

# МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМОБИЛЬНЫХ ШИН НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

К.Т.Н. Томашевский С.Б.

Брянский государственный технический университет, Брянск, Россия  
tomashevskiy-sb@yandex.ru

Моделирование колесных машин является одним из основных направлений развития и практического применения программных систем, основанных на моделировании динамики систем тел. В рамках настоящей статьи рассмотрена методика анализа автомобильной шины методом конечных элементов при различных видах нагружения с целью идентификации параметров ее упрощенных динамических моделей. На основе метода конечных элементов создана уточненная модель шины, которая учитывает сложную геометрическую форму различных частей шины, их свойства материалов, а также контактное взаимодействие шины с опорой. Апробирована работоспособность этой модели, как при выполнении статических расчетов напряженно-деформированного состояния шины от действия внешней нагрузки, так и при решении обобщенной проблемы собственных значений. Подтверждено большое влияние на собственные частоты и формы колебаний шины внешней нагрузки. Одним из возможных применений рассмотренной методики конечно-элементного моделирования шины является выполнение уточненных расчетов динамики колесных машин в программном комплексе «Универсальный механизм». Существует несколько вариантов динамических моделей шины, которые могут быть использованы для исследования динамики внедорожных колесных машин в том числе модель на основе метода дискретных элементов и модель на основе метода связанных подструктур. Модель на основе метода дискретных элементов представляет собой некоторое количество абсолютно твердых тел-частиц, связанных между собой и диском колеса набором упруго-диссипативных элементов. Каждая частица такой модели имеет три линейные степени свободы относительно диска колеса. Результаты расчетов уточненной конечно-элементной модели шины необходимы для идентификации массовых и упруго-диссипативных свойств этой динамической модели шины. В модели на основе метода связанных подструктур упругие перемещения шины представляются в виде суммы допустимых форм упругого тела. В качестве допустимых форм упругого тела используются статические и собственные формы колебаний, рассчитанные с использованием уточненной конечно-элементной модели шины.

**Ключевые слова:** шина, метод конечных элементов, гиперупругость, контактная задача, проблема собственных значений.

**Для цитирования:** Томашевский С.Б. Моделирование автомобильных шин на основе метода конечных элементов // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 3 (45). С. 65–74. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-45-3-65-74.

## Введение

Моделирование колесных машин является одним из основных направлений развития и практического применения программных систем, основанных на моделировании динамики систем тел. Широкое распространение в данной области получили зарубежные программы комплексы *MSC.ADAMS/Car* [1] и *SimPack/Automotive* [2], а также российские разработки ЭЙЛЕР [3], ФРУНД [4] и разрабатываемый автором работы Универсальный механизм/UM *Automotive* (ПК УМ) [5]. Библиография по данному направлению насчитывает большое число публикаций [6-10].

Особенность моделирования динамики колесных машин, по сравнению с другими транспортными средствами, связана с необходимостью рассчитывать силы взаимодействия шины с до-

рогой. Наиболее распространенные модели шин являются либо безынерционными, либо имеют небольшое число степеней свободы [7–9, 11].

Одна из наиболее сложных моделей шины *FTire* с большим числом степеней свободы, применяемая для моделирования динамики колесных машин, разработана немецким ученым М. Гипсером [12]. Модель *FTire* представляет шину системой абсолютно твердых тел, расположенных по геометрической поверхности шины и связанных упруго-диссипативными силовыми элементами. Несмотря на большое число публикаций по теме взаимодействия шины с дорогой, развитие этого направления для внедорожных машин представляется актуальным как с точки зрения построения уточненных многомассовых моделей шины, учитывающих просадку грунтов и образования

колес, так и с целью повышения быстродействия расчетов в случае моделей шины с большим числом степеней свободы.

Целью данной работы является разработка математической модели шины, которая позволит моделировать динамику движения колесных машин по грунту с осадкой.

### **Методы и средства проведения исследований**

В рамках настоящей статьи рассмотрена методика анализа автомобильной шины методом конечных элементов при различных видах нагружения с целью идентификации параметров ее упрощенных динамических моделей.

#### *Постановка задачи и конструкция шины*

Автомобильная шина имеет сложную конструкцию. На рис. 1 показана типичная шина грузового автомобиля. В основании шины лежит резинотканевый кордный слой, который охватывает всю шину и заворачивается вокруг бортовых колец. Для увеличения жесткости части шины, которая непосредственно контактирует с дорожным покрытием, сверху на каркас накладывается брекер, состоящий из нескольких слоев корда. Внутренняя часть шины защищается от воздействия внешней среды специальными слоями (протектор и боковина), выполненными из резины.

Очевидно, что создание модели шины, подробно учитывающей особенности ее конструкции, для использования в расчетах динамики внедорожных колесных машин в настоящее время вряд ли возможно. Поэтому в расчетах динамики автомобилей как правило применяются упрощенные динамические модели. При этом возникает проблема идентификации параметров упрощенных динамических моделей шин. Для решения этой проблемы разработана методика создания уточненной конечно-элементной модели шины в программном комплексе *Femap with NX Nastran* [13].

Данная методика апробирована при выполнении следующих расчетов:

1. Определение напряженно-деформированного состояния шины и пятна контакта шины с опорой при следующих вариантах нагрузок:

1.1. Внутреннее давление.

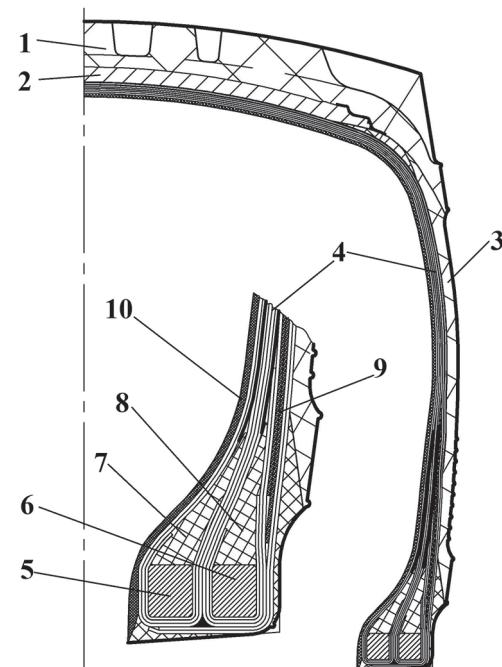
1.2. Внутреннее давление и вертикальная нагрузка.

2. Определение собственных частот и форм колебаний шины.

### *Методика создания конечно-элементной модели шины*

Протектор, боковина и наполнительные шнуры шины изготовлены из резин с различными механическими свойствами. Резина – это гиперупругий материал, способный претерпевать большие деформации, а после снятия нагрузки возвращаться в исходное состояние.

Части шины, изготовленные из резины, моделировались объемными конечно-элементами с гиперупругими свойствами. Для описания гиперупругих свойств материалов существуют различные модели: Нео-Гука (*Neo-Hooke*), Муни-Ривлина (*Moony-Rivlin*), Огдена (*Ogden*), Арруды – Бойса (*Arruda-Boyce*) и др. Целесообразно выбирать используемую в расчетах модель гиперупругого материала на основе экспериментальных исследований материалов шины. Некоторые рекомендации по идентификации параметров различных моделей гиперупругих материалов приведены в [14]. В связи с тем, что цель данной работы состоит не столько в исследовании напряженно-деформированного состояния определенной конструкции шины, а в разработке методики ее конечно-элементного моделирования,



**Рис. 1. Конструкция автомобильной шины:**

1 – проектор; 2 – брекер; 3 – боковина; 4 – каркас;  
5 – бортовое кольцо № 1; 6 – бортовое кольцо № 2;  
7 – наполнительный шнур № 1; 8 – наполнительный  
шнур № 2; 9 – усилительная бортовая лента;  
10 – герметизирующий слой

далее рассмотрим одну из наиболее распространенных моделей – модель Муни-Ривлина.

Функционал упругой энергии (упругий потенциал) в этой модели имеет вид:

$$W = \sum_{i+j=1}^{\max(i+j)} A_{i,j} (I_1 - 3)^i \left( \frac{I_1^2 - I_2}{2} - 3 \right)^j + \sum_k D_k (J - 1)^{2(k+1)},$$

где  $I_1, I_2$  – первый и второй инварианты тензора деформаций,  $J$  – детерминант градиента деформаций,  $A_{i,j}$  и  $D_k$  – константы,  $i, j, k = 0, 1, \dots$

Если сохранить только первые члены ряда, то получаем так называемую двухпараметрическую модель Муни-Ривлина:

$$W \approx A_{10} (I_1 - 3) + A_{01} \frac{I_1^2 - I_2 - 6}{2} + D_0 (J - 1)^2,$$

где  $D_0 = \frac{A_{10} + A_{01}}{1 - 2v}$ ,  $v$  – коэффициент Пуассона.

Известно, что двухпараметрическая модель Муни-Ривлина хорошо описывает деформации растяжения в диапазоне 90–100 %, но достаточно плохо – поведение материала при сжатии. Согласно [15] для описания гиперупругих свойств частей шины, изготовленных из резины, принято решение ограничиться использованием двухпараметрической модели Муни-Ривлина.

Шина, представленная на рис. 1, имеет два бортовых кольца. Каждое бортовое кольцо состоит из нескольких стальных проволок круглого поперечного сечения. Вокруг проволок находится резина. Таким образом, материал бортового кольца представляет собой двухфазный композит (рис. 2) с матрицей – резиной и волокнами – стальными проволоками.

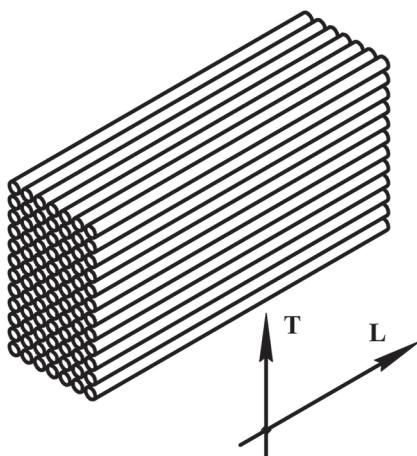


Рис. 2. Двухфазный композит

В [16] приведена методика расчета эффективных упругих постоянных композита, армированного непрерывными продольными волокнами. Согласно этой методике продольный модуль упругости композита  $E_L$  и коэффициент Пуассона в плоскости, перпендикулярной плоскости изотропии,  $\nu_{LT}$  определяются на основе на основе уравнения правила смесей:

$$P_c = P_f V_f + P_m V_m,$$

где  $P_c$  – эффективная упругая постоянная композита,  $P_f$  и  $P_m$  – упругие постоянные волокон и матрицы соответственно, а  $V_f$  и  $V_m$  – их относительные объемные доли в композите.

Для определения поперечных упругих постоянных применяются уравнения Халпина-Цая (Halpin-Tsai):

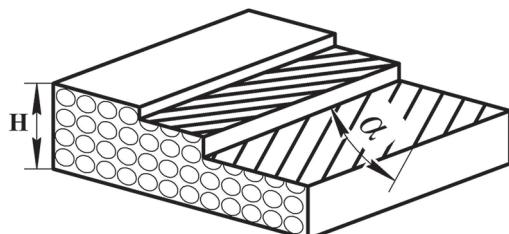
$$P_c = P_m \frac{1 + \xi \eta V_f}{1 - \eta V_f},$$

где  $\eta = \frac{P_f - P_m}{P_f + \xi P_m}$ ,  $\xi$  – эмпирическая константа.

К сожалению, подобный подход нельзя применять при моделировании бортовых колец шины, так как в общепринятой методике матрица – это изотропный материал, который описывается упругими константами, а в бортовом кольце матрица – это гиперупругий материал, представление которого упругими константами не допускается. В методической документации к программе *Nastran* в таких ситуациях рекомендуют продольные упругие постоянные рассчитывать на основе уравнения смешения, а поперечные подбирать опытным путем, чтобы обеспечить работоспособность конечных элементов. На основе этих рекомендаций выполнено моделирование бортовых колец объемными конечными элементами с ортотропными свойствами материала.

Брекер – это часть шины, которая состоит из нескольких слоев корда, расположенных под различными углами друг относительно друга, как показано на рис. 3. Он увеличивает сопротивление шины механическим повреждениям при наезде шины на неровности дороги. В конечно-элементной модели брекер моделировался многослойными конечными элементами *Laminate*. В программном комплексе *NX Nastran* эти конечные элементы подобны конечным элементам, которые используются для моделирования оболочек, за исключением того, что состоят из нескольких слоев (до 90).

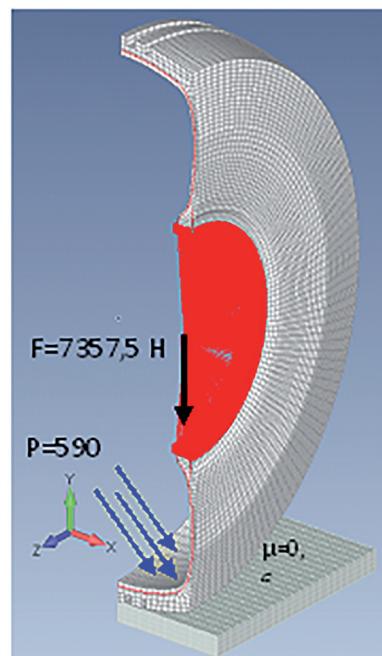
При этом имеется возможность независимого задания свойств материала каждого слоя. Использование конечных элементов *Laminate* при моделировании шины позволяет учесть толщину и угол поворота каждого слоя брекера.



**Рис. 3. Конструкция брекера**

Каркас шины моделировался балочными конечными элементами, работающими на растяжение, сжатие и изгиб. Частота проволок каркаса в конструкции шины намного больше густоты конечно-элементной модели в тангенциальном направлении. При этом проволоки каркаса работают независимо друг от друга. Поэтому для балочных конечных элементов вычислялись приведенные характеристики сечения, учитывающие количество проволок, которое приходится на один слой конечно-элементной модели в тангенциальном направлении.

Созданная таким образом конечно-элементная модель шины показана на рис. 4. Эта модель учитывает наличие двух плоскостей симметрии шины и состоит из 27541 узла и 29909



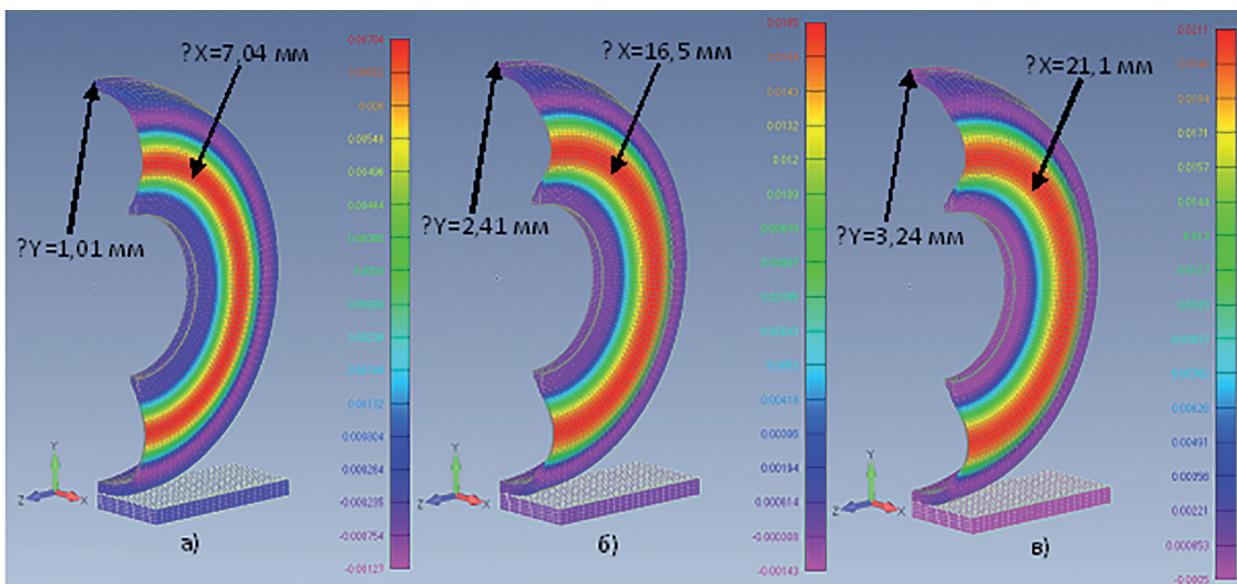
**Рис. 4. Конечно-элементная модель шины**

конечных элементов. К внутренней поверхности шины приложено внутреннее давление. Для приложения вертикальной нагрузки использован специальный *Rigid* элемент, который создает жесткую связь между узлом в точке приложения нагрузки и узлами в области контакта шины и обода колеса. Опора, на которой расположена шина, моделировалась жестким недеформируемым телом. При моделировании контактного взаимодействия шины с опорой коэффициент трения принят равным 0,6.

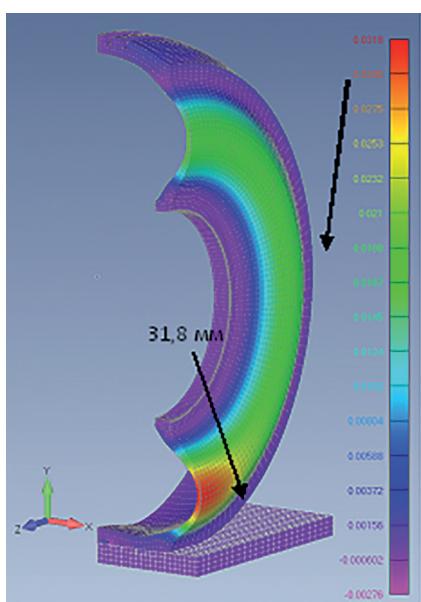
#### *Апробация конечно-элементной модели шины*

Определение напряженно-деформированного состояния шины выполнено с использованием метода Ньютона-Рафсона (*Newton-Raphson*). Нагрузки прикладывались к шине последовательно. Сначала выполнялся надув шины, а затем прикладывалась вертикальная нагрузка. Каждая нагрузка прикладывалась за 20 шагов, что позволило исследовать историю нагружения шины. На рис. 5 показано изменение деформированного состояния шины при надуве. Деформированное состояние на этом рисунке в масштабе соответствуетному перемещению в узлах конечно-элементной модели, а цветовая раскраска демонстрирует компоненту перемещения узлов модели по оси X. При внутреннем давлении 29,5 кПа, что соответствует 5 % от максимального давления в этой шине, шина увеличивается по оси X на 7,04 мм, а по оси Y на 1,01 мм (рис. 5, а). При давлении 295 кПа шина деформируется по оси X на 16,5 мм, а по оси Y на 2,41 мм (рис. 5, б). При максимальном давлении шина деформируется по оси X на 21,1 мм, а по оси Y на 3,24 мм (рис. 5, в).

После надува к модели прикладывалась вертикальная нагрузка, равная 7357,5 Н. Величина этой силы учитывает то, что конечно-элементная модель представляет собой четвертую часть исследуемой шины. На рис. 6 показано деформированное состояние шины, учитывающее воздействие как внутреннего давления 590 кПа, так и вертикальной нагрузки. Так же, как и на предыдущем рисунке, деэформированное состояние в масштабе соответствует полному перемещению в узлах конечно-элементной модели, а цветовая раскраска демонстрирует компоненту перемещения узлов модели по оси X. В случае вертикальной нагрузки перемещения узлов шины



**Рис. 5. Изменение деформированного состояния шины при надуве:**  
а – внутреннее давление 29,5 кПа; б – внутреннее давление 295 кПа; в – внутреннее давление 590 кПа



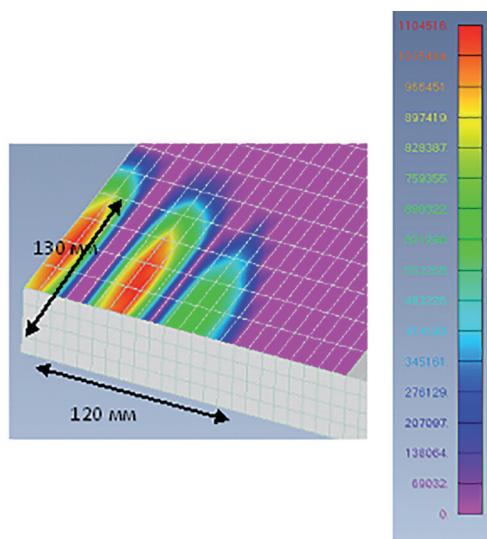
**Рис. 6. Деформированное состояние шины под действием вертикальной нагрузки**

по оси Х не одинаковы в тангенциальном направлении. Они максимальны в области шины, которая расположена рядом с опорой, и минимальны в противоположной части шины. Максимальное перемещение узлов шины по оси Х составляет 31,8 мм, что превышает в 1,5 раза аналогичное значение без учета вертикальной нагрузки.

При наличии вертикальной нагрузки появляется площадка контакта между шиной и опорой. На рис. 7 показано распределение давлений в пятне контакта. Площадь пятна

контакта шины с опорой имеет эллипсообразную форму.

Размер пятна контакта в направлении оси Z равен 130 мм, а в направлении оси X – 120 мм. При этом следует учитывать, что размер пятна контакта определен с точностью до размеров конечных элементов, используемых в области контакта шины и дороги. Размер конечных элементов расчетной схемы вблизи площадки контакта составляет 8,57 мм по оси X и 26,09 мм по оси Z. Благодаря наличию рисунка проектора контакт осуществляется не по всей поверхности эллипса, а лишь под выступами проектора. Контактное давление по площади контакта распределяется неравномерно. Мак-



**Рис. 7. Распределение давления в пятне контакта, Па**

симальное давление на пятне контакта достигает величины 1,1 МПа. Следует отметить, что на распределение давления по площадке контакта влияют прогиб шины и ее конструкция. Особенно сильное влияние на давление в контакте оказывает кривизна протектора шины. С уменьшением кривизны протектора увеличивается давление по краям беговой дорожки, а в ее середине уменьшается.

Представляют интерес собственные частоты и формы колебаний шины, так как, во-первых, они характеризуют фундаментальные упругомассовые свойства шины, а во-вторых, они необходимы для создания упрощенной динамической конечно-элементной модели шины.

На собственные частоты и формы колебаний шины большое влияние должно оказывать действующее на шину внутреннее давление, а также внешние нагрузки. Поэтому важно получить решение обобщенной проблемы собственных значений с учетом предварительного нагружения шины. То есть сначала выполняется решение нелинейной статической задачи, которая описывается системой уравнений метода конечных элементов:

$$([K_L] + [K_N] + [K_D])\{u\} = \{P\},$$

где  $[K_L]$  – линейная матрица жесткости,  $[K_N]$  – нелинейная матрица жесткости, коэффициенты которой являются функциями компонент вектора перемещений,  $[K_D]$  – дифференциальная матрица жесткости, коэффициенты которой являются функциями напряжений,  $\{u\}$  – вектор перемещений узлов,  $\{P\}$  – вектор внешних сил.

Затем решается обобщенная проблема собственных значений с матрицами жесткости шины, измененными с учетом достигнутых величин перемещений и напряжений при ре-

шении нелинейной задачи методом Ньютона-Рафсона:

$$([K_L] + [K_N] + [K_D])_k \{q\}_k = \lambda_k [M] \{q\}_k,$$

где  $\lambda$  – собственное значение,  $\{q\}$  – вектор, определяющий собственную форму колебаний,  $[M]$  – матрица масс,  $k$  – номер шага нагружения.

В таблице приведены первые 10 собственных частот конечно-элементной модели шины, вычисленные с учетом различных вариантов ее предварительного нагружения. Во втором столбце таблицы находятся собственные частоты без учета приложенных нагрузок. В третьем столбце приведены частоты, вычисленные с учетом внутреннего давления вшине 590 кПа, а в четвертом столбце показаны частоты, вычисленные после приложение к модели как внутреннего давления 590 кПа, так и вертикальной нагрузки 7357,5 Н. Большие различия в частотах нагруженной и ненагруженной шины подтверждают важность учета внутреннего давления при расчете собственных частот шины. Именно эти частоты и формы колебаний целесообразно использовать при подготовке упрощенной динамической модели шины. Вертикальная нагрузка также оказывает некоторое влияние на собственные частоты и формы колебаний шины. Так, например, учет вертикальной нагрузки по сравнению со случаем, когда учитывается только внутреннее давление вшине, приводит к увеличению первой собственной частоты на 8,39 %. С увеличением номера частоты влияние вертикальной нагрузки на частоты снижается. Девятая и десятая собственные частоты, вычисленные с учетом вертикальной нагрузки, близки к частотам шины, рассчитанным только с учетом внутреннего давления вшине.

Таблица

**Собственные частоты шины, Гц**

№	Без нагрузки	Давление	Давление и вертикальная нагрузка
1	15,82	46,75	50,67
2	19,39	57,29	61,62
3	20,37	67,50	69,57
4	23,38	70,28	72,78
5	27,69	77,29	81,44
6	32,23	86,42	89,61
7	35,13	94,89	96,97
8	37,01	102,86	103,87
9	40,11	110,54	110,69
10	41,08	118,14	117,65

Формы колебаний шины, вычисленные с учетом внутреннего давления, показаны на рис. 8.

### Заключение

На основе метода конечных элементов создана уточненная модель шины. Апробирована ее работоспособность как при выполнении статических расчетов напряженно-деформированного состояния шины от действия внешней нагрузки, так и при решении обобщенной проблемы собственных значений. Полученные в ходе расчетов величины деформаций шины и размеры площадки контакта шины с опорой имеют реалистичные значения. Подтверждено большое влияние на собственные частоты и формы колебаний шины внешней нагрузки.

Это свидетельствуют о работоспособности рассмотренной методики конечно-элементного моделирования шины в программном комплексе *Femap with NX Nastran*.

В дальнейшем возможно применение данной методики конечно-элементного моделирования шины для выполнения уточненных расчетов динамики колесных машин в программном комплексе «Универсальный механизм». Для этого требуется создание специальных моделей шины, предназначенных для исследования динамики колесных машин. Необходимость создания таких моделей обусловлена тем, что сейчас в программном комплексе «Универсальный механизм» имеются только упрощенные модели взаимодействия

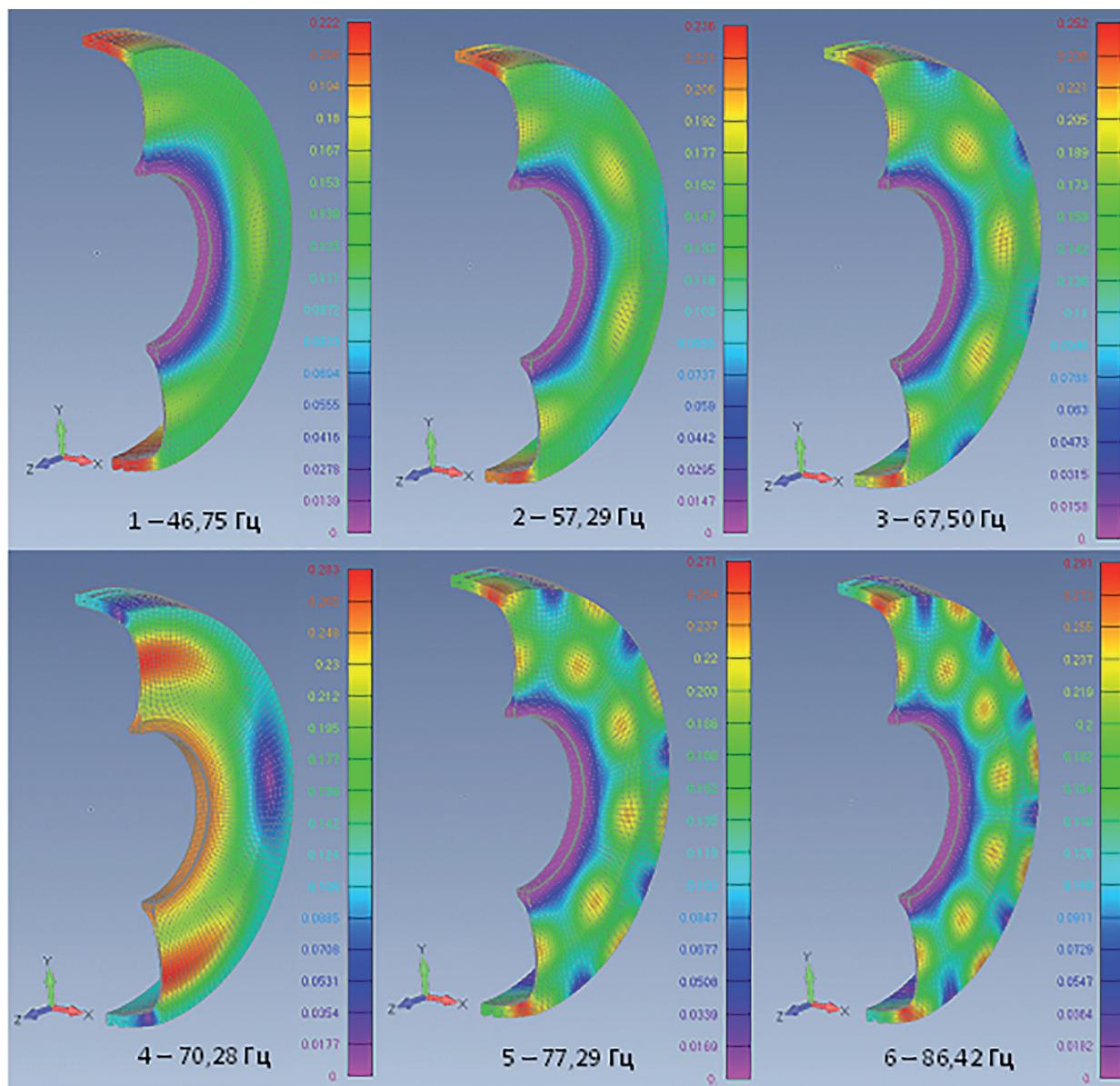
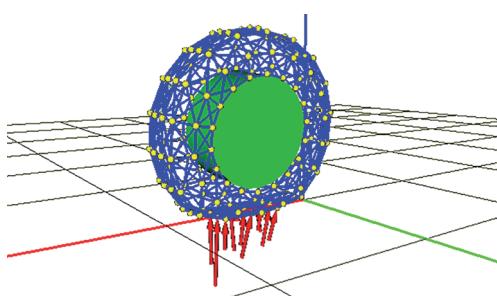


Рис. 8. Формы колебаний шины с учетом внутреннего давления

колеса с дорогой. Их возможностей вполне хватает для исследования динамики подвески легковых автомобилей, но недостаточно для моделирования внедорожников.

При создании динамических моделей шин работы могут вестись по двум направлениям. Во-первых, динамическая модель шины может быть создана на основе метода дискретных элементов [17]. Эта модель представляет собой некоторое количество абсолютно-твёрдых тел-частиц, связанных между собой и с диском колеса набором упруго-диссипативных элементов. Количество частиц или разбивка шины может быть задано на этапе подготовки модели в подсистеме шины. Внешний вид модели такого колеса в программном комплексе «Универсальный механизм» представлен на рис. 9 (дискретные элементы выделены желтым цветом, распределение сил в контакте с дорогой изображено красными стрелками).



**Рис. 9. Модель колеса в программном комплексе «Универсальный механизм»**

Каждая частица такой модели имеет три линейные степени свободы относительно диска колеса. Массы частиц рассчитываются в соответствии с массой всей шины и разбивкой ее поверхности. Результаты расчетов уточненной конечно-элементной модели шины (рис. 4) могут быть применены для идентификации массовых и упруго-диссипативных свойств разрабатываемой динамической модели шины.

Во-вторых, может быть разработана модель шины на основе метода связанных подструктур (Крэйга-Бэмптона – *Craig-Bampton*) [18]. В такой динамической модели упругие перемещения шины представляются в виде суммы  $n$  допустимых форм упругого тела:

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n h_i w_i = [H]\{w\},$$

где  $\{u\}$  – вектор узловых степеней свободы шины,  $h_i$  – допустимая форма,  $w_i$  – модальная

координата, определяющая упругие перемещения, соответствующие  $i$ -й форме.

Матрица  $[H]$  называется модальной матрицей. Эта матрица строится на основании статических и собственных форм, рассчитанных с использованием уточненной конечно-элементной модели (рис. 4).

Существенная сложность создания динамической модели шины с использованием метода Крэйга-Бэмптона состоит в том, что в программе *NX Nastran* шину необходимо моделировать в нелинейной постановке, а методика и соответствующее программное обеспечение для экспорта данных из *NX Nastran* в программный комплекс «Универсальный механизм» в настоящее время разработано только для линейных задач. Поэтому для создания такой динамической модели дополнительно предстоит выполнить большой объем работы по созданию обмена данными между двумя программными продуктами.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФИ № 18-41-320004 р\_а.

### Литература

- Сайт «MSCSOFTWARE». URL: <http://www.mssoftware.ru/products/adams-modules> (дата обращения 06.06.2020).
- Сайт «3ds». URL: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/simpack/product-modules/automotive-modules> (дата обращения 06.06.2020).
- Сайт «ЭЙЛЕР». URL: <http://www.euler.ru> (дата обращения 06.06.2020).
- Сайт «ФРУНД». URL: <http://www.frund.vstu.ru> (дата обращения 06.06.2020).
- Сайт «Универсальный механизм». URL: <http://www.universalmechanism.com> (дата обращения 06.06.2020).
- Хачатуров А.А. Динамика системы дорога, шина, автомобиль, водитель. М.: Машиностроение, 1976. 534 с.
- J.Y.Wong. Theory of Ground Vehicles. John Wiley & Sons, 2001. 528 p.
- Pacejka H.B. Tire and Vehicle Dynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.
- J.Y. Wong. Terramechanics and Off-Road Vehicle Engineering. 2nd Edition. Butterworth-Heinemann, 2009. 488 p.
- G. Genta, A. Genta. Road Vehicle Dynamics. Fundamentals of Modeling and Simulation. Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences: Volume 88. World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 2017. 996 p.

11. Liang, C., Allen, R., Rosenthal, T., Chrstos, J. et al., "Tire Modeling for Off-Road Vehicle Simulation," SAE Technical Paper 2004-01-2058, 2004. DOI: 10.4271/2004-01-2058.
12. Gipser M., FTire – the tire simulation model for all applications related to vehicle dynamics // Intl. Journal of Vehicle System Dynamics: Volume 45. 2007, pp. 139–151.
13. Сайт «Femap with NX Nastran». URL: <https://www.plm.automation.siemens.com/global/ru/products/simcenter/femap.html> (дата обращения 06.06.2020).
14. Халаев А.А., Титенкова Е.Н. Оценка напряжено-деформированного состояния полимерных упругих элементов перспективного поглощающего аппарата автосцепки ГП-120А // Вестник Брянского государственного технического университета. 2007. № 4. С. 84–90.
15. Левенков Я.Ю., Вольская Н.С., Рusanov O.A. Моделирование автомобильной пневматической шины, взаимодействующей с твердой неровной опорной поверхностью // Наука и образование. 2013. № 5. <http://technomag.edu.ru>.
16. Скворцов Ю.В., Глушков С.В., Хромов А.И. Моделирование композитных элементов конструкций и анализ их разрушения в CAE-системах MSC.Patran-Nastran и Ansys: электрон. учеб. пособие. Минобрнауки России. Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С.П. Королева (Нац. исслед. ун-т). Электрон, текстовые и граф. дан. (2,3 Мбайта). Самара, 2012. 1 эл. опт. диск (CD-ROM).
17. Агапов Д.Г. Моделирование динамики автомобильного колеса методом дискретных элементов // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4 томах. Т. 1: Общая и прикладная механика. Уфа, 2019. С. 423–424.
18. Михеев Г.В. Компьютерное моделирование динамики систем абсолютно твердых и упругих тел, подверженных малым деформациям: дис. ... канд. техн. наук. Брянский государственный технический университет, Брянск, 2004. 155 с.
4. Sayt «FRUND». URL: <http://www.frund.vstu.ru> (accessed: 06.06.2020).
5. Sayt «Universal'nyy mekhanizM». URL: <http://www.universalmechanism.com> (accessed: 06.06.2020).
6. Khachaturov A. A. *Dinamika sistemy doroga, shina, avtomobil', voditel'* [Dynamics of system road, tire, vehicle, driver]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1976. 534 p.
7. J.Y.Wong. Theory of Ground Vehicles. John Wiley & Sons, 2001. 528 p.
8. Pacejka H. B. Tire and Vehicle Dynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford, 2002.
9. J.Y.Wong. Terramechanics and Off-Road Vehicle Engineering. 2nd Edition. Butterworth-Heinemann, 2009. 488 p.
10. G. Genta, A. Genta. Road Vehicle Dynamics. Fundamentals of Modeling and Simulation. Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences: Volume 88. World Scientific Publishing Co Pte Ltd, 2017. 996 p.
11. Liang, C., Allen, R., Rosenthal, T., Chrstos, J. et al., "Tire Modeling for Off-Road Vehicle Simulation," SAE Technical Paper 2004-01-2058, 2004. DOI: 10.4271/2004-01-2058.
12. Gipser M., FTire – the tire simulation model for all applications related to vehicle dynamics // Intl. Journal of Vehicle System Dynamics: Volume 45. 2007, pp. 139–151.
13. Сайт «Femap with NX Nastran». URL: <https://www.plm.automation.siemens.com/global/ru/products/simcenter/femap.html> (accessed: 06.06.2020).
14. Khalayev A.A., Titenkova Ye.N. Assessment of the stress-strain state of polymer elastic elements of the promising draft gear for automatic coupler GP-120A. *Vestnik Bryanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2007. No 4, pp. 84–90. (in Russ.).
15. Levenkov Ya.Yu., Vol'skaya N.S., Rusanov O.A. Modeling an automobile pneumatic tire interacting with a hard, uneven bearing surface. *Nauka i obrazovaniye*. 2013. No 5. <http://technomag.edu.ru>. (in Russ.).
16. Skvortsov Yu.V., Glushkov S.V., Khromov A.I. *Modelirovaniye kompozitnykh elementov konstruktsiy i analiz ikh razrusheniya v CAE-sistemakh MSC.Patran-Nastran i Ansys* [Modeling of composite structural elements and analysis of their destruction in MSC.Patran-Nastran and Ansys CAE-software]: elektron. ucheb. posobiye. Minobrnauki Rossii. Samar. gos. aerokosm. un-t im. S.P. Koroleva (Nats. issled. un-t). Elektron, tekstovyye i graf. dan. (2,3 Mbayta). Samara, 2012. 1 el. opt. disk (CD-ROM).

## References

1. Sayt «MSCSOFTWARE». URL: <http://www.msc-software.ru/products/adams-modules> (accessed: 06.06.2020).
2. Sayt «3ds». URL: <https://www.3ds.com/products-services/simulia/products/simpack/product-modules/automotive-modules> (accessed: 06.06.2020).
3. Sayt «EYLER». URL: <http://www.euler.ru> (accessed: 06.06.2020).

17. Agapov D.G. Modeling the dynamics of a vehicle wheel using the discrete element method. *XII Vserossiyskiy s'yezd po fundamental'nym problemam teoreticheskoy i prikladnoy mehaniki: sbornik trudov v 4 tomakh. Vol. 1: Obshchaya i prikladnaya mehanika* [XII All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics: a collection of works in 4 volumes. Volume 1: General and Applied Mechanics]. Ufa, 2019, pp. 423–424. (in Russ.).
18. Mikheyev G.V. *Komp'yuternoje modelirovaniye dinamiki sistem absolyutno tverdykh i uprugikh tel, podverzhennykh malym deformatsiyam*: dis. ... kand. tekhn. nauk [Computer simulation of the dynamics of systems of absolutely rigid and elastic bodies subject to small deformations: Dissertation for Degree of Ph.D. (Engineering)]. Bryanskij gosudarstvennyj tekhnicheskiy universitet, Bryansk, 2004. 155 p.

## SIMULATION OF VEHICLE TIRES BASED ON THE FINITE ELEMENT METHOD

PhD in Engineering **S.B. Tomashevskiy**  
Bryansk State Technical University, Bryansk, Russia  
tomashevskiy-sb@yandex.ru

*Modeling of wheeled vehicles is one of the main directions of development and practical application of software systems based on modeling the dynamics of body systems. In this paper, a technique for analyzing a vehicle tire by the finite element method under various types of loading is considered in order to identify the parameters of its simplified dynamic models. Based on the finite element method, a refined tire model is created. It takes into account the complex geometric shape of various tire parts, their material properties, as well as the contact interaction of the tire with the support. The efficiency of this model was tested, both when performing static calculations of the stress-strain state of the tire from the action of an external load, and when solving the generalized eigenvalue problem. The great influence of external load on the natural frequencies and vibration modes of the tire is confirmed. One of the possible applications of the considered method of finite element modeling of a tire is the performance of refined calculations of the dynamics of wheeled vehicles in the "Universal Mechanism" software package. There are several variants of dynamic tire models that can be used to study the dynamics of off-road wheeled vehicles, including a model based on the method of discrete elements and a model based on the method of coupled substructures. A model based on the method of discrete elements represents a number of absolutely solid bodies-particles, connected to each other and by a wheel disk by a set of elastic-dissipative elements. Each particle of this model has three linear degrees of freedom relative to the wheel disk. The results of calculations of the refined finite element model of the tire are necessary to identify the mass and elastic-dissipative properties of this dynamic tire model. In the model based on the method of connected substructures, the elastic displacements of the tire are represented as the sum of the admissible shapes of the elastic body. Static and natural vibration modes are used as permissible forms of an elastic body, calculated using a refined finite element model of the tire.*

**Keywords:** tire, finite element method, hyperelasticity, contact problem, eigenvalue problem.

**Cite as:** Tomashevskiy S.B. Simulation of vehicle tires based on the finite element method. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 3 (45), pp. 65–74 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-45-3-65-74.