

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРИСТАЛЬТИЧЕСКОГО НАСОСА С УЧЕТОМ НЕРОВНОСТЕЙ НА ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ РАБОЧЕГО ОРГАНА

Гришин А.И.

Московский политехнический университет, Москва, Россия
foxmcloud@rambler.ru

Во введении работы представлен краткий обзор литературы, посвященной миниатюрным перистальтическим насосам, а также исследованиям влияния шероховатости при ламинарном режиме течения в микроканалах. Представленная методика расчета характеристики насоса основана на использовании уравнения Бернулли и представлении участков рабочего органа насоса с неровностями как местных гидравлических сопротивлений. Потери в этих участках выражены через эквивалентную длину, которая была рассчитана проведением численных экспериментов в программе STAR-CCM+. Как показали численные эксперименты, эквивалентная длина таких участков является функцией числа Рейнольдса и геометрических параметров неровностей поверхности рабочего органа насоса. Для расчетов были выбраны осесимметричные неровности, профиль которых имеет форму равнобедренных треугольников и прямоугольных треугольников. Расчет для неровностей в форме прямоугольных треугольников проводился таким образом, что при течении жидкости в сторону напорного трубопровода они представляли собой повторяющиеся конфузоры и внезапные расширения, а при течении в обратном направлении – диффузоры и внезапные сужения. Численный расчет показал, что в таком случае потери энергии при течении в обратном направлении получаются больше, но только при определенных геометрических параметрах неровностей. Считалось, что неровности есть только в начале и в конце рабочего органа насоса (трубки), а в области сжатия поверхность гладкая. В результате расчетов были построены напорные характеристики как для трубки насоса без участков с неровностями, так и с этими участками. Полученные с использованием предложенной методики результаты показали достаточно хорошее совпадение с результатами численных экспериментов.

Ключевые слова: перистальтический насос, ламинарное течение, вычислительная гидродинамика, местные гидравлические сопротивления.

Введение

В настоящее время наблюдается стремительный рост применения в различных областях миниатюрных гидравлических машин, обладающих такими качествами, как низкое энергопотребление и высокая надежность. Микронасосы широко применяют в медицине, химической промышленности, космической технике и микросистемах полного анализа для перекачки жидкостей и газов через микроканалы. Как правило, микроканалами называют каналы с размерами от 1 мкм до 1 мм [1].

Перистальтические насосы представляют собой гидравлические машины, в которых жидкость перекачивается за счет пережатия упругого рабочего органа тем или иным способом. Такие насосы, в отличие от других гидравлических машин, не имеют подвижных частей или клапанов в проточной части, герметичны, могут перекачивать эмульсии и суспензии. Их легко обслуживать, а при работе в качестве до-

затора они могут обеспечивать подачу с точностью до 0,5 % [2, 3]. Вышеперечисленные преимущества делают перистальтические насосы перспективными для применения в областях, где требуются малые подачи.

Существует ряд работ, посвященных изучению микронасосов перистальтического типа. В работе [4] авторы проводят экспериментальное исследование и численное моделирование при помощи пакета Ansys конструкции перистальтического насоса, в котором сжатие упругого рабочего элемента достигается при помощи пьезоэлементов, сжимающихся и расширяющихся под воздействием переменного электрического тока. Авторы работы [5] предлагают конструкцию перистальтического насоса, в котором в качестве рабочих элементов используются мембраны, также пережимаемые пьезоэлементами. В работе [6] предложена конструкция перистальтического насоса с мембраной, пережимаемой стальными шариками, приводимыми в

движение внешним магнитным полем. В работе [7] проводят эксперименты для миниатюрного перистальтического насоса с трубкой, пережимаемой на одном и том же участке плунжером в поперечном направлении.

Тем не менее, остается неосвещенным влияние шероховатости поверхности упругого рабочего органа на подачу перистальтического микронасоса. Производительность микронасосов составляет 0,3–2000 мкл/мин [8], поэтому режим течения жидкости в микронасосах, как правило, ламинарный. С одной стороны, согласно теории гидромеханики, шероховатость влияет на значение потерь напора только при турбулентном режиме течения [9]. Но, с другой стороны, многие последние исследования показывают, что для случая течения жидкости в микроканалах коэффициент трения может существенно зависеть от шероховатости поверхности также и при ламинарном режиме течения. Например, в работе [10] число Пуазейля, полученное экспериментально для течения в шероховатом канале, отличается на 11 % от числа Пуазейля для канала с гладкими стенками, полученного численным моделированием. Авторы работы [11] на основе результатов экспериментов, проведенных с использованием стальных труб диаметром 119–300 мкм, сделали вывод о необходимости учета влияния шероховатости, если относительная шероховатость больше 1 %. Численное исследование ламинарного течения в трубах диаметром вплоть до 700 мкм [12] показало, что коэффициент трения зависит от высоты и формы неровностей. Автор обзорной статьи [13] на основе анализа литературы также приходит к выводу, что шероховатость влияет на значение коэффициента трения при ламинарном течении через микроканалы. В монографии [14] представлены математические модели ламинарного течения жидкости в щелевых каналах с учетом влияния микротопографии поверхности стенок канала на характер течения. Вероятно, в ка-

налах малых размеров шероховатость поверхности будет представлять собой местные гидравлические сопротивления, которые могут значительно влиять на течение перекачиваемой жидкости.

Целью настоящей работы является моделирование течения жидкости через проточную часть перистальтического насоса с учетом неровностей поверхности упругого рабочего органа.

Методика расчета

В работе [15] была рассмотрена методика расчета характеристики перистальтического насоса с использованием уравнения Бернулли, и было показано, что она дает погрешность в интервалы времени одновременного движения выжимных элементов.

В настоящей работе рассмотрим алгоритм работы насоса, когда нет одновременного движения выжимных элементов. Такой алгоритм работы перистальтического насоса с линейно расположенной трубкой показан на рис. 1. Сначала первый выжимной элемент сжимает трубку (рис. 1, б), затем пока первый выжимной элемент держит трубку в сжатом состоянии, ее сжимает второй выжимной элемент (рис. 1, в). Далее, когда трубка сжата первыми двумя выжимными элементами, ее сжимает третий выжимной элемент (рис. 1, г). После этого выжимные элементы возвращаются в исходное положение по очереди в таком же порядке (рис. 1, д–ж).

Для моделирования течения в насосе можно воспользоваться формулами, полученными в работе [15], за исключением промежутков времени, в которые трубка сжимается третьим выжимным элементом (рис. 2) и когда первый выжимной элемент возвращается в исходное положение (рис. 3).

С учетом различий, показанных на рис. 2 и рис. 3, запишем выражения, из которых можно получить среднюю скорость течения жидкости через выходное сечение насоса.

Для сжатия трубки первым выжимным элементом:

$$\begin{aligned}
 & v_{\text{ВЫХ}}^2 \left[\frac{\alpha_{\text{ВЫХ}} \rho}{2} + \frac{\rho \pi^2 d_{\text{ВЫХ}}^4}{32 S_h^2} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\alpha_{\text{ВХ}} \rho d_{\text{ВЫХ}}^4}{2 d^4} \right] + \\
 & + v_{\text{ВЫХ}} \left[\left(k_3 \frac{\pi d_{\text{ВЫХ}}^2 P_{\text{гм}}^2 l_3}{2 S_{\text{гм}}^3} + \frac{32(l_4 + l_1) d_{\text{ВЫХ}}^2}{d^4} + \frac{32 l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^2} \right) \mu - \left(\frac{\alpha_{\text{ВХ}}}{\pi d^4} - \frac{\alpha_1 \pi}{16 S_h^2} \right) \frac{4 a \rho \cdot d S_h d_{\text{ВЫХ}}^2}{dt} \right] = \\
 & = \Delta p + \left(\frac{\alpha_{\text{ВХ}}}{2 d^4} - \frac{\alpha_1 \pi^2}{32 S_h^2} \right) \frac{16 a^2 \cdot \rho d S_h^2}{(dt)^2 \pi^2} + \frac{32 \mu l_1}{d^4} \frac{4 a \cdot d S_h}{\pi dt}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

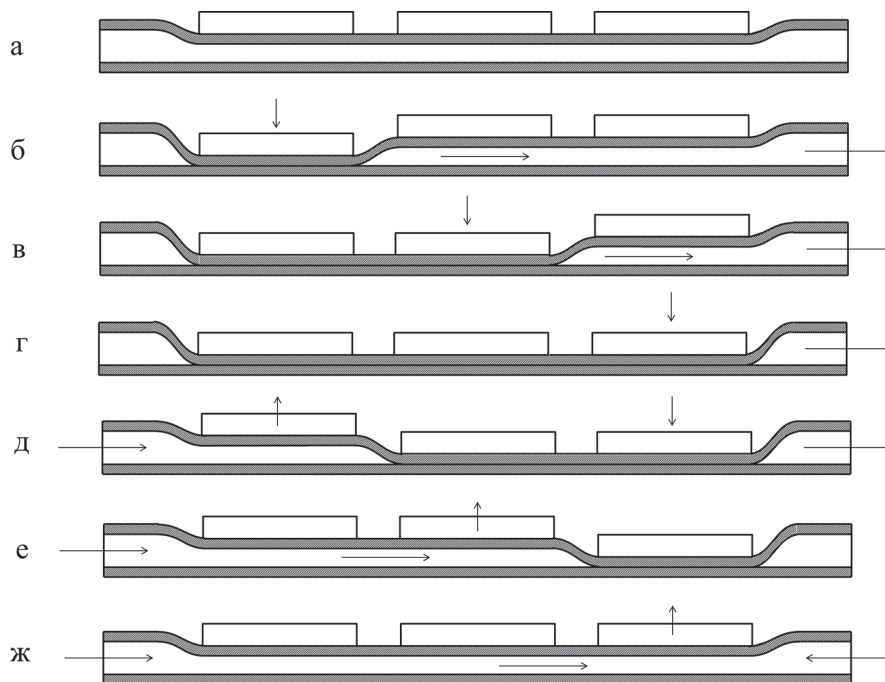


Рис. 1. Порядок срабатывания выжимных элементов в насосе, когда нет их одновременного движения

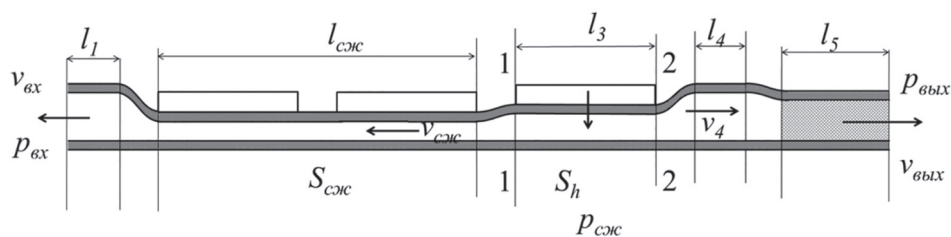


Рис. 2. Схема сжатия трубки третьим выжимным элементом, когда первый выжимной элемент все еще сжимает трубку

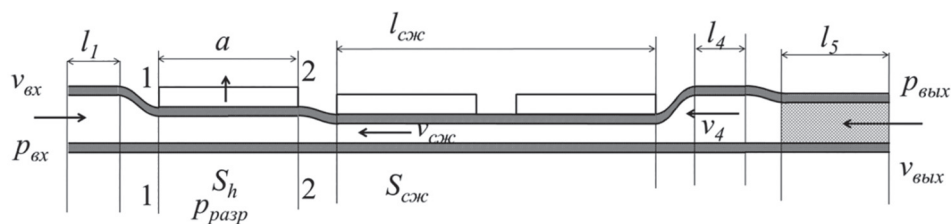


Рис. 3. Возвращение первого выжимного элемента для случая, когда третий элемент уже сжал трубку

Для сжатия трубки вторым выжимным элементом:

$$\begin{aligned}
 & v_{\text{ВЫХ}}^2 \left(\frac{\alpha_{\text{ВЫХ}} \rho}{2} + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2) \rho \pi^2 d_{\text{ВЫХ}}^4}{32 S_h^2} - \frac{\alpha_{\text{ВХ}} \rho d_{\text{ВЫХ}}^4}{2 d^4} \right) + \\
 & + v_{\text{ВЫХ}} \left[\left(k_3 \frac{\pi d_{\text{ВЫХ}}^2 P_{hm}^2 l_3}{2 S_{hm}^3} + \frac{32(l_4 + l_1) d_{\text{ВЫХ}}^2}{d^4} + k_{\text{СЖ}} \frac{\pi l_{\text{СЖ}} P_{\text{СЖ}}^2 d_{\text{ВЫХ}}^2}{2 S_{\text{СЖ}}^3} + \frac{32 l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^2} \right) \mu - \left(-\frac{\alpha_1 \pi}{16 S_h^2} + \frac{\alpha_{\text{ВЫХ}}}{\pi d^4} \right) \frac{4 a \rho \cdot d S_h d_{\text{ВЫХ}}^2}{dt} \right] = (2) \\
 & = \Delta p + \left(\frac{\alpha_{\text{ВХ}}}{2 d^4} - \frac{\alpha_1 \pi^2}{32 S_h^2} \right) \frac{16 a^2 \cdot \rho d S_h^2}{(dt)^2 \pi^2} + \mu \left(\frac{32 l_1}{d^4} + k_{\text{СЖ}} \frac{\pi l_{\text{СЖ}} P_{\text{СЖ}}^2}{2 S_{\text{СЖ}}^3} \right) \frac{4 a \cdot d S_h}{\pi dt}.
 \end{aligned}$$

Для сжатия трубки третьим выжимным элементом:

$$\begin{aligned}
 & v_{\text{ВЫХ}}^2 \left(\frac{\alpha_{\text{ВХ}} \rho d_{\text{ВЫХ}}^4}{2 d^4} + (\alpha_2 - \alpha_1) \frac{\rho \pi^2 d_{\text{ВЫХ}}^4}{32 S_h^2} - \frac{\alpha_{\text{ВЫХ}} \rho}{2} \right) + \\
 & + v_{\text{ВЫХ}} \left[\left(\frac{\alpha_1 \pi^2}{4 S_h^2} - \alpha_{\text{ВХ}} \frac{4}{d^4} \right) \frac{\rho d_{\text{ВЫХ}}^2 d S_h}{\pi dt} - \mu \left(\frac{k_{\text{СЖ}} l_{\text{СЖ}} P_{\text{СЖ}}^2 \pi d_{\text{ВЫХ}}^2}{2 S_{\text{СЖ}}^3} + \frac{32 l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^2} + \frac{32 d_{\text{ВЫХ}}^2 (l_1 + l_4)}{d^4} \right) \right] + \\
 & + \left(\frac{\alpha_{\text{ВХ}}}{2 \pi^2 d^4} - \frac{\alpha_1}{32 S_h^2} \right) \frac{16 a^2 \rho \cdot (d S_h)^2}{(dt)^2} + \left(\frac{32 l_1}{\pi d^4} + k_{\text{СЖ}} \frac{l_{\text{СЖ}} P_{\text{СЖ}}^2}{S_{\text{СЖ}}^3} \right) \mu \frac{4 a \cdot d S_h}{dt} + \Delta p = 0.
 \end{aligned} \quad (3)$$

Для возвращения первого выжимного элемента в исходное положение:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\pi^2 d_{\text{ВЫХ}}^4}{16 S_h^2} (\alpha_1 - \alpha_2) - \alpha_{\text{ВХ}} \frac{d_{\text{ВЫХ}}^4}{d^4} + \alpha_{\text{ВЫХ}} \right) \frac{\rho}{2} v_{\text{ВЫХ}}^2 + \\
 & + \left[\frac{\rho a \cdot d S_h}{dt} \left(\frac{4 \alpha_{\text{ВХ}} d_{\text{ВЫХ}}^2}{\pi d^4} - \frac{\alpha_1 \pi d_{\text{ВЫХ}}^2}{4 S_h^2} \right) - 32 \mu d_{\text{ВЫХ}}^2 \left(\frac{l_1}{d^4} + \frac{l_4}{d^4} + \frac{l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^4} \right) - \frac{k_{\text{СЖ}} \mu P_{\text{СЖ}}^2 l_{\text{СЖ}} \pi d^2}{2 S_{\text{СЖ}}^3} \right] v_{\text{ВЫХ}} + \\
 & + \frac{a \cdot d S_h}{dt} \left(\frac{128 \mu l_1}{\pi d^4} + \frac{\rho a \cdot d S_h}{2 dt} \frac{\alpha_1}{S_h^2} - \frac{\rho \alpha_{\text{ВХ}} 8 a \cdot d S_h}{dt \pi^2 d^4} \right) - \Delta p = 0.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Для возвращения второго выжимного элемента в исходное положение:

$$\begin{aligned}
 & v_{\text{ВЫХ}}^2 \left(\frac{d_{\text{ВЫХ}}^4 \rho (\alpha_1 - \alpha_2) \pi^2}{32 S_h^2} + \frac{\alpha_{\text{ВЫХ}} \rho}{2} - \frac{\alpha_{\text{ВХ}} \rho d_{\text{ВЫХ}}^4}{2 d^4} \right) + \\
 & + v_{\text{ВЫХ}} \left[\frac{\rho a d S_h}{dt} \left(\frac{4 \alpha_{\text{ВХ}} d_{\text{ВЫХ}}^2}{\pi d^4} - \frac{\pi d_{\text{ВЫХ}}^2 \alpha_1}{4 S_h^2} \right) - \frac{32 \mu (l_1 + l_4) d_{\text{ВЫХ}}^2}{d^4} - k_{\text{hm}} \frac{P_{\text{hm}}^2 \mu \pi l_{\text{hm}} d_{\text{ВЫХ}}^2}{2 S_{\text{hm}}^3} - k_{\text{СЖ}} \frac{\mu P_{\text{СЖ}}^2 l_{\text{СЖ}} \pi d_{\text{ВЫХ}}^2}{2 S_{\text{СЖ}}^3} - \frac{32 \mu l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^2} \right] = \\
 & = \Delta p + \frac{(d S_h)^2 \rho a^2}{2 (dt)^2} \left(\frac{16 \alpha_{\text{ВХ}}}{\pi^2 d^4} - \frac{\alpha_1}{S_h^2} \right) - k_{\text{hm}} \frac{P_{\text{hm}}^2 \mu \pi l_{\text{hm}}}{S_{\text{hm}}^3} \frac{2 a \cdot d S_h}{dt \pi} - 32 \mu l_1 \frac{4 a \cdot d S_h}{dt \pi d^4}.
 \end{aligned} \quad (5)$$

Для возвращения третьего выжимного элемента в исходное положение:

$$\begin{aligned}
 & v_{\text{ВЫХ}}^2 \frac{\rho}{2} \left(\alpha_{\text{ВЫХ}} + \frac{d_{\text{ВЫХ}}^4 \pi^2}{16 S_h^2} (\alpha_1 - \alpha_2) + \alpha_{\text{ВХ}} \frac{d_{\text{ВЫХ}}^4}{d^4} \right) + \\
 & + v_{\text{ВЫХ}} \left[\frac{\rho a d S_h}{dt} \left(\frac{4 \alpha_{\text{ВХ}} d_{\text{ВЫХ}}^2}{\pi d^4} - \frac{\alpha_1 \pi d_{\text{ВЫХ}}^2}{4 S_h^2} \right) - 32 \mu d_{\text{ВЫХ}}^2 \left(\frac{l_1}{d^4} + \frac{k_3 P_{\text{hm}}^2 l_3 \pi}{64 S_{\text{hm}}^3} + \frac{l_4}{d^4} + \frac{l_5}{d_{\text{ВЫХ}}^4} \right) \right] + \\
 & + \frac{2 a d S_h}{dt} \left[\frac{64 l_1 \mu}{\pi d^4} + \frac{k_3 \mu P_{\text{hm}}^2 l_3}{S_{\text{hm}}^3} + \left(\frac{\alpha_1}{4 S_h^2} - \frac{\alpha_{\text{ВХ}} 4}{\pi^2 d^4} \right) \frac{\rho a \cdot d S_h}{dt} \right] - \Delta p = 0,
 \end{aligned} \quad (6)$$

здесь $d S_h$ – изменение площади поперечного сечения в области сжатия за интервал времени dt , м²; a – длина выжимного элемента, м; $v_{\text{ВЫХ}}$ – мгновенные значения средней скорости в выходном сечении, м/с; g – ускорение свободного падения, м/с²; ρ – плотность жидкости, кг/м³; $\alpha_{\text{ВХ}}$, $\alpha_{\text{ВЫХ}}$, α_1 , α_2 – коэффициенты Кориолиса в соответствующих частях трубки; l_1 , l_3 , l_4 , l_5 – длины соответствующих участков трубки, м; d – внутренний диаметр трубки на участках l_1 и l_4 , м; $d_{\text{ВЫХ}}$ – внутренний диаметр участка l_5 , м; P_{hm} и $P_{\text{СЖ}}$ – смоченные периметры в области сжатия, когда пластина находится в верхнем и нижнем положениях соответственно, м; k_3 и $k_{\text{СЖ}}$ – коэффициенты, учитывающие влияние формы некруглого сечения на потери; μ – коэффициент динамической вязкости, Па·с; Δp – перепад давления между сечением в конце участка l_5 и входом в трубку, Па; $S_{\text{СЖ}}$ и S_{hm} – площади поперечного сечения в соответствующих частях трубки, м² [15]. При этом участок l_5 не является частью насоса, а используется для имитации нагрузки.

Теперь добавим в схему участки трубки, на внутренней поверхности которой есть неровности. Полученная схема для сжатия трубки первым выжимным элементом показана на рис. 4.

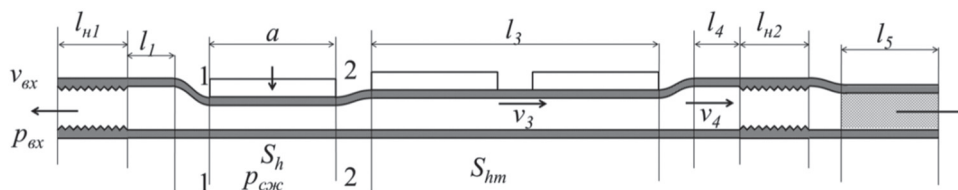


Рис. 4. Схема перистальтического насоса, упругая трубка которого имеет участки с неровностями на входе и на выходе

Согласно схеме насоса, показанной на рис. 4, в выражениях потерь на трение появятся дополнительные слагаемые, соответствующие участкам трубки с неровностями:

$$\Delta h_{вх} = \lambda_{вх} \frac{l_1 v_{вх}^2}{d 2g} + \Delta h_{н1}; \Delta h_{вых} = k_3 \lambda_3 \frac{l_3 P_{сж} v_3^2}{4S_{hm} 2g} + \lambda_4 \frac{l_4 v_4^2}{d 2g} + \Delta h_{н2} + \lambda_{вых} \frac{l_5 v_{вых}^2}{d_{вых} 2g}, \quad (7)$$

где $\Delta h_{н1}$ – потери на участке длиной $l_{н1}$, м; $\Delta h_{н2}$ – потери на участке длиной $l_{н2}$, м.

Введем эквивалентные длины $l_{н1э}$ и $l_{н2э}$ такие, что потери $\Delta h_{н1}$ численно равны потерям при течении жидкости по трубке без неровностей длиной $l_{н1э}$, а потери $\Delta h_{н2}$ – по трубке длиной $l_{н2э}$. Представим эти потери в следующей форме:

$$\Delta h_{н1} = \frac{64\mu}{v_{вх} d \rho} \frac{l_{н1э} v_{вх}^2}{d 2g} = \frac{32\mu v_{вх}}{\rho d^2 g} l_{н1э}; \Delta h_{н2} = \frac{64\mu}{v_4 d \rho} \frac{l_{н2э} v_4^2}{d 2g} = \frac{32\mu v_4}{\rho d^2 g} l_{н2э}.$$

Таким образом, выражения (7) можно записать в виде:

$$\Delta h_{вх} = \lambda_{вх} \frac{l_1 + l_{н1э} v_{вх}^2}{d 2g}; \Delta h_{вых} = k_3 \lambda_3 \frac{l_3 P_{сж} v_3^2}{4S_{hm} 2g} + \lambda_4 \frac{l_4 + l_{н2э} v_4^2}{d 2g} + \lambda_{вых} \frac{l_5 v_{вых}^2}{d_{вых} 2g}. \quad (8)$$

Тогда исходное выражение (1) примет вид:

$$v_{вых}^2 \left[\frac{\alpha_{вых} \rho}{2} + \frac{\rho \pi^2 d_{вых}^4}{32S_h^2} (\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{\alpha_{вх} \rho d_{вх}^4}{2d^4} \right] + v_{вых} \left[\left(k_3 \frac{\pi d_{вых}^2 P_{сж}^2 l_3}{2S_{hm}^3} + \frac{32(l_4 + l_{н2э} + l_1 + l_{н1э}) d_{вх}^2}{d^4} + \frac{32l_5}{d_{вх}^2} \right) \mu - \left(\frac{\alpha_{вх}}{\pi d^4} \frac{h}{16S_h^2} \right) \frac{4a\rho \cdot dS d_{вх}^2}{dt} \right] = \quad (9)$$

$$= \Delta p + \left(\frac{\alpha_{вх}}{2d^4} - \frac{\alpha_1 \pi^2}{32S_h^2} \right) \frac{16a^2 \cdot \rho d S_h^2}{(dt)^2 \pi^2} + \frac{32\mu(l_1 + l_{н1э})}{d^4} \frac{4a \cdot dS_h}{\pi dt}.$$

Чтобы можно было решить полученное уравнение, нужно, соответственно, определить значения эквивалентных длин $l_{н1э}$ и $l_{н2э}$. Для их определения был использован программный комплекс Star-ССМ+. В нем были построены сеточные модели трубки с неровностями в форме треугольников, как показано на рис. 5. Так как для исследования были взяты неровности, симметричные относительно оси трубки, поэтому для сокращения числа расчетных ячеек и, таким образом, времени расчета, была построена только четверть трубки. Заметим, что при построении модели трубки меньше ее четверти в модели получается острый угол, в котором неизбежно создаются

расчетные ячейки меньших размеров, что в итоге не даст дальнейшего выигрыша во времени расчета. Длина участка с неровностями составляла 3 см. В качестве граничных условий на входе задавалась скорость течения, а на выходе – давление. Так как скорость задавалась постоянной по всему входному сечению, то, чтобы распределение скоростей приняло характерный для ламинарного течения вид параболоида вращения, необходим дополнительный начальный участок трубы. Начальный участок ламинарного течения определяется по выражению $l_{нач} = 0,029 \text{ Re} \cdot d$ [16]. Поэтому в случае расчета, когда в качестве рабочей жидкости использовалась вода, расстояние между

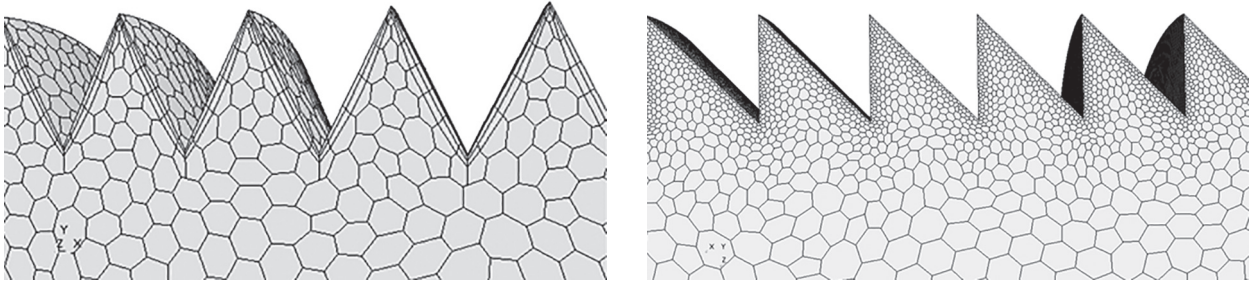


Рис. 5. Сеточные модели для определения значений эквивалентных длин $l_{1нр}$ и $l_{2нр}$

входным сечением и участком с неровностями было взято 20 см, а когда для расчета было взято масло ($\mu = 0,088$ Па·с, $\rho = 855$ кг/м³) – 4 см. Полученный в результате расчетов перепад давления между концом и началом участка с неровностями затем использовался для получения его эквивалентной длины:

$$l_3 = \frac{\Delta p d^2}{32 \mu v} \quad (10)$$

В результате численных расчетов с неровностями в виде симметричных треугольников были получены графики изменения эквивалентной длины от скорости и от числа Рейнольдса (рис. 6). Для неровностей в виде прямоугольных треугольников расчеты были проведены для течения в разных направлениях. При течении в прямом направлении эти неровности представляют собой чередующиеся конфузур и внезапные расширения, а в обратном направлении – диффузоры и внезапные сужения.

Результаты расчетов с прямоугольными треугольниками показаны на рис. 7. Как и предполагалось, согласно теории гидродинамического подобия, при одних и тех же геометрических параметрах графики зависимости эквивалентной длины от числа Рейнольдса, полученные при расчетах с водой и с маслом, сходятся в одну линию. В то же время при одной и той же относительной высоте неровностей Δ_H/d , но разных номинальных диаметрах графики не совпадают, что, по-видимому, связано с тем, что длина участков с неровностями и их шаг были везде взяты одинаковыми и потому не соблюдается геометрическое подобие.

Эквивалентная длина участков с неровностями в виде прямоугольных треугольников получилась разной в зависимости от направления течения. В частности, для трубки с номинальным внутренним диаметром 3 мм большие значения эквивалентной длины соответствуют обратному течению жидкости, в то время как для меньших диаметров, наоборот, для прямого течения.

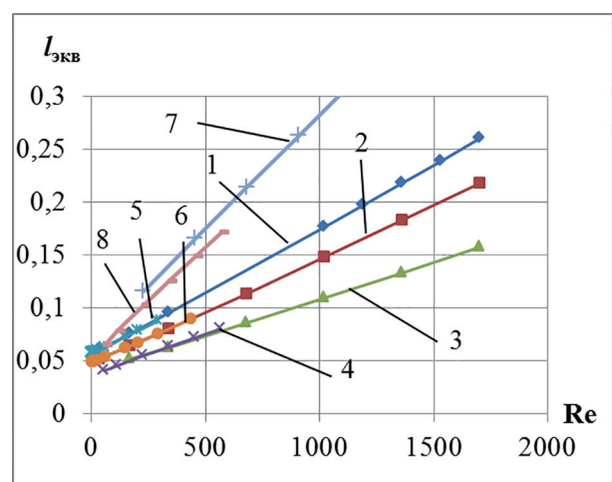
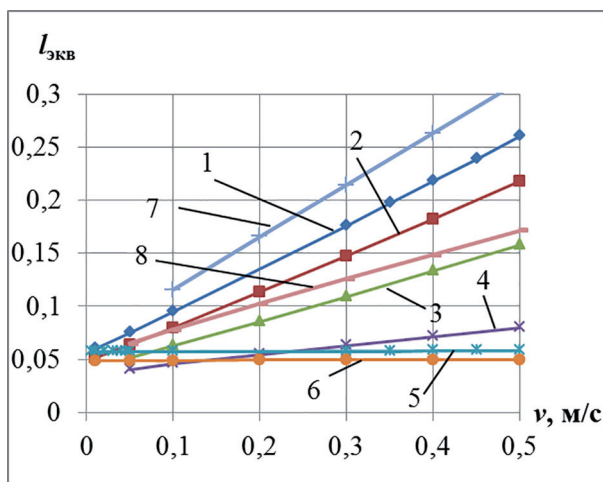


Рис. 6. Графики зависимостей эквивалентной длины участка трубки с неровностями в форме симметричных треугольников от скорости течения и от числа Рейнольдса:

- 1 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 8,33$ %, вода; 2 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 6,67$ %, вода; 3 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 5$ %, вода;
- 4 – $d = 1$ мм, $\Delta_H/d = 5$ %, вода; 5 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 8,33$ %, масло; 6 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 6,67$ %, масло;
- 7 – $d = 2$ мм, $\Delta_H/d = 10$ %, вода; 8 – $d = 1$ мм, $\Delta_H/d = 10$ %, вода

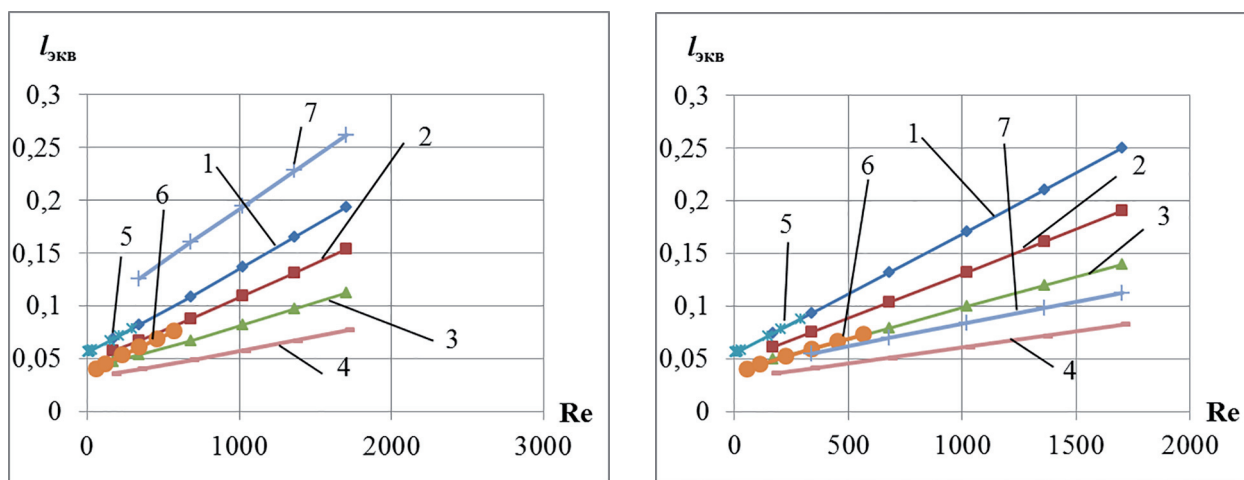


Рис. 7. Графики зависимостей эквивалентной длины участка трубки с неровностями в форме несимметричных треугольников от числа Рейнольдса при течении в прямом (слева) и в обратном (справа) направлениях:
 1 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 8,33$ %, вода; 2 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 6,67$ %, вода; 3 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 5$ %, вода;
 4 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 1,67$ %, вода; 5 – $d = 3$ мм, $\Delta_H/d = 8,33$ %, масло; 6 – $d = 1$ мм, $\Delta_H/d = 10$ %, вода;
 7 – $d = 2$ мм, $\Delta_H/d = 10$ %, вода

Проанализировав графики, можно прийти к выводу, что в общем случае эквивалентная длина является функцией от числа Рейнольдса, длины участка с неровностями, относительной высоты неровностей и других геометрических параметров. Для подстановки эквивалентной длины в выражение (9) геометрические параметры можно считать постоянными, и тогда эквивалентная длина участка с неровностями будет зависеть только от числа Рейнольдса. Пусть полученные графики можно аппроксимировать многочленами вида:

$$l_{н1э} = \theta_{11} + \theta_{12} Re_{вх} + \theta_{13} Re_{вх}^2 ;$$

$$l_{н2э} = \theta_{21} + \theta_{22} Re_4 + \theta_{23} Re_4^2, \quad (11)$$

где θ_{ij} – коэффициенты регрессии, м.

Подставив (11) в (9), можно получить новые уравнения, которые будут использоваться для определения скорости. Вместо этого гораздо удобнее выразить новые слагаемые отдельно, а потом прибавить их к левой части уравнения (1). Используя выражения (11) получим следующие новые слагаемые:

$$\begin{aligned} & v_{вх}^3 \frac{32d_{вх}^6 \rho^2}{d^6 \mu} (\theta_{13} + \theta_{23}) + v_{вх}^2 \frac{32\rho d_{вх}^4}{d^5} \left(\theta_{22} - \theta_{12} - \frac{12a\rho \cdot dS_h}{\mu dt \pi d} \theta_{13} \right) + \\ & v_{вх} \frac{32d_{вх}^2}{d^4} \left(\mu\theta_{11} + \theta_{12} \frac{8a \cdot dS_h \rho}{dt \pi d} + \mu\theta_{21} + \theta_{13} \frac{48a^2 \cdot (dS_h)^2 \rho^2}{\mu(dt)^2 \pi^2 d^2} \right) - \\ & - \frac{32\mu}{d^4} \frac{4a \cdot dS_h}{\pi dt} (\theta_{11} + \theta_{12} (\frac{4a \cdot dS_h}{dt \pi d}) \frac{\rho}{\mu}) + \theta_{13} (\frac{16a^2 \cdot (dS_h)^2}{(dt)^2 \pi^2 d^2}) \frac{\rho^2}{\mu^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Для рассмотренных неровностей зависимости получились линейными, поэтому $\theta_{13} = \theta_{23} = 0$ и слагаемые (12) значительно упростятся:

$$\begin{aligned} & v_{вх}^2 \frac{32\rho d_{вх}^4}{d^5} (\theta_{22} - \theta_{12}) + v_{вх} \frac{32d_{вх}^2}{d^4} \left(\mu\theta_{11} + \theta_{12} \frac{8a \cdot dS_h \rho}{dt \pi d} + \mu\theta_{21} \right) - \\ & - \frac{32\mu}{d^4} \frac{4a \cdot dS_h}{\pi dt} (\theta_{11} + \theta_{12} (\frac{4a \cdot dS_h}{dt \pi d}) \frac{\rho}{\mu}). \end{aligned} \quad (13)$$

Анализ уравнений (2)–(6) показывает, что для учета участков с неровностями к ним надо добавить точно такие же слагаемые: в уравнения (2) и (3) слагаемые добавляются с тем же знаком, а в уравнениях (4)–(6) знак всех слагаемых (13) меняется на противоположный. Кроме того, так как необходимо учитывать направление течения в случае неровностей в виде прямоугольных треугольников, то коэффициенты θ_{11} , θ_{12} , θ_{21} , θ_{22} для уравнений (4)–(6) будут другими.

Результаты и их обсуждение

На рис. 8 показано сравнение результатов расчетов по разработанной методике и результатов численного эксперимента для трубки без участков с неровностями с геометрическими параметрами $a = 14$ мм, $l_1 = 15$ мм, $l_4 = 15$ мм, $d = 3$ мм, $d_{\text{вых}} = 2$ мм, расстояние между выжимными элементами – 4 мм. В качестве рабочей жидкости взято масло.

На рис. 9 показано сравнение для трубки с участками, на которых есть неровности

в форме симметричных треугольников с относительной высотой неровностей 0,25 мм и шагом 0,5 мм. Регрессионным анализом графиков было получено $\theta_{11} = \theta_{21} = 5,60 \cdot 10^{-2}$ м, $\theta_{12} = \theta_{22} = 1,19 \cdot 10^{-4}$ м.

Сравнение графиков на рис. 8 и рис. 9 показывает, что расчет по разработанной методике дает хорошее совпадение с численными экспериментами для алгоритма работы насоса без одновременного движения выжимных элементов. Для случая с симметричными треугольниками скорость при сжатии трубки выжимными элементами получается больше, но также увеличивается и обратный ток во время возвращения выжимных элементов в исходное положение и результирующая подача также получается меньше (рис. 10).

На рис. 10 также показана напорная характеристика для случая, когда есть участки с неровностями в виде прямоугольных треугольников, для которых было получено $\theta_{21} = 5,36 \cdot 10^{-2}$ м, $\theta_{22} = 1,37 \cdot 10^{-5}$ м, $\theta_{11} = 5,29 \cdot 10^{-2}$ м, $\theta_{12} = 7,79 \cdot 10^{-5}$ м при сжатии трубки. Расчет по

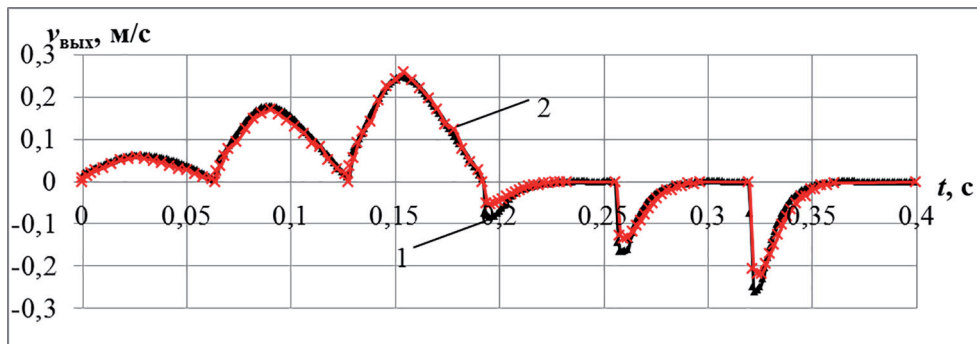


Рис. 8. Изменение средней скорости в выходном сечении насоса для трубки без участков с неровностями:
1 – результаты численных экспериментов, 2 – результаты расчетов по разработанной методике

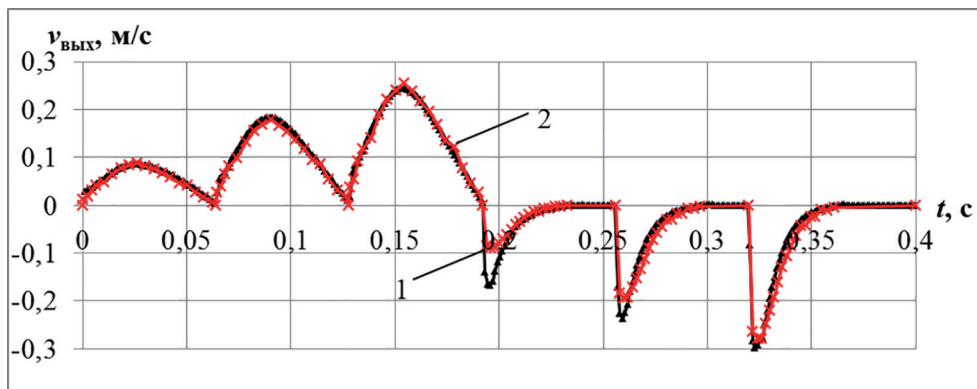


Рис. 9. Изменение средней скорости в выходном сечении насоса для трубки с участками, на которых есть неровности в форме симметричных треугольников:
1 – результаты численных экспериментов, 2 – результаты расчетов по разработанной методике

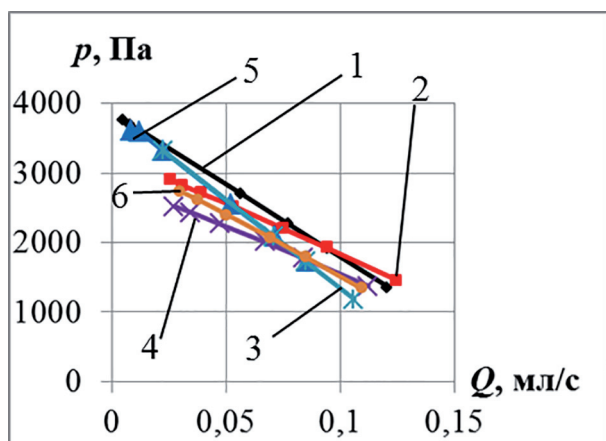


Рис. 10. Напорная характеристика насоса:

1 – численные эксперименты, трубка без неровностей, 2 – расчет по разработанной модели, трубка без неровностей, 3 – численные эксперименты, неровности в виде симметричных треугольников, 4 – расчет по разработанной модели, неровности в виде симметричных треугольников, 5 – численные эксперименты, неровности в виде прямоугольных треугольников, 6 – расчет по разработанной модели, неровности в виде прямоугольных треугольников

разработанной методике показывает, что с повышением давления насоса его подача получается больше, чем для случая неровностей в форме симметричных треугольников, что достигается за счет разного гидравлического сопротивления в этих участках в зависимости от направления течения. При меньшем давлении, напротив, подача получается меньше. Численные эксперименты, однако, не показывают этой разницы, что может быть обусловлено недостаточным количеством расчетных ячеек вблизи стенок с неровностями. Сравнение построенных характеристик показало, что для неровностей в форме прямоугольных треугольников расчетная характеристика получилась под другим углом, чем для трубки без участков с неровностями и для неровностей в форме симметричных треугольников, которые практически параллельны.

Заметим, что для получения одной точки напорной характеристики длительность одного численного эксперимента, в котором проводится совместный расчет течения жидкости и деформации трубки насоса, в зависимости от вида неровностей, составлял 25–30 часов. Для сравнения, численный расчет зависимости эквивалентной длины от числа Рейнольдса на том же компьютере составил около 1 часа, после чего с использованием разработанной

методики расчета была построена сразу вся напорная характеристика. Разработанная методика, таким образом, позволяет получить характеристику с гораздо меньшими затратами времени и вычислительных ресурсов.

Выводы

Сравнение результатов расчетов показало, что разработанная методика расчета напорной характеристики перистальтического насоса с учетом неровностей поверхности рабочего органа дает хорошее совпадение с численными экспериментами, если нет одновременного движения выжимных элементов. При этом, хотя для этой методики необходимы зависимости эквивалентных длин участков с неровностями, которые также получают численно, она требует гораздо меньше затрат времени по сравнению с полным численным моделированием. Сравнение построенных характеристик также показало, что для участков с несимметричными неровностями, которые имеют разную эквивалентную длину в зависимости от направления течения, характеристика получается под другим углом по сравнению с характеристиками, полученными для трубки с симметричными неровностями или без неровностей.

Литература

1. Duan Z., Muzychka Y.S. Effects of axial corrugated roughness on low Reynolds number slip flow and continuum flow in microtubes // Journal of heat transfer. 2010. Vol. 132. 9 p. DOI: 10.1115/1.3211854.
2. WG600F Intelligent Industrial Peristaltic Pump. Режим доступа: <http://www.nanbei-china.com/product/laboratory/pump/type/2014/0108/717.html>.
3. BT300L Intelligent flow peristaltic pump. Режим доступа: <http://www.nanbei-china.com/product/laboratory/pump/flow/2014/0107/702.html>.
4. Bar-Cohen Y., Chang Z. Piezoelectrically Actuated Miniature Peristaltic Pump // Proceedings of the SPIE Smart Structures Conference. Newport Beach, CA. 2000. Vol. 3992, paper No. 02. 8 p. DOI: 10.1117/12.388190
5. Yang H., Tsai T.-H., Hu C.-C. Portable Valve-less Peristaltic Micropump Design and Fabrication // 2008 Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of Mems/Moems (Dt看). – Institute of Electrical and Electronics Engineers, EDA publishing, 2009. 7 p.
6. Du M., Ye K., Wu K., Zhou Z. A Peristaltic Micro Pump Driven by a Rotating Motor with Magneti-

- cally Attracted Steel Balls // Sensors. – Molecular Diversity Presentation International, Basel, Switzerland. 2009. No 9(4), P. 2611–2620.
- Shkolnikov V., Ramunas J., Santiago J. A self-priming, roller-free, miniature, peristaltic pump operable with a single, reciprocating actuator // Sensors and Actuators A: Physical. – Elsevier. 2010. P. 141–146 DOI:10.1016/j.sna.2010.04.018
 - Левицкий А.А., Левицкая З.В., Ситников А.М. Компоненты микросистемной техники. Лабораторный практикум. Красноярск: СФУ, 2007. 85 с.
 - Попов Д.Н., Панайотти С.С., Рябинин М.В. Гидромеханика: учеб. пособие. – 3-е изд., испр. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 317 с.
 - Silva G., Leal N., Semiro V. Effect of wall roughness on fluid flow inside a microchannel // 14th int. symp. on applications of laser techniques to fluid mechanics. – Lisbon, Portugal. 2008. 13 p.
 - Tang G.H., Li Z., He Y.L., Tao W.Q. Experimental study of compressibility, roughness and rarefaction influences on microchannel flow // International journal of heat and mass transfer. – Elsevier. 2007. Vol. 50 P. 2282–2295. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.10.034
 - Mahrous A., Mahmoud S., Al-dadah R.K., Elsaed A.M. Numerical investigation of laminar flow in micro-tubes with designed surface roughness // 3rd micro and nano flows conference. – Thessaloniki, Greece 2011. 6 p.
 - Kandlikar S.G. Roughness effect at microscale – reassessing Nikuradse’s experiments on liquid flow in rough tubes // Bulletin of the polish academy of sciences. Technical sciences. 2005. Vol. 53. No 4. P. 343–349.
 - Богомолов Д.Ю., Порошин В.В., Радыгин В.Ю., Сыромятникова А.А., Шейпак А.А. Математическое моделирование течения жидкости в щелевых каналах с учетом реальной микротопографии поверхности их стенок. М.: МГИУ, 2010. 160 с.
 - Гришин А.И. Методика расчета характеристики перистальтического насоса линейного типа с неполным сжатием рабочего органа // Известия МГТУ «МАМИ». 2018. № 3. С. 21–31.
 - Лепешкин А.В., Михайлин А.А. Гидравлика машиностроительных гидросистем: учебник. М.: изд. ЦКТ, 2013. 280 с.
 - WG600F Intelligent Industrial Peristaltic Pump. URL: <http://www.nanbei-china.com/product/laboratory/pump/type/2014/0108/717.html>.
 - BT300L Intelligent flow peristaltic pump. URL: <http://www.nanbei-china.com/product/laboratory/pump/flow/2014/0107/702.html>.
 - Bar-Cohen Y., Chang Z. Piezoelectrically Actuated Miniature Peristaltic Pump // Proceedings of the SPIE Smart Structures Conference. Newport Beach, CA. 2000. Vol. 3992, paper No. 02. 8 p. DOI: 10.1117/12.388190
 - Yang H., Tsai T.-H., Hu C.-C. Portable Valve-less Peristaltic Micropump Design and Fabrication // 2008 Symposium on Design, Test, Integration and Packaging of MemS/Moems (DtIp). – Institute of Electrical and Electronics Engineers, EDA publishing. 2009. 7 p.
 - Du M., Ye K., Wu K., Zhou Z. A Peristaltic Micro Pump Driven by a Rotating Motor with Magnetically Attracted Steel Balls // Sensors. – Molecular Diversity Presentation International, Basel, Switzerland. 2009. No 9(4), P. 2611–2620.
 - Shkolnikov V., Ramunas J., Santiago J. A self-priming, roller-free, miniature, peristaltic pump operable with a single, reciprocating actuator // Sensors and Actuators A: Physical. – Elsevier. 2010. P. 141–146 DOI:10.1016/j.sna.2010.04.018
 - Levickij A.A., Levickaya Z.V., Sitnikov A.M. Komponenty mikrosistemnoj tekhniki. Laboratornyj praktikum [Components of microsystem technology. Laboratory practical work.]. Krasnoyarsk: SFU Publ., 2007. 85 p.
 - Popov D.N., Panaiotti S.S., Ryabinin M.V. Gidromekhanika: echebnoje posobije [Hydromechanics: a textbook]. Moscow: Bauman Press, 2014. 317 с.
 - Silva G., Leal N., Semiro V. Effect of wall roughness on fluid flow inside a microchannel // 14th int. symp. on applications of laser techniques to fluid mechanics. – Lisbon, Portugal. 2008. 13 p.
 - Tang G.H., Li Z., He Y.L., Tao W.Q. Experimental study of compressibility, roughness and rarefaction influences on microchannel flow // International journal of heat and mass transfer. – Elsevier. 2007. Vol. 50 P. 2282–2295. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.10.034
 - Mahrous A., Mahmoud S., Al-dadah R.K., Elsaed A.M. Numerical investigation of laminar flow in micro-tubes with designed surface roughness // 3rd micro and nano flows conference. – Thessaloniki, Greece 2011. 6 p.
 - Kandlikar S.G. Roughness effect at microscale – reassessing Nikuradse’s experiments on liquid flow

References

- Duan Z., Muzychka Y.S. Effects of axial corrugated roughness on low Reynolds number slip flow and continuum flow in microtubes // Journal of heat transfer. 2010. Vol. 132. 9 p. DOI: 10.1115/1.3211854.

- in rough tubes // Bulletin of the polish academy of sciences. Technical sciences. 2005. Vol. 53. No 4. P. 343–349.
14. Bogomolov D. Y., Poroshin V.V., Radygin V.Y., Syromyatnikova A.A., Sheipak A.A. Matematicheskoe modelirovanie techeniya jidkosti v selevyh kanalah s uchjotom real'noj microtopographii poverhnosti ih stenok [Mathematical modeling of fluid flow in the slot channels taking into account the real microtopography of the surface of their walls]. Moscow: MGIU, 2010. 160 p.
15. Grishin A.I. Method for calculating the characteristics of a linear type peristaltic pump with incomplete compression of the working member. Izvestiya MGTU "MAMI". 2018. No 3, pp. 21–31 (in Russ.).
16. Lepeshkin A.V., Mihajlin A.A. Gidravlika mashinostroitel'nyh gidrosistem: uchebnik [Hydraulics of machine-building hydrosystems: a textbook]. Moscow: izd. CKT Publ., 2013. 280 p.

THE CALCULATION OF THE PERISTALTIC PUMP CHARACTERISTICS TAKING INTO ACCOUNT THE ROUGHNESSES ON THE INTERNAL SURFACE OF THE WORKING MEMBER

A.I. Grishin

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russia
foxmcloud@rambler.ru

In the introduction of the work the short review of the literature, devoted to the miniature peristaltic pumps and also to the studies of the influence of the roughness in the microchannels with the laminar flow, is presented. The presented calculation procedure of the pump characteristics is based on the usage of the Bernoulli equation and the interpretation of the pump working member sections with the roughness as the local hydraulic resistances. The losses in these sections are expressed in the equivalent length which has been counted by performing the numerical experiments in the program STAR-CCM+. As have shown by the numerical experiments, the equivalent length of such sections is the function of a Reynolds number and the geometrical parameters of the roughness of the surface of the pump working member. For calculations the axisymmetric roughness with the profiles is in the form of the isosceles triangles and the rectangular triangles have been chosen. The calculation for the roughness in the form of rectangular triangles was performed in such a manner that when the fluid flows in the direction of the pressure pipeline it represented the repeating confusers and the sudden enlargements, and when flow takes place in the opposite direction – diffusors and sudden contractions. The numerical calculation has shown that in such case an energy loss with the flow in the opposite direction is bigger, but only with the certain geometrical parameters of the roughness. It was considered, that the roughness are only in the beginning and in the end of the pump working member (tube), and in the compression region the surface is smooth. As a calculations result the pump's pressure characteristics for both tube without the sections with the roughness and the tube with these sections were constructed. The results gained with the offered technique have shown good enough coincidence to the results of the numerical experiments

Keywords: peristaltic pump, laminar flow, computational hydrodynamics, местные гидравлические сопротивления.