

# ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА ПРИ АНАЛИЗЕ ПЕРЕКЛЮЧЕНИЙ В АВТОМАТИЧЕСКИХ КОРОБКАХ ПЕРЕДАЧ

К.Т.Н. Саламандра К.Б., К.Т.Н. Тывес Л.И.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН (ИМАШ РАН)

ksalamandra@yandex.ru

*Решение задач динамики механизмов базируется либо на дифференциальных принципах теоретической механики, либо на интегральных. Первые предполагают составление уравнений динамики Лагранжа, характеризующих состояние механизма в каждый момент времени, и анализ их решений. Вторые связаны с законами сохранения (законом сохранения энергии, законом сохранения импульса) и позволяют сделать интегральную оценку результатов движений за какой-либо интервал.*

*Дифференциальный принцип, применяемый для анализа динамических процессов переключений в коробках передач транспортных средств, полностью оправдан при анализе переключений в коробках с ручным управлением. В этом случае процесс переключения длится секунды и все фазы процесса математически корректно описываются. Применение этого подхода при анализе динамики переключений в автоматических коробках передач, длящихся 0,2...0,5 с, связано с привлечением большого числа предположений. Они касаются описания предполагаемых взаимодействий включаемых и выключаемых элементов управления коробкой передач и проводятся на довольно простой модели двухступенчатой коробки передач. При анализе более сложных моделей, например, коробки передач с двойным переключением (2 муфты выключаются, 2 включаются) применение дифференциального принципа существенно затруднено.*

*Уменьшение (или увеличение) скоростей инерционных элементов трансмиссии при переключении передач за короткое время возможно лишь при действии на включаемую муфту больших сил. Поэтому, рассматривая модель автоматической коробки передач на малом интервале времени как замкнутую систему, можно применить теорему сохранения момента импульса. С использованием этого интегрального принципа в статье приводится расчет скоростей на входе и выходе коробки передач после переключения, оценка предельного момента, действующего на звенье передач при переключении, предложен критерий подбора муфты, соответствующей требуемым параметрам переключения, а также решается задача управления процессом двойного переключения передач. Примененный подход дополняет известные методы исследований и позволяет существенно упростить расчеты динамических нагрузок.*

**Ключевые слова:** автоматическая коробка передач, трансмиссия, момент импульса, переключение передач, динамический анализ, двойное переключение передач.

## Введение

Решение задач динамики механизмов базируется либо на дифференциальных принципах теоретической механики, либо на интегральных [1]. Первые предполагают составление уравнений динамики, характеризующих состояние механизма в каждый момент времени, и анализ их решений. Сутью вторых являются интегральные оценки результатов движений за какой-либо интервал. Эти оценки связаны с законами сохранения: законом сохранения энергии, законом сохранения импульса.

Дифференциальный принцип, применяемый для анализа динамических процессов, возникающих при переключении передач в коробках передач транспортных средств (ТС), полностью

оправдан при анализе переключений в коробках с ручным управлением. В этом случае процесс переключения может длиться до трех секунд и все фазы процесса математически корректно описываются. Применение этого подхода при анализе динамики тех же процессов в автоматических коробках передач (АКП) приводит к полезным и интересным результатам, но связано с привлечением большого числа предположений [2–10]. В первую очередь они касаются описания предполагаемых взаимодействий включаемых и выключаемых элементов управления коробкой передач (рис. 1) – муфт или синхронизаторов различного типа (далее любые управляющие элементы коробок передач будем называть муфтами). Процесс переключения разделяют на не-

сколько этапов (от 2-х до 4-х). Среди них можно выделить два основных этапа силового взаимодействия элементов трансмиссии: 1 этап – перекрытие передач и 2 этап – синхронизация скоростей.

Для каждого этапа составляются уравнения движения с теми или иными предположениями и допущениями. Получаемые дифференциальные уравнения – это уравнения первого порядка. Припасовкой решений дифференциальных уравнений на последовательных этапах получают общую картину изменения скоростей и моментов в процессе переключения передач. Для упрощения задачи часто предполагают выполнения условия  $J_0 \gg J_1$ , которое вдвое уменьшает порядок решаемых уравнений, но вносит погрешности в результаты анализа.

Важный, с нашей точки зрения, аргумент в пользу изменения подхода к анализу динамических процессов при переключении передач в АКП связан с результатами технического прогресса. Развитие технических возможностей, используемых при разработке и создании современных АКП (быстродействующий гидропривод включения и выключения фрикционных муфт, пропорциональные редукционные клапаны, широкие возможности системы управления и др.), привело к существенному уменьшению длительности процесса переключения передач (0,2...0,5 с). Столь короткий промежуток времени довольно сложно разделить даже на два этапа для последовательного анализа процесса переключения. Очевидно также, что при малых значениях длительности процесса, последний приобретает свойства ударного взаимодействия, в котором моменты, вызванные резким изменением скоростей инерционных элементов, существенно превышают моменты двигателя и приведенные моменты сил сопротивления движению. Неслучайно многие авторы объясняют факт уменьшения (или увеличения) скорости двигателя при переключении передач за очень короткое время применением к включаемой муфте экстрасилы («extra apply force» [11]). В связи с вышесказанным для анализа динамических процессов переключения передач в АКП предлагается наряду с дифференциальным принципом использовать интегральный принцип.

При этом облегчается решение новых задач: например, проблемы двойного переключения передач [11], когда в процессе переключения участвуют 4 муфты (2 выключаются, 2 вклю-

чаются). Актуальность их решения очевидна, например, для тяжело нагруженных транспортных средств (тракторов, карьерных самосвалов, сельхозтехники и т.п.), в трансмиссиях которых в настоящее время устанавливают две последовательно соединенные коробки передач. Кроме того, применение двойных переключений делает еще более перспективными двух и трех поточные коробки передач, состоящих из комбинации соединения планетарных механизмов и передач с неподвижными осями зубчатых колес [12, 13]. Такие коробки обладают широкими возможностями и реализуют большее количество передач при малом числе звеньев.

### Цель исследования

Целью настоящего исследования является использование подхода, основанного на законе сохранения момента импульса механической системы, для исследования и на простых моделях процессов, протекающих в коробке передач при переключениях.

### Динамическая модель переключений передач в АКП

Исключим из рассмотрения процесса переключения передач движущий момент двигателя и момент сил сопротивления движению транспортного средства, которые не оказывают существенного влияния на изменения скоростей инерционных звеньев модели (рис. 1).

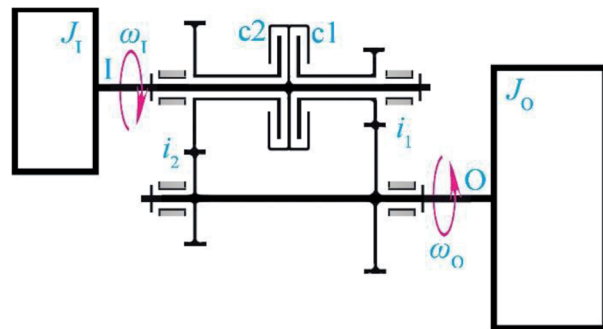


Рис. 1. Модель двухступенчатой коробки передач с одинарным переключением:

I и O – входной и выходной валов коробки передач;  
 $J_1$  и  $J_0$  – соответственно приведенные моменты инерции вращающихся частей двигателя и ТС;  
 $\omega_1$  и  $\omega_0$  – угловые скорости вращения входного и выходного валов коробки передач соответственно;  
 $c_1$  и  $c_2$  – муфты, включающие, соответственно, низшую и высшую передачи;  $i_1$  – передаточное число высшей передачи,  $i_2$  – передаточное число низшей передачи ( $i_1 > i_2$ )

Будем рассматривать только моменты от инерционных сил взаимодействия элементов трансмиссии при переключении. Принимаем также, что сброс давления в гидроприводе выключаемой муфты происходит мгновенно, остаточный момент, передаваемый ею, ничтожно мал и его можно не учитывать. Таким образом, в рассматриваемом процессе переключения передач участвует только муфта выключаемой передачи.

Если разделить трансмиссию транспортно-го средства на две части относительно выключаемой муфты, то в начальный момент времени имеет место разница скоростей вращения вала двигателя и соединенных с ним элементов коробки передач до выключаемой муфты и скоростей вращения элементов коробки передач и трансмиссии транспортного средства после выключаемой муфты. Задача муфты за малое время соединить обе указанные части, уравнивая их скорости. Для этого момент трения между дисками муфты, зависящий от силы сжатия и коэффициента трения, должен быть большим. Естественно, этот момент является внутренним и приложен к обеим частям модели с разными знаками. В силу вышесказанного можно считать рассматриваемую модель на малом интервале времени замкнутой системой, для которой применима теорема сохранения момента импульса [14].

Обозначим  $\omega_{1-}$  и  $\omega_{0-}$  – скорости вращений инерционных элементов  $J_1$  и  $J_0$  до переключения передач, а  $\omega_{1+}$  и  $\omega_{0+}$  – их скорости после переключения передач. Элементы системы предполагаются абсолютно жесткими. После приведения моментов инерции и скоростей выходного вала к дискам выключаемой муфты модель коробки передач (рис. 1) до включения муфты с2 второй передачи можно представить в виде, приведенном на рис. 2.

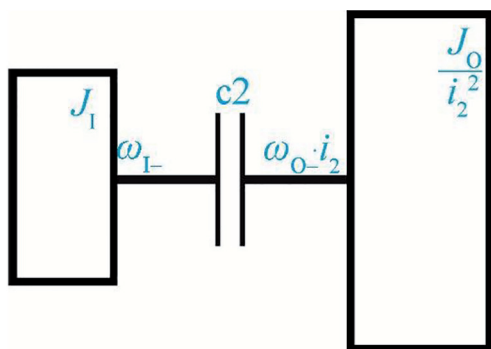


Рис. 2. Модель двухступенчатой коробки передач после приведения моментов инерции и скоростей к дискам выключаемой муфты

Соотношение скоростей до переключения  $\omega_{1-} / \omega_{0-} = i_1$ , после переключения  $\omega_{1+} / \omega_{0+} = i_2$ .

Закон сохранения момента импульса при переключении передачи в рассматриваемой модели описывается соотношением (1). Здесь и далее при выписке закона сохранения момента импульса для наглядности приведенные моменты инерции и приведенные угловые скорости будем указывать без сокращений передаточных отношений.

$$J_1 \omega_{1-} + \frac{J_0}{i_2^2} \omega_{0-} i_2 = \left( J_1 + \frac{J_0}{i_2^2} \right) \omega_{1+}. \quad (1)$$

Следовательно,  $\omega_{1+} = \omega_{1-} \cdot \frac{i_2 (J_1 i_1 i_2 + J_0)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_0)}$  и  $\omega_{0+} = \omega_{1-} \cdot \frac{(J_1 i_1 i_2 + J_0)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_0)}$ .

Последние выражения полностью определяют начальные условия движения модели на следующей передаче. Изменение скорости  $\Delta \omega_1$  на входе коробки передач:

$$\Delta \omega_1 = \omega_{1+} - \omega_{1-} = J_0 \omega_{1-} \frac{(i_2 - i_1)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_0)}. \quad (2)$$

Как видно из (2), при переключении передач с низшей на высшую величина изменения скорости входного вала отрицательная, т.к.  $i_1 > i_2$ . Иными словами, скорость на входе коробки передач в процессе рассматриваемого переключения уменьшится. Нетрудно выписать выражение изменения скорости на выходе коробки передач. Его величина в рассматриваемом случае будет положительной. Далее, при обратном переключении передач, то есть с высшей на низшую, получим обратную картину изменения скоростей на входе и выходе коробки передач.

**Задача анализа:  
оценка динамических нагрузок при переключении передач**

Высокие нагрузки, действующие на шестерни и звенья коробки передач при переключениях, могут приводить к повышенному износу, поломке зубьев и выходу из строя элементов трансмиссии ТС. Оценим эти нагрузки по величине изменения момента импульса и по функции момента сил трения выключаемой муфты. Изменение момента импульса на входе в коробку передач

$$\Delta K = J_1 \Delta \omega_1 = J_1 J_0 \omega_1 \frac{(i_2 - i_1)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_0)} \quad (3)$$

позволяет при известных характеристиках муфты оценить нагрузки на звенья коробки передач и длительность процесса переключения.

Действительно,

$$\Delta K = \int_0^T M(t) \cdot dt, \quad (4)$$

где  $M(t)$  – момент сил трения на входном валу муфты;  $T$  – длительность переключения передач;  $t$  – время.

Такое же по величине воздействие, но с обратным знаком, приложено к ведомому валу муфты и, соответственно, к шестерне включаемой передачи. Поэтому в соответствии с (1) воздействие на выходном валу будет:  $-i_2 M(t)$ .

Про функцию изменения момента сил трения включаемой муфты  $M(t)$  (рис. 3) известно [2–5, 7], что она:

а) возрастает по закону, близкому к линейному  $M(t) = kt$ , где  $k = \tan \alpha$ ;  $\alpha$  – угол наклона линии изменения момента трения. Величина  $k$  зависит от давления в гидросистеме и конструктивных параметров ее каналов;

б) имеет предельное значение  $M_{ext}$ , зависящее от давления в гидросистеме, коэффициента трения и числа поверхностей трущихся дисков;

в) при выравнивании скоростей ведущих и ведомых дисков муфты уменьшается до величины момента двигателя  $M_{eng}$ .

Учитывая сказанное и допуская возможность выхода в зону действия предельного момента  $M_{ext}$ , представим выражение (4) в виде:

$$\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2 = \int_0^{T_1} kt \cdot dt + \int_0^{T_2} M_{ext} \cdot dt = \frac{kT_1^2}{2} + M_{ext} T_2,$$

где  $T_2 = T - T_1$ ;  $T_1$  – интервал времени от момента включения муфты до достижения предельного момента сил трения в муфте;  $T_2$  – интервал времени между достижением предельного момента сил трения и точкой синхронизации скоростей дисков муфты.

Решение задачи анализа предполагает знание конкретной характеристики муфты и длительности процесса переключения. Если за время переключения максимальный момент сил трения не достигает предельного значения ( $T \leq T_1$ ), тогда  $\Delta K \leq \Delta K_1$ .

$\Delta K = \int_0^T kt \cdot dt = kT^2 / 2$ , откуда время включения муфты  $T = \sqrt{2\Delta K / k}$  и максимальный момент на муфте  $M(t)_{max} = \sqrt{2k\Delta K}$ . В случае выхода на предельное значение момента трения изменение момента импульса  $\Delta K = \Delta K_1 + \Delta K_2$ , откуда время переключения  $T = T_1 + T_2 = \sqrt{2\Delta K_1 / k} + (\Delta K - \Delta K_1) / M_{ext}$  и  $M(t)_{max} = M_{ext}$ .

### К проблеме выбора параметров муфты для заданного времени переключения передач (задача синтеза)

Фрикционные муфты различаются по количеству дисков и используемым материалам, имеют разные параметры гидропривода и срабатывают с разными скоростями. Эти и другие характеристики муфт определяют закон изменения  $M(t)$ . При заданной длительности переключения имеет место множество возможных решений, ограниченных неравенствами  $2\Delta K / T^2 \leq k < \infty$ . Если время переключения  $T \rightarrow 0$ , то  $M_{ext}(0) = \Delta K / T$  имеем мгновенный выход на предельного момента (см.  $M_{ext}(0)$  на рис. 4). В случае достижения предельного момента за время  $T_1$ ,  $k = M_{ext}(T_1) / T_1$ , тогда  $\Delta K = 0,5 M_{ext} \cdot T_1 + M_{ext} \cdot (T - T_1)$ , откуда  $M_{ext} = \Delta K / (T - 0,5 T_1)$  (см.  $M_{ext}(T_1^*)$  и  $M_{ext}(T_1^{**})$  на рис. 4). Если время переключения соответствует времени достижения предельного момента  $T = T_1$ , то  $M_{ext} = 2\Delta K / T = kT$ , то есть получим непрерывный рост момента до конца времени переключения (см.  $M_{ext}(T)$  на рис. 4).

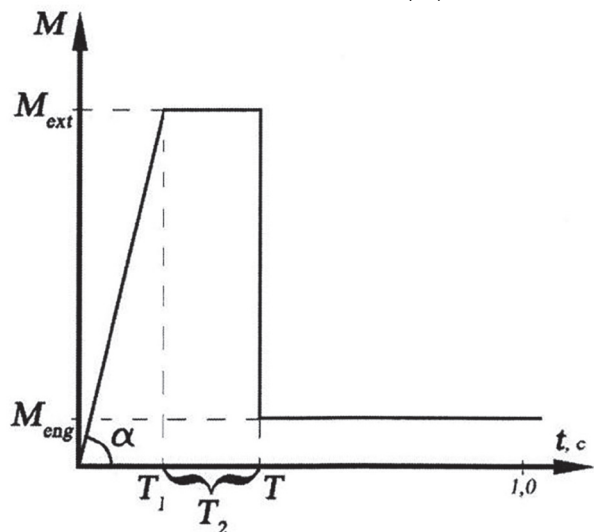


Рис. 3. График изменения момента сил трения включаемой муфты при переключении передач



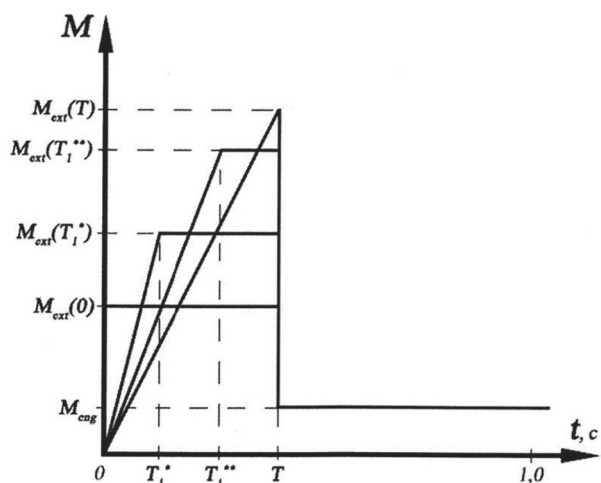


Рис. 4. Графики функции изменения момента трения по времени во включаемой муфте для различных муфт при одинаковых параметрах переключения

Из графиков на рис. 4 видно, что при одном и том же времени переключения  $T$ , разные муфты имеют различные максимальные моменты сил трения, которые могут служить критерием выбора параметров муфты.

Величина работы буксования включаемой муфты является важной характеристикой переключения передач. Определению работы буксования на основе дифференциального принципа теоретической механики посвящены, в частности, работы [10, 15–19]. Однако, при малом времени переключения передач в АКП работу буксования муфты можно оценить, применив соотношения, характеризующие потери энергии при абсолютно неупругом ударном взаимодействии инерционных элементов. Эта оценка не зависит от конкретной характеристики муфт.

Кинетическая энергия модели коробки передач (рис. 1) до переключения:

$$E_1 = J_1 \frac{\omega_{1-}^2}{2} + J_0 \frac{\omega_{1-}^2}{2 \cdot i_1^2} = \frac{\omega_{1-}^2}{2} \left( J_1 + \frac{J_0}{i_1^2} \right),$$

а кинетическая энергия модели после переключения:

$$E_2 = \frac{\omega_{1+}^2}{2} \left( J_1 + \frac{J_0}{i_2^2} \right). \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражение для  $\omega_{1+}$  из закона сохранения момента импульса (1), получим:

$$E_2 = \frac{\omega_{1-}^2}{2} \cdot \frac{(J_1 i_1 i_2 + J_0)^2}{i_1^2 (J_1 i_2^2 + J_0)}.$$

Работа муфты  $L$  будет рассчитываться как разность кинетической энергии до переключения и после переключения:

$$L = E_1 - E_2 = J_1 J_0 \frac{\omega_{1-}^2}{2} \cdot \frac{(i_1 - i_2)^2}{i_1^2 (J_1 i_2^2 + J_0)}.$$

Как видим, потери энергии зависят лишь от скорости до переключения, моментов инерции элементов модели и передаточных отношений.

### Закон сохранения момента импульса в решении задачи двойного переключения передач

На рис. 5 показана модель коробки передач с двойным переключением передач.

При двойном переключении передач две муфты выключаются и две муфты включаются, последние присоединяют промежуточную кинематическую цепь с одной стороны к входным звеньям коробки передач, а с другой – к выходным. В любой коробке передач с двойным переключением есть промежуточная цепочка звеньев, расположенная между двумя включаемыми муфтами.

Как при рассмотрении процесса переключения передач модели с одинарным переключением, предполагаем, что муфты предыдущей передачи выключены и момент, передаваемый ими ничтожно мал. Рассматривается только процесс включения пары муфт включаемой передачи.

Порядок срабатывания включаемых муфт определяет система управления. Муфты можно включать одновременно или последовательно. При последовательном включении муфт имеет место выбор порядка подключения промежуточного звена. Задача заключается в определении влияния порядка срабатывания включаемых муфт на нагрузки на элементы АКП.

Процесс анализа двойного переключения проведем аналогично анализу одинарного. Модель коробки передач с двойным переключением после приведения моментов инерции и скоростей к дискам включаемых муфт представлена на рис. 6.

Предположим, что имеет место одновременное срабатывание обеих муфт с21 и с 22 при включении второй передачи. Учитывая, что  $i_1 = i_{11} \cdot i_{12}$  и  $i_2 = i_{21} \cdot i_{22}$ , запишем закон сохранения момента импульса для рассматриваемой модели (рис. 6):

$$J_1\omega_{1-} + \frac{J_G}{i_{21}^2}\omega_{G-}i_{21} + \frac{J_O}{i_2^2}\omega_{O-}i_2 = \left( J_1 + \frac{J_G}{i_{21}^2} + \frac{J_O}{i_2^2} \right)\omega_{1+}.$$

Подставляя  $\omega_{1-}/\omega_{G-} = i_{11}$ ,  $\omega_{1-}/\omega_{O-} = i_1$  до переключения и  $\omega_{1+}/\omega_{G+} = i_{21}$ ,  $\omega_{1+}/\omega_{O+} = i_2$  после переключения, получим:

$$\omega_{1+} = \omega_{1-} \cdot \frac{i_2(J_1 i_{11} i_2 + J_G i_{12} i_{22} + J_O)}{i_1(J_1 i_2^2 + J_G i_{22}^2 + J_O)}. \quad (6)$$

Изменение скорости  $\Delta\omega_1$  на входе коробки передач:

$$\Delta\omega_1 = \omega_{1+} - \omega_{1-} = \omega_{1-} \frac{J_G i_{12} i_{22}^2 (i_{21} - i_{11}) + J_O (i_2 - i_1)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_G i_{22}^2 + J_O)}.$$

Изменение момента импульса на входе в коробку передач:

$$\begin{aligned} \Delta K_1 &= J_1 \Delta\omega_1 = \\ &= J_1 \omega_{1-} \frac{J_G i_{12} i_{22}^2 (i_{21} - i_{11}) + J_O (i_2 - i_1)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_G i_{22}^2 + J_O)}. \end{aligned} \quad (7.1)$$

Изменение момента импульса на выходе из коробки передач:

$$\begin{aligned} \Delta K_1 &= J_1 \Delta\omega_1 = J_1 \omega_{1-} \frac{J_G i_{12} i_{22}^2 (i_{21} - i_{11}) + J_O (i_2 - i_1)}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_G i_{22}^2 + J_O)} \cdot K_O = \\ &= J_O \cdot \omega_O = J_O \left( \frac{\omega_{1+}}{i_2} - \frac{\omega_{1-}}{i_1} \right) = \\ &= J_O \omega_{1-} \cdot \frac{J_1 i_2 (i_1 - i_2) + J_G i_{22} (i_2 - i_{22})}{i_1 (J_1 i_2^2 + J_G i_{22}^2 + J_O)}. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Следует сказать, что при  $J_G = 0$ , уравнение (7.1) совпадает с соотношением (3) для одинарного переключения передач.

Рассмотрим далее последовательное срабатывание муфт.

1. Последовательное включение муфт с21 и с22.

1.1. с21: закон сохранения момента импульса:

$$J_1\omega_{1-} + \frac{J_G}{i_{21}^2}\omega_{G-}i_{21} = \left( J_1 + \frac{J_G}{i_{21}^2} \right)\omega'_{1+}.$$

С учетом соотношения между  $\omega_{1-}$  и  $\omega_{G-}$ :

$$\omega'_{1+} = \omega_{1-} \cdot \frac{i_{21} (J_1 i_{11} i_{21} + J_G)}{i_{11} (J_1 i_{21}^2 + J_G)}. \quad (8)$$

Изменение момента импульса на входе коробки передач:

$$\Delta K' = J_1 (\omega'_{1+} - \omega_{1-}) = J_1 \omega_{1-} \frac{J_G (i_{21} - i_{11})}{i_{11} (J_1 i_{21}^2 + J_G)}. \quad (9)$$

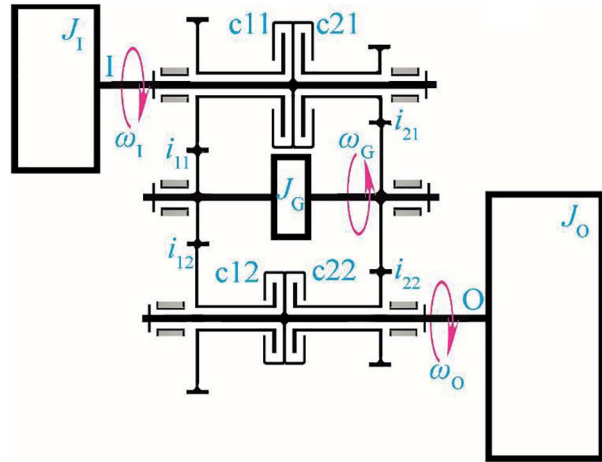


Рис. 5. Модель двухступенчатой коробки передач с двойным переключением:

I и O – входной и выходной валы коробки передач;  
 $J_1, J_O, J_G$  – соответственно приведенные моменты инерции двигателя, ТС и промежуточного звена;  $\omega_1, \omega_O, \omega_G$  – угловые скорости вращения входного, выходного и промежуточного валов коробки передач соответственно; с11 и с12 – муфты, включающие, соответственно, низшую передачу; с21 и с22 – муфты, включающие высшую передачу;  $i_1 = i_{11} \cdot i_{12}$  – передаточное число низшей передачи;  $i_2 = i_{21} \cdot i_{22}$  – передаточное число высшей передачи ( $i_1 > i_2$ )

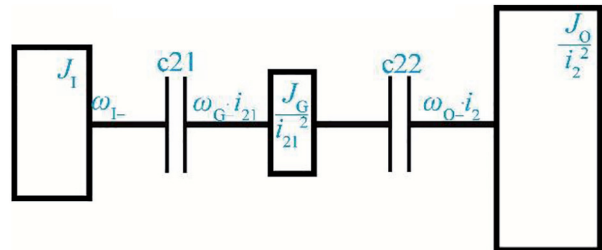


Рис. 6. Модель двухступенчатой коробки передач с двойным переключением после приведения моментов инерции и скоростей к дискам включаемых муфт

1.2. с22: закон сохранения момента импульса:

$$\begin{aligned} \left( J_1 + \frac{J_G}{i_{21}^2} \right)\omega'_{1+} + \frac{J_O}{i_2^2}\omega_{O-}i_2 = \\ = \left( J_1 + \frac{J_G}{i_{21}^2} + \frac{J_O}{i_2^2} \right)\omega_{1+}. \end{aligned} \quad (10)$$

После подстановки в (10) соотношения (8), получим полностью совпадающее с (6) выражение для скорости входного вала после переключения для случая одновременного включения муфт с21 и с22. А изменение момента импульса полностью совпадает с выражением (7.1).

2. Последовательное включение муфт с22 и с21.

2.1. с22: закон сохранения момента импульса:

$$\frac{J_G}{i_{21}^2} \omega_{G-} i_{21} + \frac{J_O}{i_2^2} \omega_{O-} i_2 = \left( \frac{J_G}{i_{21}^2} + \frac{J_O}{i_2^2} \right) \omega'_{O+} i_2.$$

Подставляя  $\omega_{G-} = \omega_{O-} i_{12}$ , получим:

$$\omega'_{O+} = \omega_{O-} \frac{J_G i_{12} i_{22} + J_O}{(J_G i_{22}^2 + J_O)}. \quad (11)$$

Изменение момента импульса на выходе коробки передач:

$$\begin{aligned} \Delta K'' &= J_O (\omega'_{O+} - \omega_{O-}) = \\ &= J_O \omega_{O-} \frac{J_G i_{22} (i_{12} - i_{22})}{(J_G i_{22}^2 + J_O)}. \end{aligned} \quad (12)$$

2.2. с21: закон сохранения момента импульса:

$$\begin{aligned} J_1 \omega_{1-} + \left( \frac{J_G}{i_{21}^2} + \frac{J_O}{i_2^2} \right) \omega'_{O+} i_2 = \\ = \left( J_1 + \frac{J_G}{i_{21}^2} + \frac{J_O}{i_2^2} \right) \omega_{1+}. \end{aligned} \quad (13)$$

Так же, как и для предыдущей комбинации включаемых муфт, после подстановки в (13) уравнения (11) выражение для скорости  $\omega_{1+}$  совпадет с (6), а изменение момента импульса после включения с21 будет вычисляться по формуле (7.2).

Полученные результаты приводят к формулировке следующего правила выбора порядка подключения промежуточного звена  $J_G$ :

1) для заданных значений моментов инерции и скоростей по формулам (7.1) и (7.2) определить изменение момента импульса на входе и выходе коробки передач;

2) если  $\Delta K_1 > \Delta K_O$ , то для данного переключения передач необходимо сначала включить муфту с21, т.е. соединить промежуточное звено  $J_G$  со входом коробки;

3) если  $\Delta K_1 < \Delta K_O$ , то для данного переключения передач необходимо сначала включить муфту с22, т.е. соединить промежуточное звено  $J_G$  с выходом коробки;

4) далее включить оставшуюся муфту, соединив вход коробки передач с выходом.

Например, при  $J_O > J_1 > J_G$  и соотношениях скоростей  $\omega_{1-} > \omega_{O-} > \omega_{G-}$  (переключение на повышающую передачу) в случае одновременного включения обеих муфт изменение момента импульса на входе коробки передач будет наибольшим. Тогда при последовательном соединении муфт следует промежуточное

звено  $J_G$  соединить сначала с  $J_1$ , а затем с  $J_O$ . В результате на  $J_1$  будут действовать последовательно два разделенные во времени момента импульса меньшей величины, чем при одновременном срабатывании обеих муфт или включении их в другой последовательности. Применение предложенного правила выбора порядка включения муфт при двойном переключении позволяет снизить динамические нагрузки на звенья АКП и элементы трансмиссии при переключении передач.

### Заключение

Требования повышения показателей топливной экономичности определяют необходимость применения форсированных режимов работы коробок передач транспортных средств, что за последние годы привело к существенному уменьшению времени переключения передач (по некоторым данным 0,2 с). Столь малое время позволяет использовать интегральный принцип к описанию и анализу динамических процессов, возникающих в коробках передач при переключении. Подход, основанный на законе сохранения момента импульса механической системы, во многом дополняет известные методы исследования и на простых моделях описывает процессы, протекающие в коробке передач при переключении. Он позволяет существенно упростить инженерные расчеты динамических нагрузок, действующих на звенья передач, и решить задачу управления процессом двойного переключения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-38-00567).

### Литература

1. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. Часть 2: Динамика системы материальных точек. М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937. 224 с.
2. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Шевелев А.С. Переключение передач с различной степенью их перекрытия в коробках передач автомобилей и тракторов // Евразийское Научное Объединение. 2015. Т. 1. № 6 (6). С. 67–70.
3. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С. и др. К вопросу о буксовании фрикционных сцеплений при переключении передач без разрыва потока мощности в коробках передач автомобилей и тракторов // Тракторы и сельхозмашины. 2015. № 6. С. 5–9.
4. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С. и др. Определение параметров буксования фрикционных муфт для различных вариантов их установки

- в тракторных коробках передач при переключении передач без разрыва потока мощности // Известия МГТУ «МАМИ». 2013. Т. 1. № 1(15). С. 242–248.
5. Sharipov V., Dmitriev M. Definition of Slippage Parameters of Friction Clutches for Different Installation Versions in Tractor Gearboxes// SAE Technical Paper 2013-01-2894, 2013. DOI: 10.4271/2013-01-2894.
  6. Pfeiffer F. Mechanical System Dynamics. Corrected Second Printing. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
  7. Fischer, R., Къзькау, F., Jьrgens, G., Najork, R., Pollak, B. The Automotive Transmission Book. Springer International Publishing, 2015.
  8. Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. Automotive Transmissions. Fundamentals, Selection, Design and Application. Second Edition. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1994, 2011.
  9. Басалаев В.Н., Коваленко А.В. Исследование процесса переключения передач под нагрузкой и оптимизация управления фрикционными муфтами механической трансмиссии // Механика машин, механизмов и материалов. 2011. № 2 (15). С. 24–32.
  10. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С., Савкин Я.В. Работа сцепления в коробке передач при переключении без разрыва потока мощности от двигателя // Справочник. Инженерный журнал с приложением. 2010. № 11. С. 8–15.
  11. Bai Sh., Maguire J., Peng H. Dynamic analysis and control system design of automatic transmission. SAE International, Warrendale, Pennsylvania, USA, 2013.
  12. Саламандра К.Б., Тывес Л.И. Динамическое гашение колебаний выходного вала коробки передач автомобиля с двигателем внутреннего сгорания // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 5. С. 12–20.
  13. Саламандра Б.Л., Саламандра К.Б. Коробка передач. Патент России № 2531995. Опубликовано 27.10.2014. Бюл. № 30.
  14. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2-х томах. Т. II. Динамика. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1983. 640 с.
  15. Шарипов В.М., Коломиец С.Н. Работа буксования фрикционной муфты сцепления // Вестник машиностроения. 1987. № 7. С. 31–33.
  16. Львовский К.Я., Черпак Ф.А., Серебряков И.Н., Щельцын Н.А. Трансмиссии тракторов. М.: Машиностроение, 1976. 280 с.
  17. Шарипов В.М. Конструирование и расчет тракторов. М.: Машиностроение, 2009. 752 с.
  18. Шарипов В.М., Городецкий К.И., Дмитриев М.И. и др. Математическая модель процесса переключения передач в коробке передач трактора с помощью фрикционных муфт // Известия МГТУ «МАМИ». 2012. № 1(13). С. 112–122.
  19. Шарипов В.М., Дмитриев М.И., Зенин А.С. Математическая модель процесса переключения передач в коробке передач трактора // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 5. С. 50–69. DOI: 10.7463/0514.0711329.

## References

1. Bukhgoľ'ts N.N. *Osnovnoy kurs teoreticheskoy mekhaniki. Chast' 2: Dinamika sistemy material'nykh toчек* [The main course of theoretical mechanics. Part 2: Dynamics of system of material points]. Moscow-Leningrad: ONTI NKTP SSSR Publ., 1937. 224 p.
2. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Shevelev A.S. Gear changes with varying degrees of overlap in gearboxes of automobiles and tractors. *Evraziyskoe Nauchnoe Ob'edinenie* [Eurasian Scientific Association]. 2015. Vol. 1. No 6(6), pp. 67-70 (In Russ.).
3. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Zenin A.S. i dr. Spinning of friction clutches when switching gears without torque interaction in gearboxes of automobiles and tractors. *Traktory i sel'khoz mashiny*. 2015. No 6, pp. 5-9 (In Russ.).
4. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Zenin A.S. i dr. Determination of parameters of spinning friction clutches for different variants of their installation in the tractor gearboxes during gear changes without torque interruption. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2013. Vol. 1. No 1(15), pp. 242-248 (In Russ.).
5. Sharipov V., Dmitriev M. Definition of Slippage Parameters of Friction Clutches for Different Installation Versions in Tractor Gearboxes// SAE Technical Paper 2013-01-2894, 2013. DOI: 10.4271/2013-01-2894.
6. Pfeiffer F. Mechanical System Dynamics. Corrected Second Printing. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
7. Fischer, R., Къзькау, F., Jьrgens, G., Najork, R., Pollak, B. The Automotive Transmission Book. - Springer International Publishing, 2015.
8. Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. Automotive Transmissions. Fundamentals, Selection, Design and Application. Second Edition. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1994, 2011.
9. Basalaev V.N., Kovalenko A.V. Study of the process of switching gears under load and optimization of control of friction clutches of mechanical



- transmission. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov*. 2011. No 2(15), pp. 24-32 (In Russ.).
10. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Zenin A.S., Savkin Ya.V. Clutch operation in gearbox when shifting without torque interruption from engine. *Spravochnik. Inzhenernyy zhurnal s prilozheniem*. 2010. No 11, pp. 8-15 (In Russ.).
  11. Bai Sh., Maguire J., Peng H. Dynamic analysis and control system design of automatic transmission. – SAE International, Warrendale, Pennsylvania, USA, 2013.
  12. Salamandra K.B., Tyves L.I. Dynamic oscillation damping of output shaft of the vehicle gearbox with internal combustion engine. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin* [Mechanical engineering and reliability issues]. 2014. No 5, pp. 12-20 (In Russ.).
  13. Salamandra B.L., Salamandra K.B. *Korobka peredach* [Gearbox]. Patent RF, No 2531995. 2014.
  14. Loytsyanskiy L.G., Lur'c A.I. *Kurs teoreticheskoy mekhaniki: V 2-kh tomakh. T. II. Dinamika* [Course of theoretical mechanics: In 2 vols. V. II. Dynamics.]. Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury Publ. 1983. 640 p.
  15. Sharipov V.M., Kolomiets S.N. Spinning work of friction clutch. *Vestnik mashinostroeniya*. 1987. No 7, pp. 31-33 (In Russ.).
  16. L'vovskiy K.Ya., Cherpak F.A., Serebryakov I.N., Shchel'tsyn N.A. *Transmissii traktorov* [Tractors transmissions]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1976. 280 p.
  17. Sharipov V.M. *Konstruirovaniye i raschet traktorov* [Design and calculation of tractors]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2009. 752 p.
  18. Sharipov V.M., Gorodetskiy K.I., Dmitriev M.I. i dr. The mathematical model of the process of shifting gears in gearbox of tractor with the use of friction clutches. *Izvestiya MGTU «MAMI»*. 2012. No 1(13), pp. 112-122 (In Russ.).
  19. Sharipov V.M., Dmitriev M.I., Zenin A.S. The mathematical model of the process of shifting gears in gearbox of tractor. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Bauman*. 2014. No 5, pp. 50-69. DOI: 10.7463/0514.0711329 (In Russ.).

## APPLYING THE LAW OF CONSERVATION OF ANGULAR MOMENTUM IN THE ANALYSIS OF SWITCHING IN AUTOMATIC TRANSMISSIONS

Ph.D. **K.B. Salamandra**, Ph.D. **L.I. Tyves**

Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences  
ksalamandra@yandex.ru

*The solution of problems of the dynamics of mechanisms is based either on a differential principles of theoretical mechanics, or integrated principles. The first involves the drawing up of the Lagrange equations of the dynamics that characterize the state of the mechanism at any given time, and the analysis of their solutions. The second are related to the conservation laws (the law of conservation of energy, momentum conservation law) and allow making an integrated assessment of the results of movements for any interval.*

*The differential principle is used for the analysis of dynamic processes in the switching at gearboxes of vehicles, and is acquitted in the analysis of switching at manual control gearboxes. In this case, the switching process takes seconds and all phases of the process are described mathematically correct. The use of this approach in the analysis of the dynamics of switching at automatic transmissions, lasting 0.2 ... 0.5 s, is connected with the involvement of a large number of assumptions. They relate to the description of alleged interactions of switched on and switched off mechanisms of gearbox control and are carried out on a fairly simple model of a two-stage gearbox. In the analysis of more complex models, such as the gearbox with dual switching (2 clutches off, 2 on) the application of differential principle becomes significantly difficult.*

*Reducing (or increasing) of velocity of the inertial elements of transmission at a gear change in a short time is possible only under the action on switching on clutch of large forces. Therefore, considering the model of automatic transmission on a small time interval as a closed system, it is possible to apply the theorem of conservation of angular momentum. Using this integral principle in the article the velocity calculation is given in the input and output of the gearbox after the switch; the evaluation of the limit torque acting on the units of gears at switching was made; criteria for clutch selection corresponding to the required switch settings is proposed; and also the problem of controlling the process of double-shifting is solved. The approach complements the known methods of research and can greatly simplify calculations of dynamic loads.*

**Keywords:** automatic transmission, transmission, angular momentum, gear shifting, dynamic analysis, double gearshift.