSMISSIONS WITH FLEXIBLE LINKS

PhD in Engineering **A.E. Yesakov**¹, PhD in Engineering **A.V. Kretov**¹, PhD in Engineering **P.A. Krasavin**²

¹Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia

²Moscow Automobile and Road Construction State Technical University (MADI), Moscow, Russia
ravn@mail.ru

Variators of different operating principles and designs are of interest as components of automatic transmissions for ground transport and traction machines. At the same time, one of the most popular types of variators are the variators built on the basis of continuously variable transmissions with flexible links. The main reasons for the use of such variators in the transmissions of a number of modern passenger vehicles are, on the one hand, the emergence of flexible link designs with high durability, and, on the other hand, the widespread introduction of programmable electronic devices into automatic control systems for continuously variable transmissions. A direct consequence of the latter circumstance was the need for in-depth research aimed at synthesizing such control algorithms that would make it possible to fully use the advantages inherent in continuously variable transmissions with flexible links and minimize the operational consequences of their shortcomings. This paper makes an attempt to solve the problem of synthesizing the algorithm in a preliminary form, based on the goal of providing the vehicle with the best traction and speed properties. The presence of such an attempt will allow, having set the main parameters of a continuously variable transmission for some reason, to develop the hardware of the automatic control system. In turn, this will make it possible to synthesize a refined algorithm that takes into account the dynamics of the system, errors of meters and signal conversion devices, as well as other factors affecting work processes. When considering the described problem, various variants of the geometry of the contact surfaces of the continuously variable transmission links were taken into account and the corresponding mathematical apparatus were formed. The results of calculations, obtained by computer program that implements these devices, are selectively presented in the materials of the paper.

Keywords: automatic control, vehicle, algorithm, continuously variable transmission, variator, geometry, flexible link, gear ratio, transmission, traction and speed properties.

Cite as: A.E. Yesakov, A.V. Kretov, P.A. Krasavin Preliminary synthesis of algorithms for automatic control of automobile continuously variable transmissions with flexible links. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 25–37 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-25-37.