

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ВКЛЮЧЕНИЯ КУЛАЧКОВОЙ МУФТЫ

Сафонов Б.А., к.т.н. Смирнов А.А.
МГТУ им. Н.Э. Баумана,
borissaf@mail.ru; smr_a@mail.ru

В статье представлена математическая модель процесса включения кулачковой муфты, применяемой в блокировках межколесных и межосевых дифференциалов автомобилей повышенной проходимости, создана имитационная модель в среде MATLAB Simulink. В статье произведен анализ включения кулачковой муфты при различных скоростях вращения полумуфт и силе включения.

Ключевые слова: кулачковая муфта, автомобиль повышенной проходимости, сложные дорожные условия, межколесный и межосевой дифференциал, блокировка, полумуфта

Применение кулачковых муфт (рис. 1) для управления трансмиссией автомобиля дает много преимуществ по сравнению с фрикционными муфтами: простая конструкция, более надежное соединение и более высокий ресурс, большая несущая способность и меньшая стоимость. Однако кулачковая муфта не обеспечивает плавное включение, а при больших разностях угловых скоростей вращения соединяемых валов включение невозможно, либо осуществляется с сильными ударами. Это ограничивает применение кулачковой муфты, в частности, в таких областях, как подключение ведущих мостов во время движения автомобиля, включение блокировок межосевых и межколесных дифференциалов, включение

передач в автоматических коробках передач. Как правило, включение блокировок элементов трансмиссии посредством таких муфт возможно только во время остановки или при минимальной скорости движения, что в свою очередь ограничивает подвижность автомобиля на бездорожье и повышает требования к квалификации водителя.

Прочностной расчет включения кулачковой муфты рассмотрен в [1, 2], однако он не отражает граничные условия включения муфты. Процесс включения кулачковой муфты достаточно подробно исследован в зарубежных источниках [3], где представлено взаимодействие только отдельных участков кулачков полумуфт.

Исследование процесса включения кулачковой муфты позволит определить условия надежного включения без поломки и существенного снижения ресурса. Кроме того, использование математической модели кулачковой муфты в составе имитационной модели трансмиссии колесной машины позволит выработать требования к системе автоматического управления трансмиссией, где ключевым условием для включения блокировки является разность скоростей вращения соединяемых элементов. Пример условий включения блокировок межколесных и межосевых дифференциалов в трансмиссии трактора рассмотрены в работе [4].

При разработке модели включения кулачковой муфты вводится неподвижная цилиндриче-

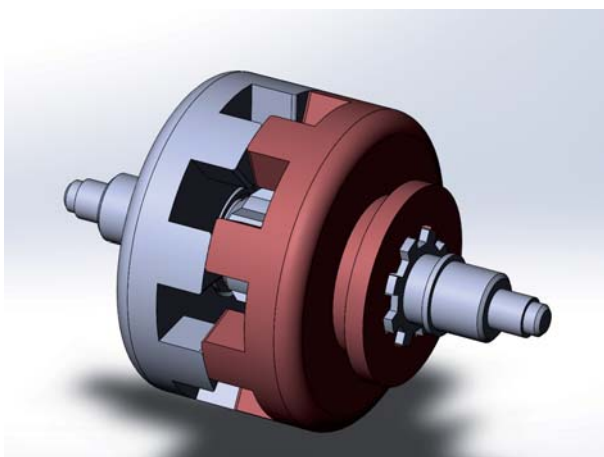


Рис. 1. Кулачковая муфта

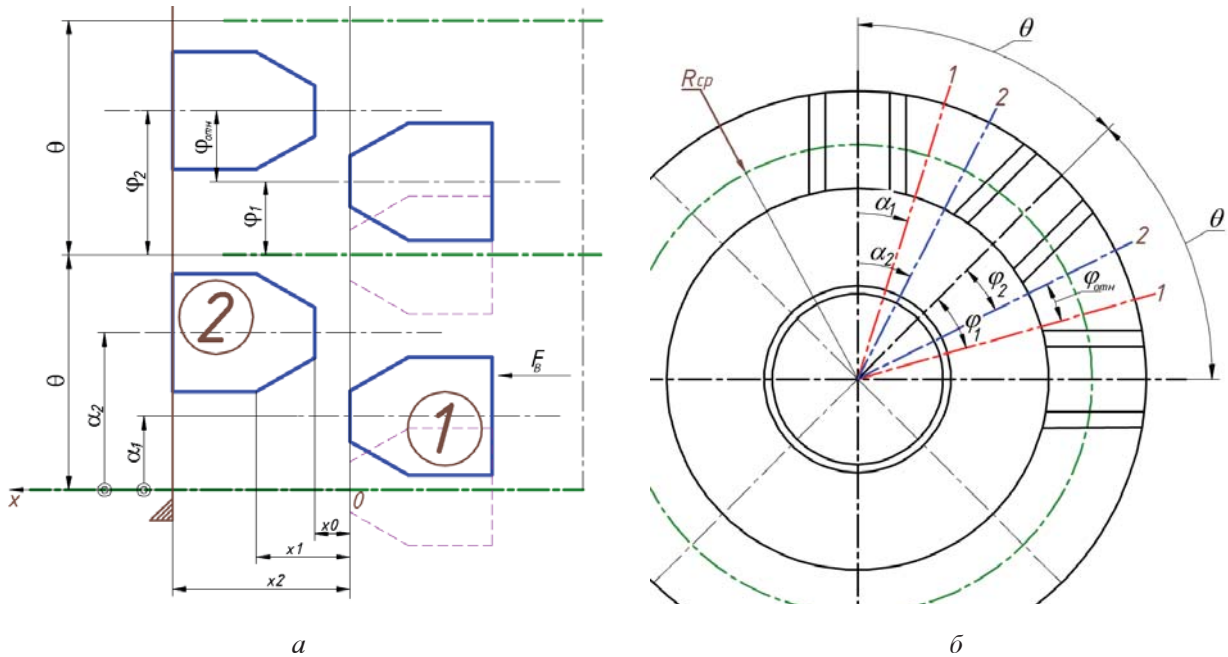


Рис. 2. Система координат математической модели зубчатой муфты:
 а – развертка основных углов на плоскость; б – основные углы

ская система координат (рис. 2). На этом и следующих ниже рисунках номером 1 обозначена полумуфта подвижная в осевом направлении, номером 2 – неподвижная.

Начало неподвижной системы координат находится на оси полумуфт, полярный угол отсчитывается от некоторой неподвижной плоскости, проходящей через ось полумуфт, продольная координата x отсчитывается от плоскости торцов кулачков подвижной полумуфты в выключенном состоянии. В математической модели рассматривается два типа углов: α_1, α_2 – абсолютные углы поворота полумуфт и φ_1, φ_2 – углы положения одноименных элементов кулачков (например, плоскость симметрии кулачка) в пределах шага муфты θ , т.е. углы φ_1 и φ_2 изменяются от 0 до θ .

Геометрические параметры кулачков представлены на рис. 3: A_1, A_2 – длина дуги на среднем диаметре торцевого участка кулачка соответствующей полумуфты; D_1, D_2 – наибольшая длина дуги кулачка на среднем диаметре; γ – угол передней фаски кулачка; ψ – обратный угол боковой поверхности кулачка.

В общем случае процесс взаимодействия полумуфт при включении можно разбить на несколько этапов, описываемых различными уравнениями в математической модели муфты:

- начальный этап перемещения подвижной полумуфты до начала взаимодействия со второй полумуфтой;

- процесс взаимодействия полумуфт по торцевым поверхностям кулачков;
 - процесс взаимодействия полумуфт по передним фаскам кулачков;
 - процесс взаимодействия полумуфт по боковым поверхностям.
- Рассмотрим уравнения движения полумуфт на каждом из этапов.

1. Перемещение подвижной полумуфты до начала взаимодействия

Уравнения движения полумуфт до начала взаимодействия можно представить в виде:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 = M_{кр1}, \\ m_1 \cdot \ddot{x} = F_e - F_{тр_шл}, \\ J_2 \cdot \ddot{\alpha}_2 = M_{кр2}, \end{cases} \quad (1)$$

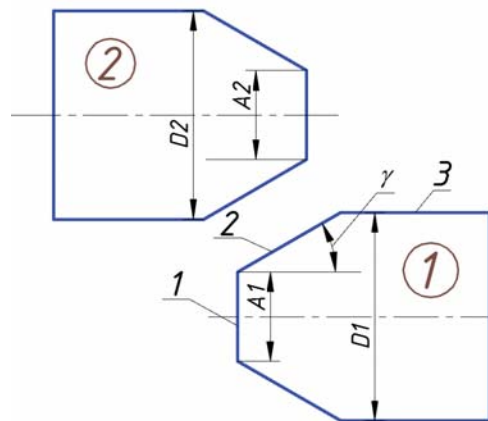


Рис. 3. Геометрические параметры полумуфт

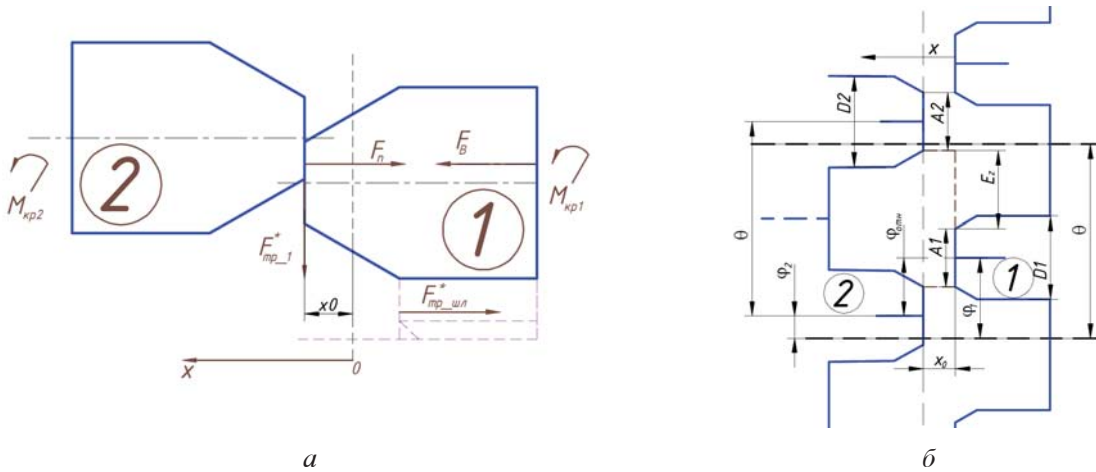


Рис. 4. Схема контакта на втором этапе:

a – силы в пятне контакта зубчатой муфты; *b* – условия попадания на первый участок

где J_1, J_2 – моменты инерции соединяемых участков трансмиссии, приведенные к полумуфтам; $M_{кр1}, M_{кр2}$ – внешние крутящие моменты, подведенные к каждой из полумуфт (с учетом моментов сопротивления); m_1 – масса подвижной полумуфты; x – координата перемещения подвижной муфты в осевом направлении; $F_в$ – внешняя сила привода подвижной полумуфты; $F_{тр_шл}$ – сила трения, действующая на подвижную полумуфту при продольном перемещении.

Система уравнений (1) справедлива при $x < x_0$, где x_0 – начальный осевой зазор между торцами полумуфт.

2. Взаимодействие полумуфт по торцевым поверхностям кулачков

На данном этапе система уравнений движения полумуфт записывается в виде:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 = M_{кр1} - F_{тр_м} \cdot R_{ср}, \\ m_1 \cdot \ddot{x} = F_в - F_n - F_{тр_шл}, \\ J_2 \cdot \ddot{\alpha}_2 = M_{кр2} + F_{тр_м} \cdot R_{ср}, \end{cases} \quad (2)$$

где F_n – нормальная сила, действующая на подвижную полумуфту со стороны неподвижной полумуфты при взаимодействии по торцам (рис. 4а); $F_{тр_м}$ – сила трения между торцевыми поверхностями кулачков полумуфт; $R_{ср}$ – средний радиус кулачков.

Нормальную силу в зоне контакта полумуфт можно записать в виде:

$$F_n = c \cdot (x - x_0) + b \cdot \dot{x},$$

где c – коэффициент упругости контакта;

b – коэффициент демпфирования контакта.

Силу трения, возникающую при взаимодействии торцов полумуфт, можно представить в виде (закон Кулона):

$$F_{тр_м} = f_{тр} \cdot F_n \cdot \text{sign}(\omega_{отн}),$$

где $f_{тр}$ – коэффициент трения скольжения; $\omega_{отн} = (\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2)$ – относительная угловая скорость полумуфт.

Система уравнений (2) описывает движение полумуфт при выполнении следующих условий (рис. 4б):

$$\begin{cases} x \geq x_0, \\ |\varphi_{отн}| \geq \theta - \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{2}\right), \\ |\varphi_{отн}| < \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{2}\right), \end{cases}$$

где $\varphi_{отн} = (\varphi_1 - \varphi_2)$ – относительное угловое положение полумуфт в пределах шага кулачков.

3. Взаимодействия полумуфт по передним фаскам кулачков

На данном этапе система уравнений движения полумуфт записывается в виде (рис. 5):

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 = M_{кр1} - F_m \cdot R_{ср}, \\ m_1 \cdot \ddot{x} = F_в - F_{ос} - F_{тр_шл}, \\ J_2 \cdot \ddot{\alpha}_2 = M_{кр2} + F_m \cdot R_{ср}, \end{cases} \quad (3)$$

где $F_{ос}$ и F_m – осевая и тангенциальная составляющие нормальной силы, действующей в контакте полумуфт.

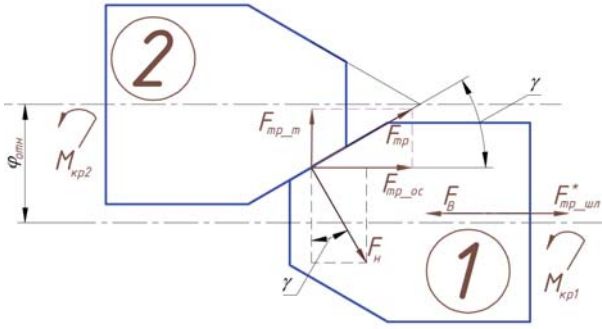


Рис. 5. Силы при взаимодействии по передним фаскам полумуфты

Введем подвижную цилиндрическую систему координат для учета зазоров между кулачками и направления действия окружных сил при взаимодействии полумуфт. За нулевое положение в окружном направлении примем плоскость, расположенную равноудаленно от соседних кулачков неподвижной в осевом направлении полумуфты (рис. 6).

Тогда угловая координата расположения подвижной полумуфты E будет определяться выражением:

$$E = \frac{\theta}{2} - |\varphi_{omni}|.$$

В случае $|\varphi_{omni}| > \frac{\theta}{2}$ координата E будет принимать отрицательные значения, а при условии $|\varphi_{omni}| < \frac{\theta}{2}$ – положительные. До начала взаимодействия по фаскам кулачков подвижной полумуфты должен пройти начальный угловой зазор ε из начала координат. Ввиду наличия фаски зазор ε зависит от положения полумуфты в осевом направлении. Тогда координату начала взаимодействия муфт определим выражением:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \frac{(x - x_0) \cdot \tan(\gamma)}{R_{cp}},$$

где $\varepsilon_0 = \frac{\theta}{2} - \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{2}\right)$ – угловой зазор при положении кулачка подвижной полумуфты в нулевом положении в окружном направлении и в положении x_0 в осевом направлении.

Тогда нормальная сила в зоне контакта описывается системой уравнений:

$$F_n = \begin{cases} c(E + \varepsilon)R_{cp} \cos(\gamma) + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \cos(\gamma), & \text{при } E \leq -\varepsilon, \\ 0, & \text{при } -\varepsilon < E < \varepsilon, \\ c(E - \varepsilon)R_{cp} \cos(\gamma) + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \cos(\gamma), & \text{при } E \geq \varepsilon. \end{cases}$$

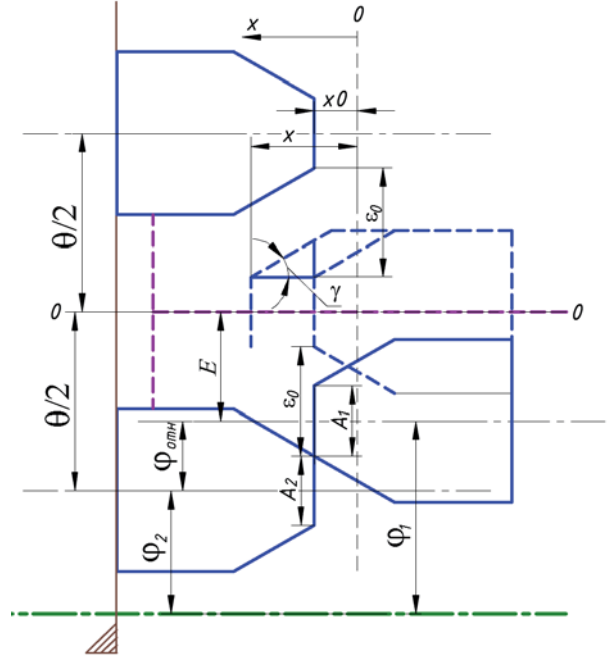


Рис. 6. Геометрические параметры взаимного расположения полумуфт

Суммарные осевую и тангенциальную силы, действующие на подвижную полумуфту, можно представить в виде выражений:

$$F_{oc} = F_n \cdot [\sin(\gamma) + f_{mp} \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \cos(\gamma)],$$

$$F_m = F_n \cdot [\cos(\gamma) - f_{mp} \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \sin(\gamma)].$$

Система уравнений (3) описывает движение полумуфт при выполнении следующих условий:

$$\begin{cases} x \geq x_0, \\ |\varphi_{omni}| \leq \theta - \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{2}\right), \\ |\varphi_{omni}| > \left(\frac{A_1}{2} + \frac{A_2}{2}\right). \end{cases}$$

4. Взаимодействие полумуфт по боковым поверхностям

Взаимодействие полумуфт на данном участке может быть описано системой уравнений (рис. 7а):

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 = M_{кр1} - F_m \cdot R_{cp}, \\ m_1 \cdot \ddot{x} = F_B + F_{oc} - F_{mp_шл}, \\ J_2 \cdot \ddot{\alpha}_2 = M_{кр2} + F_m \cdot R_{cp}. \end{cases} \quad (4)$$

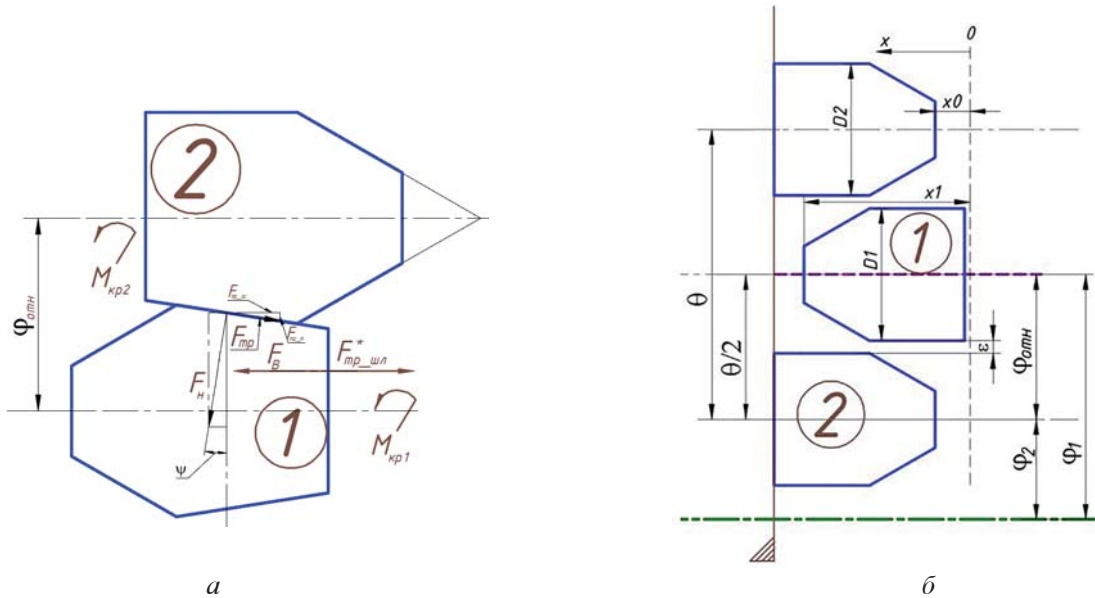


Рисунок 7. Четвертый этап взаимодействия полумуфт:

a – силы в общем случае при обратном угле наклона боковой поверхности кулачка; *б* – геометрические параметры взаимодействия при прямоугольных кулачках

На этом участке нормальная сила в зоне контакта описывается системой уравнений:

$$F_n = \begin{cases} c(E + \varepsilon)R_{cp} \cos(\psi) + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \cos(\psi), & \text{при } E \leq -\varepsilon, \\ 0, & \text{при } -\varepsilon < E < \varepsilon, \\ c(E - \varepsilon)R_{cp} \cos(\psi) + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2) \cos(\psi), & \text{при } E \geq \varepsilon. \end{cases}$$

где в данном случае $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{(x - x_0) \cdot \tan(\psi)}{R_{cp}}$.

Суммарные осевую и тангенциальную силы, действующие на подвижную полумуфту, можно представить в виде выражений:

$$F_{oc} = F_n \cdot [-\sin(\psi) + f_{mp} \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \cos(\psi)],$$

$$F_m = F_n \cdot [\cos(\psi) - f_{mp} \cdot \text{sign}(\dot{x}) \cdot \sin(\psi)].$$

В случае отсутствия обратного наклона боковой поверхности кулачка ($\psi = 0$) для упрощения вычислений взаимодействие на третьем участке можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} J_1 \cdot \ddot{\alpha}_1 = M_{кр1} - F_n \cdot R_{cp} \\ m_1 \cdot \ddot{x} = F_ε - F_{mp} - F_{mp_шл}, \\ J_2 \cdot \ddot{\alpha}_2 = M_{кр2} - F_n \cdot R_{cp} \end{cases} \quad (5)$$

где нормальная сила в зоне контакта описывается системой уравнений:

$$F_n = \begin{cases} c(E + \varepsilon)R_{cp} + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2), & \text{при } E \leq -\varepsilon, \\ 0, & \text{при } -\varepsilon < E < \varepsilon, \\ c(E - \varepsilon)R_{cp} + b(\dot{\alpha}_1 - \dot{\alpha}_2), & \text{при } E \geq \varepsilon. \end{cases}$$

где $\varepsilon = \frac{\theta}{2} - \left(\frac{D_1}{2} + \frac{D_2}{2} \right)$ – угловой зазор при симметричном расположении кулачка в пределах шага (рис. 7б).

Система уравнений (4) и (5) описывает движение полумуфт при $x > x_1$, где

$$x_1 = x_0 + \frac{D_1 + A_1}{2 \cdot \tan(\gamma)} + \frac{D_2 + A_2}{2 \cdot \tan(\gamma)}.$$

На основе приведенных уравнений была разработана имитационная модель в среде Matlab Simulink [5]. Все геометрические и силовые взаимосвязи оформлены в виде блока «DOG-CLUTCH», входными параметрами которого являются углы, угловые скорости вращения соединяемых валов и сила включения муфты, выходными – крутящие моменты, действующие на валы и перемещение подвижной полумуфты в осевом направлении.

С использованием полученной имитационной модели был проведен ряд программных испытаний включения зубчатой муфты. В модели рассматривалась кулачковая муфта с 8-ю прямоугольными торцевыми зубьями с фасками для облегчения включения. Схема испытания

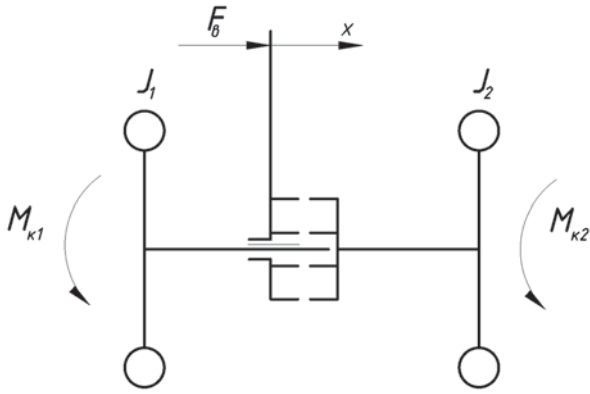


Рис. 8. Схема испытания модели кулачковой муфты

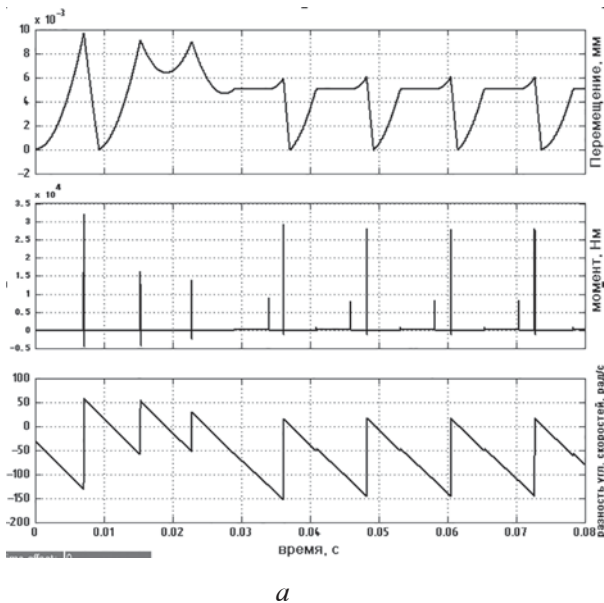


Рис. 10. Процесс включения кулачковой муфты:

a – отскок кулачковой муфты; *б* – области надежного и ненадежного включения муфты

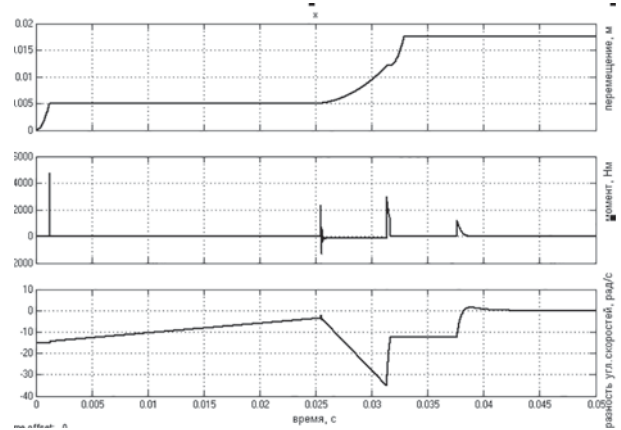
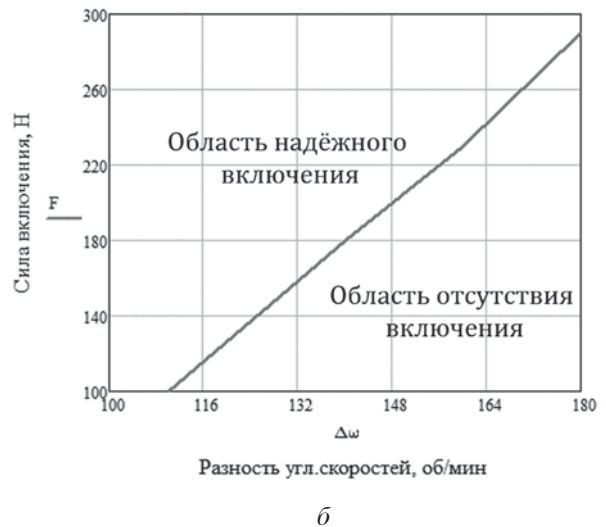


Рисунок 9. Процесс включения зубчатой муфты при попадании «зуб в зуб»



модели показана на рис. 8. В ходе испытаний были приняты следующие допущения:

- к соединяемым валам подводятся постоянные крутящие моменты;
- сила включения задается постоянной.

График изменения передаваемого момента на полумуфты, перемещение подвижной полумуфты и разность угловых скоростей полумуфт при включении с постоянной силой представлен на рис. 9, где виден эффект попадания «зуб-в-зуб», который приводит к задержке включения.

При слишком большой разности угловых скоростей вращения полумуфт и при малой величине силы привода муфты включение не происходит, так как в этом случае процесс сопровождается ударами по фаскам и отскоком

подвижной полумуфты. График изменения основных параметров при отсутствии включения представлен на рис. 10а.

Большое влияние на время включения оказывают величины подводимых крутящих моментов на зубчатые муфты, а также взаимное расположение зубьев. Ненагруженные зубчатые муфты включаются гораздо быстрее и надежнее. Для данной муфты были найдены граничные условия, при которых не происходит ее включение (рис. 10б).

Также на надежность включения и время включения оказывает влияние взаимное расположение зубьев во время перемещения подвижной полумуфты. При попадании зубьев одной из полумуфт во впадины другой процесс включения происходит быстро и без отскока

полумуфты. Но вероятность такого включения невелика и уменьшается с увеличением разности угловых скоростей вращения.

Рассмотренная математическая модель кулачковой муфты позволяет определить условия включения муфты, что может быть использовано при разработке автоматических систем управления трансмиссией, в частности, для синтеза закона управления муфтами блокировки дифференциалов колесных машин.

Литература

1. Поляков В.С., Барабаш И.Д., Ряховский О.А. Справочник по муфтам. – Л.: Машиностроение. – 1974. – 352 с.
2. Колодий Ю.К., Коломиец С.Н., Шарипов В.М. Механические муфты приводов. – М.: МГТУ «МАМИ». – 1996. – 56 с.
3. Chengwu Duan. Analytical Study of a Dog Clutch in Automatic Transmission Application, published

04/01/2014, copyright © 2014 SAE International, saerpmtech.saejournals.org

4. Жилейкин М.М., Ягубова Е.В., Стрелков А.Г. Алгоритм работы системы динамической стабилизации за счет управления дифференциалами механической трансмиссии и корректирующего подруливания для трактора // Известия вузов. Машиностроение. – 2014. – № 12. DOI: 10.18698/0536-1044-2014-12-45-52.
5. www.mathworks.com (дата обращения 01.10.2015).

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках договора №11-38-07/15 от 29.07.2015 г. между ПАО «КАМАЗ» и «Московским государственным машиностроительным университетом (МАМИ)».