

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ МЕЖДУ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ И ФАКТИЧЕСКИМ РАДИУСАМИ ПОВОРОТА ГУСЕНИЧНОЙ МАШИНЫ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

К.Т.Н. Стадухин А.А.

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

ant.m9@ya.ru

Введение. Определение потребной силы тяги и мощности, необходимой гусеничной машине в повороте базируется на аналитических зависимостях, приводимых в классических литературных источниках. При этом зависимость теоретического и фактического радиуса поворота обычно описывается недостаточно точно.

Предмет исследования. В настоящей статье производилось исследование зависимости теоретического и фактического радиуса поворота и влияния на нее параметров ходовой части гусеничной машины, характеристик опорного основания и режима движения.

Методология и методы. Исследование проводилось с использованием специально разработанной модели стационарного поворота ГМ, отличающейся учетом перераспределения нормальных реакций и реализацией, позволяющей быстро проводить многофакторные эксперименты. Поворот ГМ в модели описывается как плоское движение твердого тела. Взаимодействие движителя с опорным основанием осуществляется через так называемые активные участки гусеницы. В отличие от классических подходов модель позволяет исследовать поворот ГМ при скорости, близкой к критической по заносу.

Результаты и научная новизна. В процессе вычислительных экспериментов варьировались параметры ходовой части ГМ, свойства опорного основания, а также скорость движения и фактический радиус поворота. Было выяснено что классические зависимости фактического и теоретического радиуса поворота нуждаются в уточнении при движении на скорости, близкой к критической по заносу, при этом вид зависимости определяется высотой центра масс ГМ.

Практическая значимость. Указанные особенности должны быть учтены как при оценке быстроходности машины и определении необходимой тяговооруженности, так и при проведении работ по разработке систем активной безопасности гусеничных машин.

Ключевые слова: тяговый расчет, гусеничная машина, поворот, математическое моделирование, радиус поворота.

Для цитирования: Стадухин А.А. Исследование взаимосвязи между теоретическим и фактическим радиусами поворота гусеничной машины с помощью математического моделирования // Известия МГТУ «МАМИ». 2020. № 4 (46). С. 80–91. DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-80-91.

Введение

Теоретический радиус поворота гусеничной машины (ГМ) определяется скоростями вращения ведущих колес. Но так как при криволинейном движении ГМ обычно наблюдается буксование забегающей гусеницы и юз отстающей, то фактический радиус поворота отличается от теоретического в большую сторону.

Точность классического подхода к оценке тяговых возможностей гусеничных машин в повороте зависит от правильности определения взаимосвязи теоретического и фактическо-

го радиусов поворота [1, 2, 3, 4]. В литературе эта взаимосвязь часто считается постоянной величиной [4, 5]:

$$R_f = 1,3 \dots 1,8 R_t, \quad (1)$$

где R_f – фактический радиус поворота; R_t – теоретический радиус поворота.

В ряде источников взаимосвязь радиусов поворота зависит от параметров ходовой части гусеничной машины [6]:

$$R_f = \frac{L}{B} R_t, \quad (2)$$

где L – база гусеничной машины; B – колея гусеничной машины.

Рассмотренные отношения имеют приемлемую точность не во всех режимах движения гусеничной машины (ГМ). Так, из работы [8] следует, что при приближении скорости машины к предельной по устойчивости фактический радиус поворота может меняться относительно теоретического. Очевидно, что при наступлении заноса ГМ это изменение может достигнуть значительной величины.

Вместе с тем, к современным ГМ предъявляются все большие требования по быстроходности, что вызывает необходимость движения со скоростью близкой к критической по заносу. Использование точных математических моделей при исследовании этих режимов позволит корректно выбирать параметры силовой установки и трансмиссии, и может быть полезно при разработке систем управления поворотом ГМ.

Математическая модель стационарного поворота гусеничной машины

Математическая модель, описанная далее, предназначена для исследования стационарного поворота ГМ с учетом особенностей взаимодействия активных участков гусениц с опорным основанием типа «плотный грунт» согласно подходу, базирующемуся на представлении об «эллипсе трения» [7]. Движение корпуса гусеничной машины представлено как движение твердого тела в горизонтальной плоскости по ровной опорной поверхности и складывается из поступательного движения центра масс машины и вращательного движения корпуса вокруг центра масс.

В модели происходит учет перераспределения нормальных нагрузок между активными участками гусеницы, вызванного действием внешних сил. Однако связь опорных катков (ОК) с корпусом ГМ в вертикальной плоскости рассматривается без учета упругих свойств подвески.

При создании имитационной модели были приняты следующие допущения:

1) массы подрессоренных и неподдресоренных элементов приведены к корпусу ГМ;

2) движение ГМ происходит по ровной горизонтальной опорной поверхности типа «плотный грунт». Под ОП типа «плотный грунт» понимается поверхность, деформиру-

емая по нормали и в касательной плоскости, при этом бульдозерный и экскавационный эффекты, возникающие при взаимодействии движителя с ОП отсутствуют, а деформации по нормали пренебрежимо малы;

3) определение нормальных реакций опорных катков (ОК) при взаимодействии с опорной поверхностью происходит с допущением о совместности деформаций упругих элементов системы подрессоривания и отсутствии изменения углов крена и дифферента корпуса, а также вертикальной координаты центра масс ГМ;

4) вектор касательной силы взаимодействия каждого активного участка гусеницы, находящегося под опорным катком в плоскости опорного основания, расположен в геометрическом центре этого участка и направлен противоположно вектору скорости скольжения [8];

5) проекции центров опорных катков на активные участки гусеницы совпадают с геометрическими центрами этих участков;

6) силы сопротивления прямолинейному движению ГМ приведены к моментам сопротивления качению опорных катков по гусенице;

7) ГМ симметрична относительно продольной оси;

8) взаимодействие ходовой части и опорного основания происходит только под активными участками гусеницы (согласно [9], эпюра распределения нормальных реакций по длине опорной ветви гусеницы при движении по опорному основанию типа «плотный грунт» разрывна, основная часть нормальной нагрузки передается через участки гусеницы, расположенные под опорными катками).

Математическая модель характеризуется следующей системой уравнений (3), описывающей плоское стационарное движение ГМ в повороте. Расчетная схема, соответствующая рассматриваемой математической модели, представлена на рис. 1.

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n R_{xi} - P_w + m\omega_z V_y = 0; \\ \sum_{i=1}^n R_{yi} - m\omega_z V_x = 0; \\ \sum_{i=1}^n M(R_{yi}) - \sum_{i=1}^n M(R_{xi}) - \sum_{i=1}^n M_{пкi} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где R_{xi} , R_{yi} – проекции касательной силы взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью, расположенного

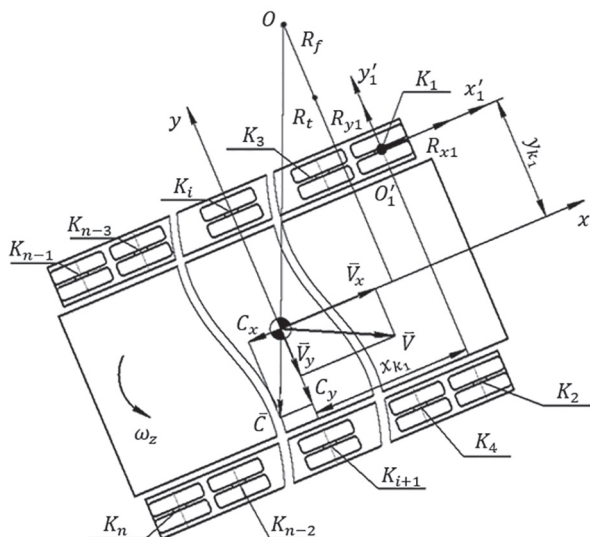


Рис. 1. Расчетная схема стационарного поворота ГМ

Fig. 1. Design scheme of stationary rotation of the tracked vehicle

под i -ым опорным катком, на продольную и поперечную оси машины (оси системы координат $x - y$); P_w – сила сопротивления воздушной среды; $M_{пкi}$ – момент сопротивления повороту активного участка гусеницы под i -ым опорным катком; V_x – проекция вектора скорости центра масс на продольную ось ГМ; V_y – проекция вектора скорости центра масс на по-

перечную ось ГМ; ω_z – угловая скорость поворота корпуса ГМ вокруг вертикальной оси; n – число опорных катков ГМ.

Сила сопротивления воздушной среды [14]:

$$P_w = P_{вх} = c_x \rho_v F_{\text{лоб}} V_x^2 / 2, \quad (4)$$

где c_x – коэффициент аэродинамического сопротивления; $F_{\text{лоб}}$ – площадь лобового сечения машины; ρ_v – плотность воздуха.

Для определения реакций взаимодействия движителя с опорным основанием R необходимо найти скорости скольжения активных участков гусеницы $V_{ск}$ (рис. 2).

Определение проекций вектора переносной скорости активного участка гусеницы на оси системы координат $x' - y'$:

$$V_{перx'} = V_x - \omega_z y_k; \quad V_{перy'} = V_y + \omega_z x_k, \quad (5)$$

где $V_{перx'}$ – проекция вектора скорости переносного движения активного участка гусеницы на ось x' ; $V_{перy'}$ – проекция вектора скорости переносного движения активного участка гусеницы на ось y' ; x_k – продольная координата центра активного участка гусеницы относительно центра масс машины (в системе координат $x - y$); y_k – поперечная координата центра активного участка гусеницы относительно центра масс машины (в системе координат $x - y$).

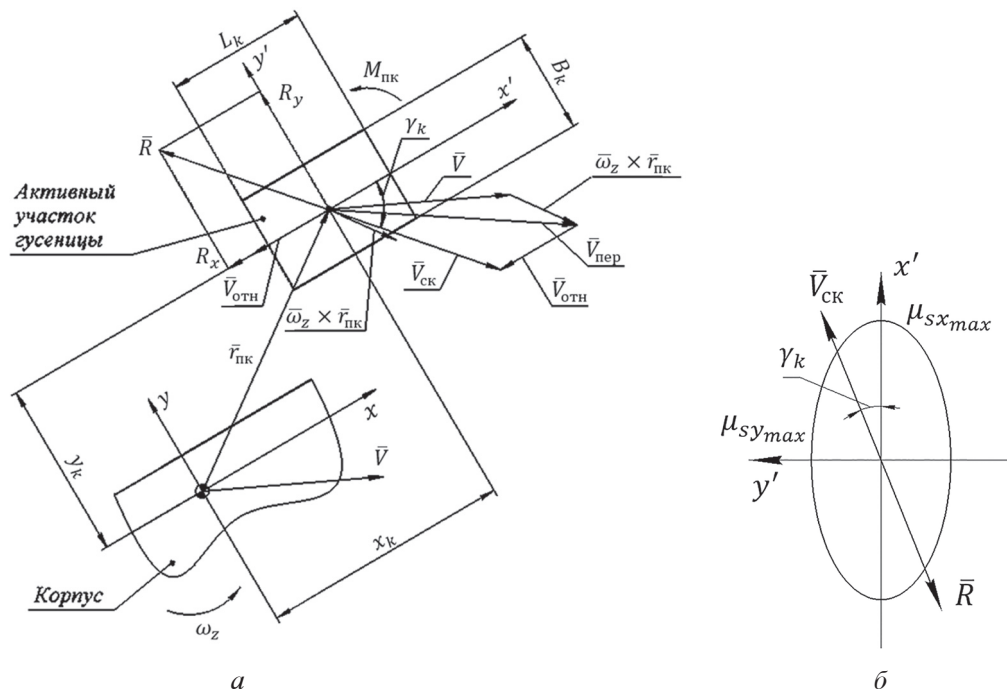


Рис. 2. Расчетные схемы:

а) активного участка гусеницы ГМ; б) эллипса трения

Fig. 2. Design schemes: a) of the active section of the tracked vehicle caterpillar; b) friction ellipse

Определение проекций вектора скорости скольжения активного участка гусеницы на оси системы координат $x' - y'$:

$$V_{\text{ск}x'} = V_x - \omega_z y_k - \omega_{\text{БК}} r_{\text{БК}}; V_{\text{ск}y'} = V_y + \omega_z x_k, \quad (6)$$

где $r_{\text{БК}}$ – радиус ведущего колеса; $\omega_{\text{БК}}$ – угловая скорость вращения ведущего колеса соответствующего борта.

Определение коэффициента скольжения активного участка гусеницы S [8]:

$$S = \frac{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}{\max\left(\sqrt{V_{\text{пер}x}^2 + V_{\text{пер}y}^2}, |\omega_{\text{БК}} r_{\text{БК}}|\right)}. \quad (7)$$

Определение синуса и косинуса угла направления скорости скольжения γ_k [11, 7, 12]:

$$\begin{aligned} \sin(\gamma_k) &= \frac{V_{\text{ск}y'}}{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}, \\ \cos(\gamma_k) &= \frac{V_{\text{ск}x'}}{\sqrt{V_{\text{ск}x'}^2 + V_{\text{ск}y'}^2}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Траки гусеничных машин часто обладают различными сцепными качествами в продольном и поперечном направлении. Эта особенность отражается с помощью коэффициента анизотропии λ_μ [8]:

$$\lambda_\mu = \mu_{\text{с}y\text{max}} / \mu_{\text{с}x\text{max}}, \quad (9)$$

где $\mu_{\text{с}x\text{max}}$ – максимальный коэффициент взаимодействия рассматриваемого активного участка гусеницы с грунтом в продольном направлении; $\mu_{\text{с}y\text{max}}$ – максимальный коэффициент взаимодействия рассматриваемого активного участка гусеницы с грунтом в поперечном направлении.

В связи с тем, что взаимодействие трака гусеницы с опорной поверхностью неізотропно [8], связь коэффициента взаимодействия μ_{smax} с направлением скорости скольжения может быть описана при помощи эллиптической зависимости (рис. 2, б):

$$\mu_{\text{smax}} = \frac{\mu_{\text{с}x\text{max}} \lambda_\mu}{\sqrt{\sin^2(\gamma_k) + \lambda_\mu^2 \cos^2(\gamma_k)}}. \quad (10)$$

Определение коэффициента взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью μ_s [8, 11, 10]:

$$\mu_s = \mu_{\text{smax}} \left(1 - e^{-\frac{S}{S_0}} \right), \quad (11)$$

где S_0 – константа, характеризующая сходство взаимодействия с сухим трением.

Определение проекций касательной силы взаимодействия активного участка гусеницы с опорной поверхностью на продольную и поперечную оси машины:

$$R_x = -\mu_s R_z \cos(\gamma_k); R_y = -\mu_s R_z \sin(\gamma_k). \quad (12)$$

Определение момент сопротивления повороту i -ого активного участка гусеницы [6]:

$$M_{\text{пк}i} = \frac{0,375 R_{zi} \sqrt{F_k} \mu_{\text{с}x\text{max}} \max(1, \lambda_\mu)}{1 + \frac{0,15}{k_i(s) B_k}}, \quad (13)$$

где $k_i(s) = V_{\text{пер}xi} / \omega_z$ – кривизна траектории движения центра i -ого активного участка гусеницы; R_{zi} – нормальная реакция, приходящаяся на i -ый активный участок гусеницы; F_k – площадь площадки контакта активного участка гусеницы с опорной поверхностью.

В данном исследовании принято, что ширина площадки контакта соответствует ширине трака, а длина – удвоенной длине трака:

$$F_k = 2L_{\text{тр}} B_{\text{тр}}, \quad (14)$$

где $L_{\text{тр}}$, $B_{\text{тр}}$ – длина и ширина трака.

При движении ГМ в повороте нормальные реакции R_{zi} , воспринимаемые активными участками гусеницы, перераспределяются в результате действия внешних силовых факторов. Так, на изменение величины R_{zi} влияют: сила аэродинамического сопротивления P_w , сила инерции машины, вызванная центростремительным ускорением, а также сумма моментов сопротивления качению опорных катков $\sum_{i=1}^n M_{fi}$, (рис. 3):

$$\sum_{i=1}^n M_{fi} = \sum_{i=1}^n f_{\text{гр}} R_{zi} r_{ok} = f_{\text{гр}} r_{ok} \sum_{i=1}^n R_{zi} = f_{\text{гр}} r_{ok} mg, \quad (15)$$

где $f_{\text{гр}}$ – коэффициент сопротивления движению ГМ; r_{ok} – радиус опорных катков.

Для определения величин R_{zi} рассматривается уравнение баланса сил в проекции на вертикальную ось машины, а также уравнения баланса моментов относительно продольной и поперечной осей, проходящих через проекцию центра масс ГМ на опорное основание (точка А, рис. 3). В предложенной модели реакции R_{zi} , действующие на каждый активный участок гусеницы, могут быть определены из решения системы уравнений:

та R_f , угловая скорость вращения ГМ вокруг вертикальной оси может быть определена как:

$$\omega_z = V_x / R_f. \quad (17)$$

Таким образом обеспечивается возможность определения V_y , $\omega_{вк1}$ и $\omega_{вк2}$ с помощью численного решения системы (3). В данной работе использовался метод решения нелинейных систем уравнений Trust-Region-Dogleg. С полученным решением теоретический радиус поворота можно определить по формуле:

$$R_t = \frac{\omega_{вк2} + \omega_{вк1}}{\omega_{вк2} - \omega_{вк1}} \frac{B}{2}. \quad (18)$$

Исследование взаимосвязи фактического и теоретического радиусов поворота

Приведенная математическая модель стационарного поворота гусеничной машины описывает движение ГМ и особенности взаимодействия движителя с опорным основанием точнее классических аналитических зависимостей, что позволяет провести оценку зависимости фактического радиуса от теоретического радиуса поворота для современных высокоподвижных ГМ.

Для проведения сравнительных численных экспериментов используются характеристики транспортной ГМ, представленные в таблице 1 и характеристики опорной поверхности, представленные в таблице 2.

Таблица 1

Технические характеристики объекта исследования

Table 1. Research object technical characteristics

Масса m , кг	20000
База L , м	4,445
Колея B , м	2,5
Высота центра масс H_z , м	1,1
Число опорных катков по борту, $z_{ок}$	7
Радиус опорных катков $r_{ок}$, м	0,31
Радиус ведущего колеса $r_{вк}$, м	0,31

Для оценки соотношения фактического и теоретического радиусов целесообразно в выражение (2) ввести некоторый коэффициент k_R :

$$R_f = k_R \frac{L}{B} R_t, \quad k_R = \frac{R_f}{R_t} \frac{B}{L}. \quad (19)$$

Проведем исследование по выявлению зависимости коэффициента k_R от скоростных режимов движения ГМ, фактического радиуса поворота R_f и от массогабаритных параметров машин, описывающих взаимодействие с внешней средой. При проведении вычислительных экспериментов фактический радиус R_f задавался, в то время как теоретический радиус поворота R_t определялся по зависимости (18).

Рассмотрим влияние на коэффициент k_R фактического радиуса поворота. Согласно [13], дорожная кривизна описывается нормальным случайным распределением с математическим ожиданием равным нулю и среднеквадратическим отклонением σ_k , находящимся в диапазоне:

$$0,033 \text{ м}^{-1} \leq \sigma_k \leq 0,04 \text{ м}^{-1}. \quad (20)$$

Согласно правилу «трех сигм», можно принять максимальную кривизну траектории, встречающуюся при эксплуатации ГМ, равной $0,12 \text{ м}^{-1}$, что соответствует фактическому радиусу, равному $R_f = 8,33 \text{ м}$. С другой стороны, в [6] утверждается, что движение гусеничной машины с радиусами более 300 м можно принять прямолинейным. В связи с этим исследование зависимости коэффициента k_R от фактического радиуса поворота будет проводиться при R_f , лежащем в диапазоне от 8,33 до 300 метров. При исследовании зависимости $k_R(R_f)$ использовались параметры, приведенные в таблицах 1 и 2. На рис. 4 представлена зависимость коэффициента k_R от фактического радиуса поворота.

Из полученных данных следует, что при проведении оценочных расчетов ГМ для случаев движения с большими радиусами поворота коэффициент k_R можно считать постоянным (для практических расчетов удобно принять

Таблица 2

Исходные данные вычислительного эксперимента

Table 2. Initial data of the computational experiment

Название детали	Материал	Модуль упругости, E , МПа	Кoeff. Пуассона	Предел текучести σ_t , МПа	Предел прочности σ_b , МПа	Удлинение при разрыве, $d5$, %
Балансир	10ХСНД	200000	0,3	390	530	19

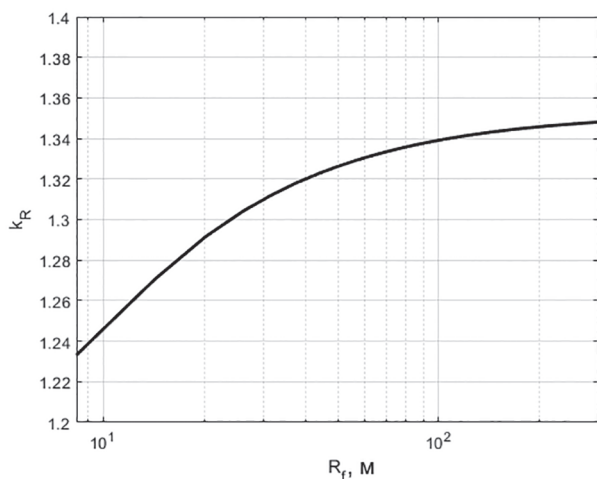


Рис. 4. Зависимость коэффициента k_R от фактического радиуса поворота R_f

Fig. 4. Dependence of the coefficient k_R on the actual turning radius R_f

$k_R = 1,3$). При этом для уточненных расчетов или анализа поворотов машины малым радиусом зависимость $k_R(R_f)$ необходимо учитывать.

Рассмотрим влияние на коэффициент k_R конструктивных параметров ходовой части. В качестве варьируемых параметров для данного эксперимента приняты отношение базы машины к колес L/B и число опорных катков на борту машины. Зависимость $k_R(L/B)$ исследовалась в диапазоне $1 \leq L/B \leq 2$. Число опорных катков по борту для большинства высокоподвижных ГМ составляет 5–7 шт. Остальные величины, описывающие движение ГМ во внешней среде, приняты постоянными (таблицы 1 и 2). Изменение отношения L/B достигалось путем корректировки базы машины L .

Эксперимент проводился при наиболее вероятной кривизне поворота [13]:

$$\mu_{|k|} = 2 \int_0^\infty \frac{k_d}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{k_d^2}{2\sigma_k^2}} dk_d = \sigma_k \sqrt{2/\pi}. \quad (21)$$

Следовательно, математическое ожидание модуля дорожной кривизны лежит в диапазоне:

$$0,026 \text{ м}^{-1} \leq \mu_{|k|} \leq 0,032 \text{ м}^{-1}. \quad (22)$$

Для вычислительного эксперимента примем величину фактического радиуса поворота R_f , соответствующую кривизне из указанного промежутка, например $R_f = 34 \text{ м}$.

На рис. 5 представлена полученная зависимость коэффициента k_R от отношения L/B и количества опорных катков ГМ по борту $n_{ок}$.

Анализ полученных данных говорит о том, что коэффициент k_R имеет существенную зависимость от отношения L/B . Количество опорных катков также оказывает влияние на величину коэффициента k_R (рост k_R с уменьшением числа катков).

Существенное влияние на k_R могут оказывать параметры, описывающие взаимодействие движителя с опорной поверхностью. Так, в соответствии с математической моделью, для описания взаимодействия с грунтом используются следующие параметры: максимальный коэффициент взаимодействия движителя с опорной поверхностью в продольном направлении μ_{sxmax} , коэффициент анизотропии λ_μ , коэффициент S_0 . Кроме того, для учета сопротивления движению ГМ используется коэффициент $f_{тр}$.

Согласно [14] при движении по дорогам и местности коэффициент μ_{sxmax} может изменяться в пределах от 0,3 до 0,85. При этом [14] коэффициент сопротивления движению $f_{тр}$ для различных типов ОП принимает значения в диапазоне от 0,035 до 0,3.

Коэффициент анизотропии зависит от формы контактной поверхности траков гусеницы. В случае транспортных машин его величина близка к единице, но у специализированной техники (например, тяговых машин) его величина может изменяться. В качестве примера проанализируем зависимость k_R от λ_μ в диапазоне от 0,6 до 1 [8].

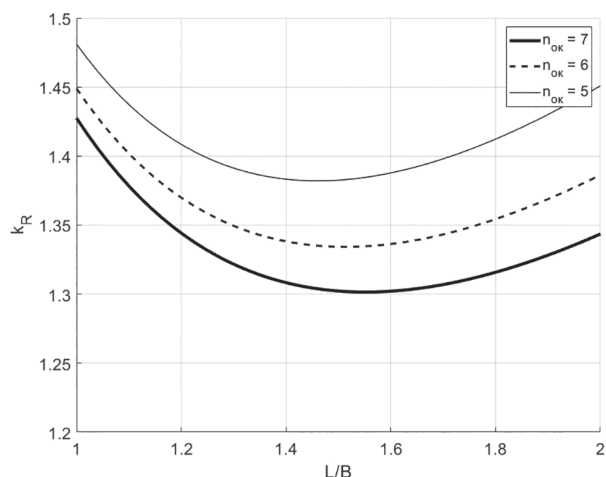


Рис. 5. Зависимость k_R от отношения L/B при различных значениях пок

Fig. 5. Dependence of k_R on L/B ratio at different values $n_{ок}$

Величина коэффициента S_0 характеризует наклон касательной к зависимости коэффициента взаимодействия активных участков гусеницы с опорной поверхностью от коэффициента скольжения в области $S = 0$ и, таким образом, показывает насколько рассматриваемое взаимодействие отличается от сухого трения (чем ближе

S_0 к 0, тем ближе описываемое взаимодействие к закону сухого трения). Так, для случая движения по асфальтобетонной опорной поверхности S_0 может достигать величины 0,01, при этом в случае движения по грунтовой дороге в период распутицы или заболоченной местности S_0 может принимать значения порядка 0,2.

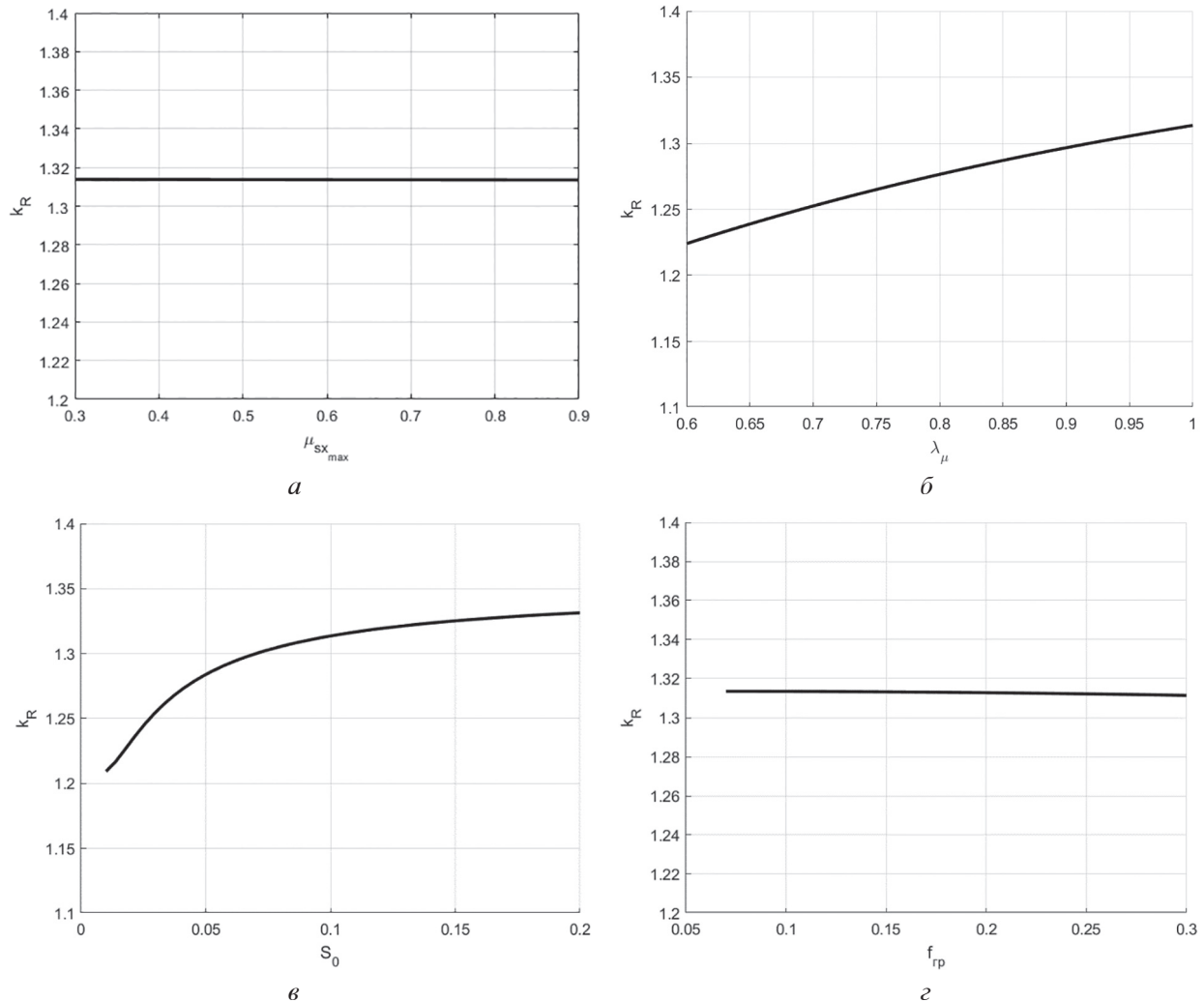


Рис. 6. Зависимость k_R от:
 $a - \mu_{sx \max}; b - \lambda_{\mu}; v - S_0; z - f_{гр}$

Fig. 6. The dependence of k_R on: $a - \mu_{sx \max}; b - \lambda_{\mu}; v - S_0; z - f_{gp}$

Таблица 3

Пределы изменения параметров, описывающих взаимодействие движителя с опорной поверхностью

Table 3. Limits of variation of parameters describing the interaction of the propeller with the supporting surface

Максимальный коэффициент взаимодействия с ОП в продольном направлении $\mu_{sx \max}$	0,3...0,85 [14]
Коэффициент анизотропии λ_{μ}	0,6...1 [8]
Коэффициент S_0	0,01...0,2
Коэффициент сопротивления движению $f_{гр}$	0,035...0,3[14]

Для исследования чувствительности коэффициента k_R к каждому из рассматриваемых параметров по отдельности, варьирование ими производится по очереди в указанных диапазонах. Постоянные параметры машины и условий движения принимались в соответствии с таблицами 1 и 2 по аналогии с предыдущими вычислительными экспериментами $R_f = 34$ м. В таблице 3 перечислены пределы возможного изменения указанных параметров:

Полученные зависимости коэффициента k_R от указанных параметров представлены на рис. 6.

Из полученных данных следует, что коэффициент k_R существенно зависит от коэффициента S_0 в диапазоне от 0,01 до 0,1. В области $S_0 > 0,1$ степень его влияния снижается. Также присутствует зависимость коэффициента k_R от коэффициента анизотропии λ_μ во всем рассматриваемом диапазоне, что необходимо учитывать. Связь между коэффициентом k_R и максимальным коэффициентом взаимодействия с опорным основанием μ_{sxmax} , а также коэффициентом сопротивления движению $f_{тр}$ при принятых допущениях практически отсутствует.

Рассмотрим зависимость коэффициента k_R от скоростного режима движения. Из-за смещения полюса поворота машины в сторону осей передних опорных катков при приближении к заносной скорости движения V_3 происходит уменьшение момента сопротивления повороту ГМ [4, 8, 15], что подтверждается экспериментальными данными [8]. При этом следует учесть, что высота центра масс машины оказывает существенное влияние на перераспределение сил сопротивления перематыванию гусениц, которое может повлечь за собой невозможность реализации требуемого тормозного момента на отстающей гусенице. Таким образом, исследование влияния скоростного режима движения на коэффициент k_R целесообразно проводить с учетом различных вариантов высоты центра масс машины.

При исследовании зависимости коэффициента k_R от указанных параметров другие величины, описывающие движение машины, равно как и саму машину, приняты постоянными (таблицы 1 и 2). Для вычислительного эксперимента примем $R_f = 34$ м по аналогии с предыдущими вычислительными экспериментами.

При проведении вычислительных экспериментов считается, что машина движется в по-

вороте наиболее вероятного радиуса $R_f = 34$ м (так же, как и в предыдущих вычислительных экспериментах). В рассматриваемых дорожных условиях критическая скорость ГМ по заносу составляет 60,6 км/ч. Такая скорость вполне может быть достигнута современными ГМ. Это подтверждает, что исследование режимов движения близких к критической скорости по заносу представляет практический интерес.

Для определения диапазона изменения высоты центра масс машины рассмотрим зависимость критической скорости ГМ по опрокидыванию $V_{опр}$ [16] с учетом определения величины коэффициента поперечной устойчивости $\eta_{пу} = B / 2H_z$ [17]:

$$V_{опр} = \sqrt{gR_f\eta_{пу}}. \quad (23)$$

Если величина $\eta_{пу} > \mu_{sy\max}$, то занос ГМ произойдет раньше, чем опрокидывание. В связи с этим с целью обеспечения высокого уровня подвижности величина $\eta_{пу}$ для современных машин должна быть более 0,65–0,85 (для высокоскоростного маневрирования по опорной поверхности типа «дернистый грунт»).

Для оценки максимального значения $\eta_{пу}$ проанализируем машины, обладающие низким центром тяжести (например, танки). Высота центра масс таких машин составляет порядка одного метра, а колея при этом находится на уровне 2,7 м. То есть при проведении вычислительного эксперимента максимальное значение $\eta_{пу}$ можно принять равным 1,35.

Таким образом, для оценки влияния скоростного режима движения на коэффициент k_R удобно использовать следующие удельные показатели: величину $\eta_{пу}$ и отношение V_x / V_3 . Диапазон изменения $\eta_{пу}$ принимается от 0,8 до 1,35. Так как установившееся движение с заносной скоростью невозможно, диапазон изменения V_x / V_3 принимается от 0,1 до 0,9.

На рис. 7 представлена полученная зависимость коэффициента k_R от отношения V_x / V_3 при различных значениях $\eta_{пу}$.

Анализ полученных данных показал, что при $V_x / V_3 > 0,5$ влияние отношения V_x / V_3 и коэффициента $\eta_{пу}$ ярко выражено. При этом характер изменения коэффициента k_R существенно различается в зависимости от значения коэффициента поперечной устойчивости $\eta_{пу}$. В случае $\eta_{пу} > 1$ теоретический радиус поворота машины стремится к фактическому [8] (машина проявляет избыточную поворачиваемость) при приближении скорости движе-

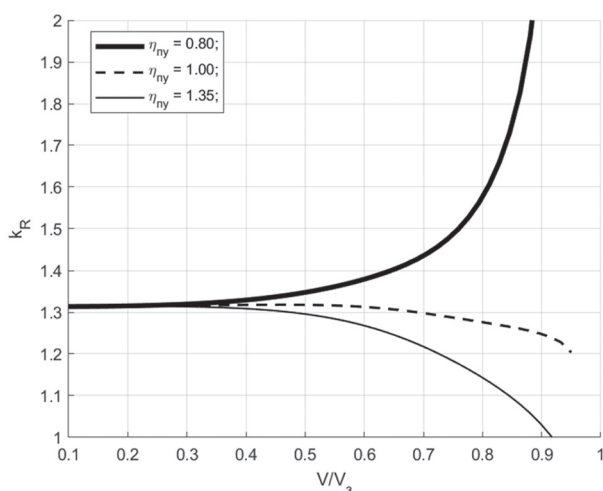


Рис. 7. Зависимость k_R от отношения V_x/V_3 при различных η_{ny}

Fig. 7. The dependence of k_R on V_x/V_3 ratio at various η_{ny}

ния к критической по заносу. При $\eta_{ny} < 1$ разность между теоретическим и фактическим радиусами увеличивается (машина проявляет недостаточную поворачиваемость), что вызвано увеличением юза на отстающей гусенице из-за недостатка нормальной реакции при реализации тормозной силы.

Заключение

Классический подход к тяговому расчету ГМ содержит ряд погрешностей, одной из которой является определение теоретического радиуса поворота. Введенный коэффициент k_R для наиболее распространенных геометрических параметров гусеничных машин находится в диапазоне от 1,2 до 1,4 при малых скоростях движения. Повысить точность классического расчета можно, приняв коэффициент k_R постоянным и равным 1,3 для случаев движения ГМ со скоростями, далекими от критической скорости по заносу.

Тем не менее, при исследованиях, связанных с движением гусеничной машины на скоростях, близких к критической скорости по заносу, например, при исследовании быстроходности ГМ, оценке ее энергоэффективности или определении необходимой для высокоскоростного маневрирования тяговооруженности, возникает необходимость учитывать влияние на коэффициент k_R таких параметров как коэффициент анизотропии λ_μ сцепных свойств трака и коэффициент S_0 . Это можно сделать, используя имитационное компьютерное мо-

делирование или уточненные с его помощью аналитические зависимости. Так, в работе [18] предлагается уточнять классический тяговый расчет поворота путем аппроксимации коэффициента k_R нейронной сетью.

Величина изменения коэффициента k_R , отражающего отношение теоретического и фактического радиусов (или отношение теоретической и фактической угловой скорости корпуса ГМ) имеет большое значение при практическом определении начала заноса ГМ [8]. В связи с этим качественно разный характер изменения k_R в зависимости от η_{ny} (или высоты центра масс ГМ) при приближении к критической скорости необходимо учитывать как при оценке быстроходности машины и определении необходимой тяговооруженности, так и при разработке систем активной безопасности ГМ [8, 19], особенно учитывая тот факт, что высота центра масс транспортных ГМ существенно изменяется в зависимости от загрузки.

Литература

1. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B. Kositsyn. The teoretical study on the high-speed electric tracked vehicle mobility. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012012
2. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадучин А.А., Метод обеспечения подвижности разрабатываемых колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. 2019. № 3 (126). С. 135–144.
3. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалкин Б.В., Стадучин А.А. Определение характеристик трансмиссий колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НАМИ. 2019. № 3 (278). С. 22–35.
4. Чобиток В.А. Теория движения танков и БМП. М.: Воениздат, 1984. 264 с.
5. Антонов А.С. Гусеничные тягачи. Часть первая. М.: Воениздат МО СССР, 1960. 356 с.
6. Фаробин Я.Е. Теория поворота транспортных машин. М.: Машиностроение, 1970. 176 с.
7. Опейко Ф.А. Экспериментальное исследование анизотропного трения // МИМЭСХ: Сб. научных трудов. М.: Советская наука. 1952. С. 57–64.

8. Бекетов С.А. Теория управляемого движения гусеничных машин. М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2017. 125 с.
9. Красненьков В.И., Харитонов С.А. Динамика криволинейного движения транспортной гусеничной машины // Вопросы расчета и конструирования гусеничных машин. Труды МВТУ. 1980. № 339. С. 3–67.
10. Васильев А.В., Докучаева Е.Н. [и др.]. Влияние конструктивных параметров гусеничного трактора на его тягово-сцепные свойства. М.: Машиностроение. 1969. 196 с.
11. Павлов В.В. Теория поворота гусеничных транспортных машин. Учебное пособие. М.: МАДИ(ТУ). 2000. 224 с.
12. Антонов А.С., Благодрагов А.И., Бинович Я.Е. [и др.] Танки основы теории и расчета / Под ред. М.К. Кристи. Москва/Ленинград: Главная редакция машиностроительной и автотракторной литературы. 1937. 436 с.
13. Савочкин В.А., Дмитриев А.А. Статистическая динамика транспортных и тяговых гусеничных машин. М.: Машиностроение. 1993. 320 с.
14. Платонов В.Ф., Леиашвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М.: Машиностроение. 1986. 296 с.
15. Забавников Н.А. Основы теории транспортных гусеничных машин. М.: Машиностроение. 1967. 356 с.
16. Ларин В.В. Теория движения полноприводных колесных машин: учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
17. Литвинов А.С., Фаробин Я.Е. Автомобиль: Теория эксплуатационных свойств. М.: Машиностроение. 1989.
18. Косицын Б.Б., Котиев Г.О., Мирошниченко А.В., Падалькин Б.В., Стадухин А.А. Определение характеристик трансмиссий колесных и гусеничных машин с индивидуальным электроприводом ведущих колес // Труды НАМИ. 2019. № 3 (278). С. 22–35.
19. Наумов В.Н., Машков К.Ю., Пехтерев А.А., Рубцов В.И. Алгоритм предотвращения неуправляемого движения гусеничных роботов // Известия ЮФУ. Технические науки. 2017. № 1 (186). С. 29–42. DOI: 10.18522/2311-3103-2017-1-2942
20. Kotiev G., Padalkin B., Miroshnichenko A.V., Stadukhin A.A. The theoretical study on the high-speed electric tracked vehicle mobility. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), Moscow; Russian Federation doi:10.1088/1757-899X/820/1/012012.
21. Kositsyn B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Method for ensuring the mobility of the developed wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NGTU im. R.E. Alekseyeva*. 2019. No 3(126), pp. 135–144 (in Russ.).
22. Kositsyn B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Determination of the characteristics of transmissions of wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NAMI*. 2019. No 3 (278), pp. 22–35 (in Russ.).
23. Chobitok V.A. *Teoriya dvizheniya tankov i BMP* [The theory of movement of tanks and infantry fighting vehicles]. Moscow: Voenizdat Publ., 1984. 264 p.
24. Antonov A.S. *Gusenichnyye tyagachi* [Tracked tractors]. Chast' pervaya. Moscow: Voenizdat MO SSSR Publ., 1960. 356 p.
25. Farobin YA.E. *Teoriya povorota transportnykh mashin* [The theory of turning transport vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ., 1970. 176 p.
26. Opeyko F.A. Experimental study of anisotropic friction. *MIM-ESKH: Sb. nauchno-tekhnicheskikh trudov*. Moscow: Sovetskaya nauka Publ. 1952, pp. 57–64 (in Russ.).
27. Beketov S. A. *Teoriya upravlyayemogo dvizheniya gusenichnykh mashin* [The theory of controlled movement of tracked vehicles]. Moscow: Izdatel'stvo MGTU im. N. E. Bauman Publ. 2017. 125 p.
28. Krasnen'kov V.I., Kharitonov S.A. Dynamics of the curvilinear movement of a transport tracked vehicle. *Voprosy rascheta i konstruirovaniya gusenichnykh mashin*. *Trudy MVTU*. 1980. No 339, pp. 3–67 (in Russ.).
29. Vasil'yev A.V. Dokuchayeva YE.N. [i dr.]. *Vliyaniye konstruktivnykh parametrov gusenichnogo traktora na yego tyagovo-stsepnyye svoystva* [Influence of design parameters of a caterpillar tractor on its traction and coupling properties]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ.. 1969. 196 p.
30. Pavlov V.V. *Teoriya povorota gusenichnykh transportnykh mashin* [The theory of turning of tracked transport vehicles]. *Uchebnoye posobiye*. Moscow: MADI(TU). 2000. 224 p.
31. Antonov A.S., Blagoravov A.I., Binovich YA.E. [i dr.] *Tanki osnovy teorii i rascheta* [Tanks: fundamentals of theory and calculation]. Pod red. M.K. Kri-sti. Moscow/Leningrad: Glavnaya redaktsiya mashinostroitel'noy i avtotraktornoy literatury Publ. 1937. 436 p.

References

1. G. Kotiev, B. Padalkin, A. Miroshnichenko, A. Stadukhin and B Kositsyn. The teoretical study on the high-speed electric tracked vehicle mobility. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 820 (2020), IOP Conf. Se-ries: Materials Sci-

13. Savochkin V.A., Dmitriyev A.A. *Statisticheskaya dinamika transportnykh i tyagovykh gusenichnykh mashin* [Statistical dynamics of transport and traction tracked vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1993. 320 p.
14. Platonov V.F., Leishvili G.R. *Gusenichnyye i kole-snyye transportno-tyagovyye mashiny* [Tracked and wheeled transport and traction vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1986. 296 p.
15. Zabavnikov N.A. *Osnovy teorii transportnykh gusenichnykh mashin* [Fundamentals of the theory of transport tracked vehicles]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1967. 356 p.
16. Larin V.V. *Teoriya dvizheniya polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Theory of motion of all-wheel drive vehicles]: uchebnik. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Bauman Publ., 2010. 391 p.
17. Litvinov A.S., Farobin YA.E. *Avtomobil: Teoriya ekspluatatsionnykh svoystv* [Automobile: Performance theory]. Moscow: Mashinostroyeniye Publ. 1989.
18. Kositsyn B.B., Kotiyev G.O., Miroshnichenko A.V., Padalkin B.V., Stadukhin A.A. Determination of the characteristics of transmissions of wheeled and tracked vehicles with individual electric drive of the driving wheels. *Trudy NAMI*. 2019. No 3 (278), pp. 22–35 (in Russ.).
19. Naumov V.N., Mashkov K.YU., Pekhterev A.A., Rubtsov V.I. Algorithm for preventing uncontrolled movement of tracked robots. *Izvestiya YUFU. Tekhnicheskiye nauki*. 2017. No 1 (186), pp. 29–42 (in Russ.). DOI: 10.18522/2311-3103-2017-1-2942.

INVESTIGATION OF THE RELATIONSHIP BETWEEN THEORETICAL AND ACTUAL TURNING RADII OF A TRACKED VEHICLE USING MATHEMATICAL MODELING

PhD in Engineering **A.A. Stadukhin**
Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia
ant.m9@ya.ru

Introduction. Determination of the traction force and power required in a turn by a tracked vehicle is based on analytical dependencies given in classical literary sources. In this case, the dependence of the theoretical and actual turning radius is usually not described accurately enough.

Subject of study. A study of the dependence of the theoretical and actual turning radius and the influence of the parameters of the undercarriage of the tracked vehicle, the characteristics of the support base and the mode of movement on it was made.

Methodology and methods. The study was carried out using a specially developed stationary rotation tracked vehicle (TV) model, which differs by taking into account the redistribution of normal reactions and implementation, allowing one to quickly carry out multifactorial experiments. The rotation of the TV in the model is described as a plane motion of a rigid body. In contrast to the classical approaches, the model allows one to study the rotation of the TV at a speed close to the critical drift.

Results and scientific novelty. During computational experiments, the parameters of the chassis of the TV, the properties of the support base, as well as the speed of movement and the actual turning radius were varied. It was found that the classical dependences of the actual and theoretical turning radius need to be refined when driving at a speed close to the critical drift, while the form of the dependence is determined by the height of the center of mass of the TV.

Practical significance. These features should be taken into account both when assessing the speed of the vehicle and determining the required thrust-to-weight ratio, and when working on the development of active safety systems for tracked vehicles.

Keywords: traction calculation, tracked vehicle, turn, mathematical modeling, turning radius.

Cite as: A.A. Stadukhin Investigation of the relationship between theoretical and actual turning radii of a tracked vehicle using mathematical modeling. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2020. No 4 (46), pp. 80–91 (in Russ.). DOI: 10.31992/2074-0530-2020-46-4-80-91.