

# АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЦИКЛА ПОРШНЕВОГО ДВИГАТЕЛЯ

д.т.н. Гаврилов А.А.<sup>1</sup>, д.т.н. Гоц А.Н.<sup>1</sup>, д.т.н. Фомин В.М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Владимирский государственный университет имени А.Г. и Н.Г. Столетовых,

<sup>2</sup> Университет машиностроения,

(915) 211-44-15, mixalichdm@mail.ru

Проведен анализ структуры математической модели цикла поршневого двигателя и предложен модифицированный ее вариант, который позволяет определить оптимальное давление  $p$  в цилиндре. При анализе были использованы опубликованные результаты исследований рабочих процессов для поршневых двигателей, работающих на жидким топливом, других авторов и даны рекомендации по использованию моделей при расчете и доводке двигателей.

В рассматриваемой математической модели цикла используются уравнения: термодинамических процессов, баланса энергии, сохранения массы, состояния и известные эмпирические зависимости. Показано, что на изменение величины давления  $p$  оказывают основное влияние четыре фактора: текущий объем цилиндра  $V$ ; масса рабочего тела при газообмене  $M$ ; подвод теплоты, выделившейся при сгорании топлива  $Q_x$  и теплообмен со стенками внутрицилиндрового пространства  $Q_w$ . Проанализировано влияние каждого из этих факторов на изменение давления в цилиндре поршневого двигателя. Если определить вклад каждого из этих факторов на изменение давления рабочего тела в цилиндре, то это позволит целенаправленно совершенствовать процессы в поршневом двигателе, обеспечивая не только экологические, но и экономические показатели. Хотя математическая модель представлена в квазистационарной постановке, она позволяет обеспечить получение требуемых результатов в расчетных исследованиях, особенно при доводке двигателя до требуемых показателей. При расчете цикла важное значение имеет точность определения начала видимого горения (начала подвода теплоты к рабочему телу по углу поворота коленчатого вала  $\varphi_i$ ), а также определение времени задержки воспламенения смеси (ЗВС)  $\tau_i$ . Расположение точки по углу поворота коленчатого вала  $\varphi_f$  относительно ВМТ существенно влияет на индикаторную работу и КПД цикла. Угол  $\varphi_f$  является регулировочным параметром, поэтому при расчете цикла принятое значение его включается в исходные данные.

Сложность учета влияния различных факторов на продолжительность задержки воспламенения смеси (ЗВС) обусловила большое разнообразие эмпирических или полуэмпирических формул для расчета времени ЗВС  $\tau_i$ , которое существенно усложняет их выбор для конкретной модели. Проведен анализ структуры, условий и способов получения формул для определения  $\tau_i$  (анализируются 19 полуэмпирических и экспериментальных формул различных авторов).

Теплота, участвующая в теплообмене между рабочим телом и стенками внутрицилиндрового пространства, вычисляется по формуле Ньютона-Рихмана. Приращения давлений и температур в трубопроводах вычисляются в выпускном и выпускном трубопроводах.

Описанная модель цикла поршневого двигателя реализована в пакете программ расчета поршневых двигателей и используется в научно-исследовательской работе и учебном процессе.

**Ключевые слова:** поршневой двигатель, рабочее тело, давление, газообмен, горение, задержка воспламенения, задержка воспламенения смеси

## Введение

Качество протекания процессов в циклах поршневого двигателя (ПД) оценивается по изменению давления рабочего тела в цилиндре от угла поворота коленчатого вала ( $\varphi^o$  ПКВ)  $p = f(\varphi)$ . Сравнение теоретической и экспериментальной индикаторной диаграмм  $p = f(\varphi)$  позволяет судить об адекватности математической модели цикла в ПД. На величину давления  $p$  оказывают основное влияние четыре фактора [1, 2, 3, 4, 5]: изменение текущего объема цилиндра  $V$ , изменение массы ра-

бочего тела при газообмене  $M$ , подвод теплоты, выделившейся при сгорании топлива  $Q_x$ , и наличие теплообмена со стенками внутрицилиндрового пространства  $Q_w$ . Если оценить вклад каждого из этих факторов на изменение давления рабочего тела в цилиндре, то это позволит целенаправленно совершенствовать процессы в ПД. Несмотря на простоту, предлагаемая в квазистационарной постановке математическая модель процессов в ПД во многих случаях обеспечивает получение требуемых результатов в расчетных исследованиях. Для

ориентировки в характерных участках цикла четырехтактного двигателя на рис. 1 приведена схема индикаторной диаграммы цикла четырехтактного двигателя с выделением точек начала и конца тактов.

В рассматриваемой модели цикла используются уравнения: термодинамических процессов, баланса энергии, сохранения массы, состояния и эмпирические зависимости. При описании массовых и тепловых потоков приняты индексы:  $c$  – цилиндр;  $s$  – впускной,  $p$  – выпускной трубопроводы;  $cs$  – перетекание газа из цилиндра во впускной ресивер. Целью данного исследования является проведение анализа опубликованных результатов исследований по математическим моделям циклов для ПД, работающих на жидким топливом, и дать рекомендации по использованию этих моделей при расчете.

#### Результаты исследования и их обсуждение

Зависимость давления рабочего тела в цилиндре от указанных выше факторов описывается некоторой функцией  $p = f(V, M, Q_x, Q_w)$  [1, 6, 7, 8], производную по времени  $d\tau$  которой можно представить как сумму частных производных:

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{\partial p}{\partial V} \frac{dV}{d\tau} + \frac{\partial p}{\partial M} \frac{dM}{d\tau} + \frac{\partial p}{\partial Q_x} \frac{dQ_x}{d\tau} + \frac{\partial p}{\partial Q_w} \frac{dQ_w}{d\tau}. \quad (1)$$

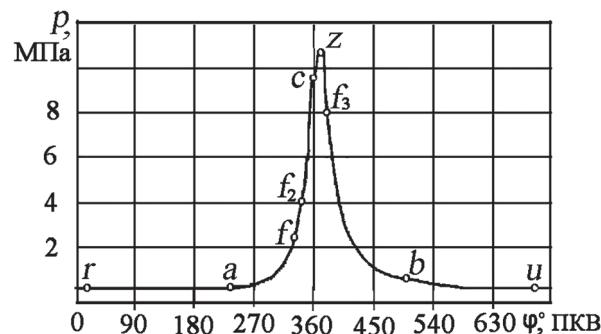


Рис. 1. Схема индикаторной диаграммы  $p = f(\varphi)$ :  
 $u, a$  – начало и конец процесса впуска;

$b, r$  – начало и окончание процесса выпуска;

$f$  – момент подачи искры в двигателе с принудительным зажиганием или начала впрыска топлива в двигателях с воспламенением смеси от сжатия;

$f_2$  – начало резкого повышения давления при сгорании топлива (видимого горения);

$c$  – верхняя мертвая точка (ВМТ);  $z$  – максимальное давление при сгорании топлива;  $f_3$  – условный момент окончания процесса сгорания топлива

Для вывода уравнения, учитывающего изменение давления в цилиндре от объема  $V$  в течение цикла,  $\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_{V_{var}} = \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right) \cdot \left(\frac{dV}{d\tau}\right)$ , воспользуемся уравнением  $pV^k = \text{const}$ , где значение показателя  $k$  зависит от состава и процесса изменения состояния рабочего тела.

Определим изменение давления  $p$  только при изменении объема (при постоянной массе  $M$  и  $Q_x = Q_w = 0$ ):

$$\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_{V_{var}} = -\frac{k \cdot p}{V} \cdot \frac{dV}{d\tau}, \quad (2)$$

где  $\frac{dp}{dV} = -\frac{k \cdot p}{V}$ ,  
 $\frac{dV}{d\tau} = \omega \cdot F_p \cdot R \left( \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin 2\varphi \right)$ ,  $\omega$  – угловая скорость;  $F_p$  – площадь поршня;  $\lambda = R/L$ ;  $R$  – радиус кривошипа;  $L$  – длина шатуна.

Уравнение (2) является основным при моделировании процессов сжатия и расширения. Текущая температура вычисляется по уравнению состояния.

Второе слагаемое в (1) учитывает зависимость давления в цилиндре от изменения массы рабочего тела в процессе газообмена (участки  $b-u$  и  $r-a$  на рис. 1) при условии  $V=\text{const}$  и  $Q_x = Q_w = 0$ , то есть изменение давления обусловлено только перемещением масс газов между цилиндром и трубопроводами:

$$\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_{M_{var}} = \left(\frac{\partial p}{\partial M}\right) \cdot \left(\frac{dM}{d\tau}\right). \quad (3)$$

Сомножитель  $\frac{dM}{d\tau} = G$  представляет расход продуктов сгорания или свежего заряда  $G_1$  при массообмене между системами. Для определения частной производной  $\frac{\partial p}{\partial M}$  использовались уравнения: баланса приращений внутренних энергий  $\frac{dU}{d\tau} = \frac{dU_p}{d\tau} + \frac{dU_s}{d\tau}$ ;  $U = C_v \cdot T \cdot M$  и  $p \cdot V = R \cdot T \cdot M$ , где  $\frac{dU}{d\tau}$  – приращение внутренней энергии рабочего тела в цилиндре;  $\frac{dU_p}{d\tau}$  и  $\frac{dU_s}{d\tau}$  – приращения от внутренних энергий газов, участвующих в массообмене между выпускным (индекс  $p$ ) и впусканым ( $s$ ) трубопроводами.

Температуры  $T$  и теплоемкости  $C_v$  зависят от направления перетекания рабочего тела между цилиндром и трубопроводами. После

преобразований получено значение сомножителя в (3)  $\frac{\partial p}{\partial M} = \frac{R \cdot T}{C_v \cdot V}$ , а  $\frac{\partial U}{\partial M} = C_v \cdot T$ .

Таким образом, уравнения для расчета процесса газообмена, учитывающие все возможные перетекания рабочего тела между цилиндром и трубопроводами, имеют вид:

- приращение массы рабочего тела в цилиндре:

$$\frac{dM}{d\tau} = -G_{cp} + G_{pc} - G_{cs} + G_{sc} + G_{lsc} - G_{lcs}; \quad (4)$$

- приращение давления в цилиндре:

$$\begin{aligned} \left( \frac{dp}{d\tau} \right)_{M \text{ var}} &= \frac{R}{C_v \cdot V} \cdot (-C_v \cdot T \cdot G_{cp} + (C_v)_p \times \\ &\times T_p \cdot G_{pc} + (C_v)_s \cdot T_s \cdot (G_{sc} + G_{lsc}) - C_v \times \\ &\times T \cdot (G_{sc} + G_{lsc})), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $G_{cp}, G_{pc}$  – расходы газов при их истечении в выпускной трубопровод и их возможном при  $p_p > p_c$  возврате в цилиндр;  $G_{cs}, G_{sc}$  – расходы газов при  $p_c > p_s$  забросе во впускной трубопровод при перекрытии клапанов и возврате в цилиндр;  $G_{lsc}, G_{lcs}$  – расходы свежего заряда при впуске и обратном выбросе при  $p_c > p_s$  рабочего тела из цилиндра во впускной трубопровод в такте сжатия;  $C_v$ ,  $(C_v)_p$  и  $(C_v)_s$  – изохорные теплоемкости рабочего тела в цилиндре, выпускном и впускном трубопроводах, соответствующие температурам  $T$ ,  $T_p$  и  $T_s$ .

Сгорание топливовоздушной смеси в цилиндре двигателя – сложный процесс. Попытки описать его с помощью математического аппарата с высокой степенью достоверности приводят к существенному усложнению моделей и программ расчета циклов. Во многих случаях можно использовать более простые модели процесса сгорания топлива, обеспечивающие при принимаемых допущениях результаты, удовлетворяющие целям исследования.

При расчете цикла важное значение имеет точность определения **начала видимого горения** (начала подвода теплоты к рабочему телу – точка  $f_2$  на рис. 1). Расположение точки  $f_2$  относительно ВМТ существенно влияет на индикаторную работу и КПД цикла [9, 10].

Положение точки  $f_2$  зависит от момента подачи искры в двигателе с принудительным зажиганием или начала впрыска топлива в двигателе с воспламенением от сжатия (точка  $f$  и соответствующий этой точке на индикаторной диаграмме угол ПКВ  $\varphi_f$ ) и углового

$\varphi_i = \varphi_{f_2} - \varphi_f$  или временного  $\tau_i$  промежутка ПКВ между точками  $f$  и  $f_2$ . Этот промежуток называют задержкой воспламенения смеси (ЗВС)  $\tau_i$ . В практике положение точек  $f, f_2$  и  $z$  обычно определяется относительно ВМТ.

Угол  $\varphi_f$  является регулировочным параметром, поэтому при расчете цикла принятое значение его включается в исходные данные.

Сложность учета влияния различных факторов на продолжительность ЗВС обусловила большое разнообразие эмпирических или полуэмпирических формул для расчета времени  $\tau_i$ , которое существенно усложняет их выбор для конкретной модели. В работе [1] приведен анализ структуры, условий и способов получения формул для определения  $\tau_i$  (анализируется 19 полуэмпирических и экспериментальных зависимостей различных авторов), имеющих в основном следующую структуру:

$$\tau_i = B \cdot p^{-n} \cdot T^{-m},$$

где  $B = \text{const}$  – некоторая постоянная величина;  $p, T$  – давление и температура в момент вспышки топлива или подачи искры.

Анализируя приведенную зависимость, отметим следующее:

- главными факторами, влияющими на продолжительность ЗВС  $\tau_i$ , являются значения давления  $p_f$  и температуры  $T_f$  в точке  $f$ , так как они присутствуют в большинстве зависимостей;
- оценить вклад  $p_f$  и  $T_f$  в численное значение  $\tau_i$  затрудняет значительный разброс в формулах величин сомножителей;
- использование большинства формул, приведенных в [1, 6-10], дает результаты нереальные для двигателей с частотой вращения  $n_e > 2000 \text{ мин}^{-1}$ .

Учитывая изложенное, в работах [11, 12, 13] были выполнены исследования и определены вклады различных факторов в значение времени ЗВС  $\tau_i$  на дизеле и бензиновом двигателе, что позволило сформировать структуру новой формулы для расчета продолжительности ЗВС  $\tau_i$ :

$$\tau_i = B_i \alpha w_p^{-k} p_f^{-n} T_f^{-m}, \quad (6)$$

где  $B_i = 1.0$  – сомножитель, который при корректировке  $\varphi_i$  по экспериментальным данным или учете дополнительных факторов может иметь значение отличное от единицы;  $p_f, T_f$  – давление в Па и температура в °К

в точке  $f$  (рис. 1);  $w_p$  – средняя скорость поршня, м/с;  $k = 0,754$ ;  $n = 0,242$ ;  $m = 0,270$ .

Вклад определяющих факторов в продолжительность ЗВС составляет: давление  $p_f - \delta_p \approx 50\%$ ; температура  $T_f - \delta_T \approx 25\%$ ; средняя скорость поршня  $w_p - \delta_w \approx 20\%$ ; остальные факторы  $\approx 5\%$ .

Показатели степени в формуле (6) принимают значение:

$$n = 0,236 \dots 0,242; m = 0,267 \dots 0,270; k = 0,754.$$

Уточнение показателей в формуле (6) целесообразно выполнять только при наличии экспериментальной индикаторной диаграммы или данных с прототипа двигателя.

Для определения третьего слагаемого в (1)  $\left(\frac{dp_c}{d\tau}\right)_{Q_x \text{ var}} = \left(\frac{\partial p_c}{\partial Q_x}\right) \cdot \left(\frac{dQ_x}{d\tau}\right)$  используется уравнение баланса энергии:

$$Q_x = U_x - U_{f_2} + p \cdot V + Q_w, \quad (7)$$

где  $Q_x = x \cdot Q_z$  – текущее количество теплоты, выделившееся при сгорании топлива;  $x$  – характеристика тепловыделения (выгорания топлива) [1, 5];  $Q_z$  – количество теплоты, выделившееся при сгорании цикловой дозы топлива;  $U_{f_2}$  и  $U_x$  – внутренние энергии рабочего тела в цилиндре в начале и в данный момент процесса сгорания,  $Q_w$  – количество теплоты, выделившейся в результате теплообмена между рабочим телом и стенками внутри цилиндрового пространства.

Приращение этого количества теплоты:

$$\frac{dQ_x}{d\tau} = Q_z \cdot \frac{dx}{d\tau}. \quad (8)$$

Приращение внутренней энергии  $U_x - U_{f_2}$  происходит также в соответствии с характеристикой тепловыделения, а именно:

$$\frac{d(U_x - U_{f_2})}{d\tau} = (U_x - U_{f_2}) \cdot \frac{dx}{d\tau}. \quad (9)$$

В начале процесса сгорания  $Q_x = 0$ , а в конце  $Q_x = Q_z = \xi \cdot (H_u - \Delta H_u) \cdot \frac{m_c}{M}$ .

Здесь  $\xi$  – коэффициент использования теплоты;  $H_u$  – низшая теплота сгорания топлива, Дж/кг;  $m_c$  – цикловая масса топлива, кг;  $M$  – масса свежего заряда, кг;  $\Delta H_u$  – неполнота выгорания топлива (в бензиновом и газовом двигателях при  $\alpha < 1$ , а в дизеле при  $\alpha < 1,3$ ) в Дж/кг.

Таким образом, производная для третьего слагаемого в уравнениях (2) и (3) с учетом уравнений (8) и (9) принимает вид:

$$\left(\frac{dp}{d\tau}\right)_{Q_x \text{ var}} = \frac{1}{V} \cdot (Q_z - U_x + U_{f_2}) \cdot \frac{dx}{d\tau}, \quad (10)$$

где  $dx/d\tau$  – скорость выделения теплоты в процессе сгорания топлива.

Достоверные характеристики тепловыделения получают при обработке экспериментальных индикаторных диаграмм. При математическом моделировании процесса сгорания обычно используют характеристику тепловыделения  $x$ , которая описывается в соответствии с [1 – 5] экспонентой:

$$x = \Delta Q_x / Q_z = 1 - e^{K_x (\phi_x / \phi_{f_2 f_3})^{m+1}}, \quad (11)$$

где  $Q_z$  – количество теплоты, выделившееся при сгорании цикловой дозы топлива;  $\Delta Q_x$  – количество теплоты, выделившееся к расчетному промежутку времени (сумме шагов расчета);  $K_x = \ln(1 - x_{\max})$  – коэффициент, зависящий от относительного количества сгоревшего топлива, при практически полном выгорании  $x_{\max} = 0,999$   $K_x = -6,908$ , а если  $x_{\max} = 0,95$   $K_x \approx -2,99$ ;  $\phi_{f_2 f_3}$  и  $\phi_x$  – продолжительность сгорания в градусах поворота коленчатого вала (град. ПКВ) и текущий угол от начала сгорания;  $m$  – показатель характера сгорания.

Доля топлива, выгоревшая за время, соответствующее шагу расчета  $\Delta\phi$ , вычисляется по уравнению:

$$dx = e^{-6,908 \left( \frac{\phi_x + \Delta\phi}{\phi_{f_2 f_3}} \right)^{m+1}} - e^{-6,908 \left( \frac{\phi_x}{\phi_{f_2 f_3}} \right)^{m+1}}. \quad (12)$$

В двигателях с воспламенением от сжатия различают две фазы сгорания топлива: взрывной и диффузионный, поэтому выгорание топлива имеет существенную неравномерность. Вследствие различного характера выгорания топлива кривая скорости тепловыделения будет иметь два максимума. Для учета этой особенности при расчете цикла дизеля цикловую дозу топлива делят на две соответствующие части  $Q_z = Q_{z1} + Q_{z2}$ , принимают на каждом участке различные показатели характера сгорания топлива  $m_1$  и  $m_2$ , а в предлагаемой методике расчета, кроме того, отношение углов  $\phi_x / \phi_{f_2 f_3}$  заменяется отношениями  $Q_x / Q_z$ , в котором количество топлива на каждом шаге  $\Delta Q_x$  выгорает по своему

закону: на первом участке  $Q_{z1}$  – ниспадающая ветвь синусоиды, на втором (диффузионное сгорание)  $Q_{z2}$  – синусоида. Такое предположение обосновано тем, что в момент начала сгорания воспламеняется не все топливо, поступившее за период задержки воспламенения, а только то, которое перемешалось с воздухом.

С учетом указанных предположений уравнение для вычисления коэффициента тепловыделения принимает вид:

$$x = 1 - e^{K_x \left[ \left( \frac{Q_{x1}}{Q_{z1}} \right)^{m_1+1} + \left( \frac{Q_{x2}}{Q_{z2}} \right)^{m_2+1} \right]}. \quad (13)$$

где  $Q_{x1}, Q_{x2}$  – количество теплоты, выделившееся при взрывном и диффузионном сгорании топлива к текущему моменту времени, а  $m_1, m_2$  – соответствующие показатели характера сгорания.

В конце процесса сгорания  $Q_{x1} = Q_{z1}$  и  $Q_{x2} = Q_{z2}$ , где  $Q_{z1}, Q_{z2}$  – количества теплоты, выделившиеся при взрывном и диффузионном сгорании топлива в цикле.

Скорость тепловыделения можно определить численным дифференцированием кривой изменения  $x = f(Q_x, m)$  на участке  $\phi_{f_2 f_3}$ .

Приращения относительного тепловыделения на каждом шаге расчета вычисляются по уравнению:

$$\Delta x_1 = e^{K_x \left( \frac{Q_{x1} + \Delta Q_{x1}}{Q_{z1}} \right)^{m_1+1}} - e^{K_x \left( \frac{Q_{x1}}{Q_{z1}} \right)^{m_1+1}}; \\ \Delta x_2 = e^{K_x \left( \frac{Q_{x2} + \Delta Q_{x2}}{Q_{z2}} \right)^{m_2+1}} - e^{K_x \left( \frac{Q_{x2}}{Q_{z2}} \right)^{m_2+1}}.$$

Значение  $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$  используется при расчете текущего давления в процессе сгорания топлива.

В уравнении (13) при известных  $Q_z$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  необходимо установить соотношение между количествами теплоты  $Q_{z1}$  и  $Q_{z2}$ , то есть установить их значения в равенстве:

$$Q_{z1} + Q_{z2} = Q_z. \quad (14)$$

Для этого предварительно принимается значение теплоты  $Q_{z1}$  с учетом отношения периода задержки воспламенения смеси  $\Phi_i$  к продолжительности  $\Phi_{vp}$  впрыска топлива  $Q_{z1} = Q_z \cdot \Phi_i / \Phi_{vp}$ , затем показатель степени в квадратных скобках в зависимости (13) по окончании сгорания приравнивается к единице  $\left( \frac{Q_{z1}}{Q_z} \right)^{m_1+1} + \left( \frac{Q_{z2}}{Q_z} \right)^{m_2+1} = 1$  и решается относи-

тельно  $Q_{z2}$ . По полученным результатам корректируется уравнение (14).

Для двигателей с принудительным зажиганием топливо-воздушной смеси уравнение (13) принимает вид:

$$x = 1 - e^{-6,908 \left( \frac{Q_x}{Q_z} \right)^{m+1}}.$$

При моделировании теплообмена между рабочим телом и стенками внутри цилиндрового пространства предполагается, что при этом изменяется только внутренняя энергия рабочего тела. Исходное уравнение  $Q_w = \Delta U = \Delta [C_v T M] = \Delta [C_v p(V/R)]$  после дифференцирования преобразуется к виду:

$$\left( \frac{dp}{d\tau} \right)_{Q_{wvar}} = \frac{\partial p}{\partial Q_w} \cdot \frac{dQ_w}{d\tau} = - \frac{R}{C_v \cdot V} \cdot \frac{dQ_w}{d\tau} = - \frac{k-1}{V} \cdot \frac{dQ_w}{d\tau}. \quad (15)$$

Теплота, участвующая в теплообмене между рабочим телом и стенками внутрицилиндрового пространства, вычисляется по формуле Ньютона-Рихмана:

$$Q_w = \alpha_w \cdot \sum F_x \cdot (T - T_x),$$

где  $\alpha_w$  – коэффициент теплоотдачи;  $F_x$  – площадь поверхностей поршня, крышки цилиндра и поверхности зеркала цилиндра в данный момент времени;  $T$  – текущая температура рабочего тела;  $T_x$  – температуры соответствующей поверхности внутрицилиндрового пространства.

Температура рабочего тела в цилиндре на каждом элементарном промежутке времени определяется по уравнению состояния:

$$T = \frac{p \cdot V}{R \cdot M}. \quad (16)$$

Приращения давлений и температур в трубопроводах вычисляются по уравнениям:

- выпускной трубопровод:

$$\frac{dp_p}{d\tau} = \frac{R}{V_p} \cdot \left( \sum_{j=1}^i \left[ \frac{C_p}{(C_p)_p} \cdot G_{cp} \cdot T_c \right] - \sum_{j=1}^i (G_{pc} \cdot T_p) - G_{po} T_p + \frac{E_p}{(C_p)_p} \right); \quad (17)$$

- впускной трубопровод:

$$\frac{dp_s}{d\tau} = \frac{R}{V_s} \cdot \left[ G_k \cdot T_k - \sum_{j=1}^i (G_{1sc} + G_{sc}) \cdot T_s + \frac{C_p}{(C_p)_s} \cdot \sum_{j=1}^i (G_{1cs} + G_{cs}) \cdot T + \frac{E_s}{(C_p)_s} \right], \quad (18)$$

где  $C_p$ ,  $(C_p)_s$  – изобарные теплоемкости газов и свежего заряда в цилиндре и трубопроводах;  $V_p$ ,  $V_s$  – объемы трубопроводов;  $G_k$ ,  $T_k$  – расход и температура, в соответствии с уравнениями (4) и (5).

Приращение температур рабочего тела в трубопроводах вычисляется по уравнениям:

$$\frac{dT_p}{d\tau} = \frac{T_p R}{p_p(C_p)_p} \frac{dp_p}{d\tau}; \quad \frac{dT_s}{d\tau} = \frac{T_s R}{p_s(C_p)_s} \frac{dp_s}{d\tau} \quad (19)$$

Для перехода к производной по углу поворота коленчатого вала  $dp/d\phi$  (более удобной при моделировании процессов в поршневом двигателе) используется зависимость  $d\phi = \omega d\tau = 6 n_e d\tau$ , где  $\omega = d\phi/d\tau = 6 n_e$  – угловая скорость, °ПКВ/с;  $n_e$  – частота вращения вала, мин<sup>-1</sup>.

Моделирование наддува изложено в работе [11], а вывод уравнений для расчета параметров рабочего тела в трубопроводах – в [12].

### **Заключение**

Описанная модель цикла реализована в пакете программ расчета поршневых двигателей и используется в научно-исследовательской работе и учебном процессе.

### **Литература**

1. Кавтарадзе Р.З. Теория поршневых двигателей. Специальные главы. Учебник для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 720 с.
2. Двигатели внутреннего сгорания. Кн.1. Теория рабочих процессов: Учебник для вузов/ В.Н. Луканин [и др.]; Под ред. В.Н. Луканина и М.Г. Шатрова. М.: Высш. шк., 2005. 479 с.
3. Двигатели внутреннего сгорания: Кн.3. Компьютерный практикум. Моделирование процессов в ДВС: Учебник для вузов/ В.Н. Луканин [и др.]; Под ред. В.Н. Луканина и М.Г. Шатрова. М.: Высш. шк., 2005. 414 с.
4. Гаврилов А.А., Игнатов М.С., Эфрос В.В. Расчет поршневых двигателей внутреннего сгорания: учеб. пособие. Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2003. 102 с.
5. Вибе И.И. Новое о рабочем цикле двигателя внутреннего сгорания. М.: Машиностроение, 1961. 240 с.
6. Семенов Н.Н. Цепные реакции. Л.: ОНТИ, 1934. 110 с.
7. Корреляция между испарением и самовоспламенением капли / Фролов С.М. [и др.] // Химическая физика, 2009. т. 28, № 5, С. 3–18.
8. Славуцкий В.М., Салыкин Е.А., Славуцкий В.В. Анализ факторов, определяющих задержку воспламенения топлива в дизелях // Известия Волг. гос.

техн. ун-та: межвуз. сб. науч. ст. Сер. Процессы преобразования энергии и энергетические установки. 2012. № 12(99) Вып. 4. С. 51–54.

9. Толстов А.И. Индикаторный период запаздывания воспламенения и динамика цикла быстроходного двигателя с воспламенением от сжатия // М.: Машгиз, Тр. НИЛД «Исследование рабочего процесса и подачи топлива в быстроходных дизелях». 1955. № 1. С. 5–55.
10. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Изд-во АН СССР, 1947, 2-е изд. М.: Наука. 1967. 125 с.
11. Гаврилов А.А., Гоц А.Н. Влияние внешних факторов на давление рабочего тела в цикле поршневого двигателя // Матеріали V-ої Всеукраїнської науч.-техн. конференції з міжнарод. участю «Сучасні проблеми двигунобудування: стан, ідеї, рішення». Первомайск, 2013. С. 52–59.
12. Гаврилов А.А., Гоц А.Н. Модель турбонаддува в цикле двигателя с переменным давлением воздуха на впуске // Фундаментальные исследования, 2013. №8 (часть 1), С. 24–28.
13. Гаврилов А.А., Гоц А.Н. Модифицированная математическая модель цикла поршневого двигателя // Современное машиностроение. Наука и образование: материалы 4-й Междунар. научно-практич. конференции / Под ред. М.М. Радкевича и А.Н. Евграфова. СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2014. С. 1239–1249.

### **References**

1. Kavtaradze R.Z. *Teoriya porshnevykh dvigateley. Spetsial'nye glavy. Uchebnik dlya vuzov* [The theory of piston engines. Special chapters. Textbook for higher schools]. Moscow: Izd-vo MGTU im. N.E. Baumana Publ., 2008. 720 p.
2. Lukanin V.N. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya. Kn.1. Teoriya rabochikh protsessov. Uchebnik dlya vuzov* [Internal combustion engines. Book 1. The theory of working processes: Textbook for higher schools]. Pod red. V.N. Lukanina i M.G. Shatrova. Moscow: Vyssh. shk. Publ., 2005. 479 p.
3. Lukanin V.N. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya. Kn.3. Komp'yuternyy praktikum. Modelirovaniye protsessov v DVS Uchebnik dlya vuzov*. [Internal combustion engines: Book 3. PC workshop. Modeling of processes in internal combustion engines: Textbook for higher schools]. Pod red. V.N. Lukanina i M.G. Shatrova. Moscow: Vyssh. shk. Publ., 2005. 414 p.
4. Gavrilov A.A., Ignatov M.S., Efros V.V. *Raschet porshnevykh dvigateley vnutrennego sgoraniya. Ucheb. posobie* [Calculation of internal combustion piston engines: tutorial]. Vladimir: Vladim. gos. un-ta Publ., 2003. 102 p.

5. Vibe I.I. *Novoe o rabochem tsikle dvigatelya vnutrennego sgoraniya* [The new about working cycle of the internal combustion engine]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1961. 240 p.
6. Semenov N.N. *Tsepnye reaktsii* [Chain reactions]. Leningrad: ONTI Publ., 1934. 110 p.
7. Frolov S.M. Correlation between evaporation and spontaneous ignition of a drop. *Khimicheskaya fizika* [Chemical physics], 2009. t. 28, № 5, pp. 3–18 (in Russ.).
8. Slavutskiy V.M., Salykin E.A., Slavutskiy V.V. Analysis of the factors determining fuel ignition delay in diesel engines. *Izvestiya Volg. gos. tekhn. un-ta. Mezhvuz. sb. nauch. st. Ser. Protsessy preobrazovaniya energii i energeticheskie ustavovki*. 2012. № 12(99). Vyp. 4, pp. 51–54 (in Russ.).
9. Tolstov A.I. Indicator ignition delay period and dynamics of the cycle of the high-speed engine with ignition by compression. Moscow: Mashgiz Publ., Tr. NILD «Issledovanie rabochego protsessa i podachi topliva v bystrokhodnykh dizelyakh» [The study of the working and supplying processes of fuel to high-speed diesels]. 1955. № 1, pp. 5–55 (in Russ.).
10. Frank-Kamenetskiy D.A. *Diffuziya i teploperedacha v khimieskoy kinetike* [Diffusion and heat transfer in chemical kinetics]. M.: Izd-vo AN SSSR, 1947, 2-e izd. Moscow: Nauka Publ.. 1967. 125 p.
11. Gavrilov A.A., Gots A.N. Influence of external factors on the pressure of working body in a cycle of a piston engine. *Materiali V-oi Vseukrains'koj nauch. tekhn. konferentsii s mizhdunar. uchastyu «Suchasni problemy dvigunobuduvannya: stan, idei, rishennya»*. Pervomaysk, 2013, pp. 52–59 (in Russ.).
12. Gavrilov A.A., Gots A.N. Model turbocharger in a cycle of engine with variable air pressure at inlet. *Fundamental'nye issledovaniya*, 2013. No 8 (chast' 1), pp. 24–28 (in Russ.).
13. Gavrilov A.A., Gots A.N. Modified mathematical model of the cycle of a piston engine. *Sovremennoe mashinostroenie. Nauka i obrazovanie. Materialy 4-y Mezdu-nar. nauchno-prakt. konferentsii*. Pod red. M.M. Radkevicha i A.N. Evgrafova. SPb.: Izd-vo politekhn. un-ta Publ., 2014, pp. 1239–1249 (in Russ.).

## ANALYSIS OF THE STRUCTURE OF A MATHEMATICAL MODEL OF A PISTON ENGINE CYCLE

Dr.Eng. A. A. Gavrilov<sup>1</sup>, Dr.Eng. A. N. Gots<sup>1</sup>, Dr.Eng. V. M. Fomin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mladimir State University

<sup>2</sup>Moscow State University of Mechanical Engineering (MAMI)  
(915) 211-44-15, mixalichdm@mail.ru

*The paper analyzes the structure of the mathematical model of a piston engine cycle and proposes a modified version of it, allowing determination of the optimum pressure  $p$  in the cylinder. For the analysis the authors used published results of other authors' studies of work processes for piston engines, working on liquid fuels, and gave recommendations on usage of models for calculation and development of engines. In the considered mathematical model there are used cycle equations of: thermodynamic processes, energy balance, mass conservation, state and known empirical relationships. It is shown that four factors have major impact on changes of pressures  $p$ : current volume of the cylinder  $V$ ; mass of the working body at gas exchange  $M$ ; supply of heat released during combustion  $Q_x$  and heat exchange with walls of intracylinder space  $Q_w$ . The authors analyzed the influence of each of these factors on the change of pressure in a piston engine cylinder. Defining contribution of each of these factors on the pressure change of the working body in the cylinder will purposefully improve processes in a piston engine, providing not only environmental but also efficiency performance. Although the mathematical model is presented in quasi-stationary formulation, it provides the desired results in design studies, especially in fine-tuning engine to the required performance. When calculating the cycle the most important is accuracy of determination of the start of visible combustion (the beginning of heat supply to the working body by the crank angle  $\alpha_f$ ), as well as determination of mixture ignition time delay (MID)  $\alpha_i$ . Position of the point by crankshaft angle  $\alpha_f$  relative to the TDC significantly affects indicator performance and cycle efficiency. Angle  $\alpha_f$  is an adjustment parameter, so its accepted value is included in the original data for calculation of the cycle.*

*The complexity of considering of influence of various factors on the duration of mixture ignition delay led to a wide variety of empirical or semi-empirical formulas for calculation of MID  $\alpha_i$ , which significantly complicates their selection for a particular model. The analysis made for the structure, conditions and methods for the preparation of formulas for determination of  $\alpha_i$  (analyzed 19 semi-empirical and experimental formulas of various authors). The heat involved in the heat exchange between the working body and the walls of intracylinder space is calculated by the formula of Newton-Richman. Increments of pressure and temperature in the pipes are calculated in the exhaust and intake pipes.*

*The described model of piston engine cycle was implemented in a package of piston engines and calculation softwares used in scientific research and educational process.*

**Keywords:** piston engine, working body, pressure, gas exchange, combustion, ignition delay, mixture ignition delay