

## **Математическое моделирование ближнего наведения космического аппарата**

проф. Иванов В.А., проф. Ручинский В.С, к.т.н. Ручинская Е.В.  
МАТИ-РГТУ им. К.Э. Циолковского  
2svr@mail.ru

*Аннотация.* Проведено исследование математических моделей движения связанных космических объектов. Разработана методика определения основных характеристик связки и параметров ее движения при наведении космического аппарата космической тросовой системы для встречи с другим космическим аппаратом.

*Ключевые слова:* связанные космических объекты, космический аппарат (КА), центр масс, визирная и орбитальная системы координат, орбитальный полет, ближнее наведение, управление сближением, тросовая система (ТС).

### **Введение**

Проведенные эксперименты подтвердили возможность использования связанных летательных аппаратов для решения научных, народнохозяйственных и специальных задач. Рассмотрению конкретных направлений практического использования тросовых систем посвящено достаточно много работ [1, 4 – 14].

### **Постановка задачи**

Из методов управления сближением на участке ближнего наведения КА наибольшего внимания заслуживает метод наведения при постоянной угловой скорости линии визирования.

Обычно отмечают следующие положительные стороны этого метода наведения [1, 7, 8, 9]. Управление относительным движением сближающихся объектов как в боковом направлении (регулирование угловой скорости линии визирования), так и в продольном направлении (регулирование скорости сближения) осуществляется за счет создания управляющих воздействий только по нормали к линии визирования. Это позволяет существенно уменьшить энергетические затраты на реализацию ближнего наведения.

Метод постоянной угловой скорости линии визирования оказывается достаточно универсальным. За счет определенного выбора угловой скорости линии визирования можно осуществить реализацию сближения КА с жестким и мягким контактом, а также сближение с пролетом мимо определенного КА на заданном расстоянии с последующим удалением.

Учитывая указанные обстоятельства, в дальнейшем при решении задачи сближения КА с использованием ТС на участке ближнего наведения будем рассматривать применение метода постоянной угловой скорости линии визирования.

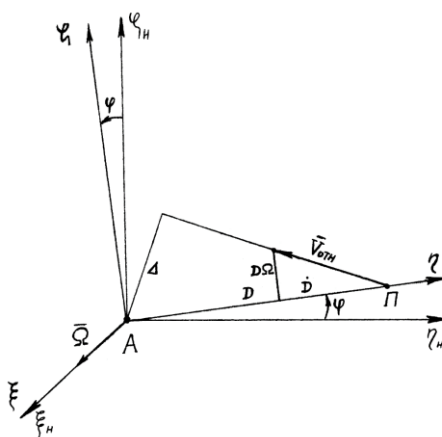
### **1. Основные уравнения относительного движения космического аппарата**

При решении многих практических задач оказывается достаточным рассмотрение относительного движения КА без учета действия относительного гравитационного ускорения, и задача может быть сведена к плоской, решаемой в плоскости  $A\eta\zeta$  визирной системы координат (рисунок 1). Направление оси  $A\xi$ , определяемое вектором угловой скорости линии визирования  $\bar{\Omega}$ , остается неизменным. Направление двух других осей ( $A\eta$  и  $A\zeta$ ) изменяется и текущее положение их относительно начального положения осей визирной системы координат  $A\xi_n \eta_n \zeta_n$  характеризуется углом  $\varphi$ . Относительное движение объекта в системе координат  $A\xi_n \eta_n \zeta_n$  определяется переменными:  $D, \varphi, \dot{D}, \dot{\varphi}, \Omega$ . При решении многих

практических задач оказывается достаточным рассмотрение относительного движения в подвижной визирной системе координат  $A\xi\eta\zeta$ , когда движение КА полностью характеризуется переменными  $D$ ,  $\dot{D}$ ,  $\Omega$ . Для определения относительного движения удобно также применение двух других переменных: относительной скорости  $V_{отн}$  и пролета или промаха  $\Delta$  (рисунок 1). Таким образом, относительное движение КА характеризуется величиной относительной дальности  $D$  и любыми двумя из следующих переменных:  $\dot{D}$ ,  $\Omega$ ,  $V_{отн}$ ,  $\Delta$ . Две оставшиеся величины могут быть определены с помощью следующих соотношений:

$$\Delta = \frac{D^2 \Omega}{V_{отн}}, \quad (1)$$

$$\dot{D} = V_{отн} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{D}\right)^2}. \quad (2)$$



**Рисунок 1. Плоскость  $A\eta\zeta$  визирной системы координат**

Для большей общности получаемых результатов в ряде случаев целесообразно использовать систему безразмерных переменных:  $\tilde{D} = D/D_0$ ,  $\tilde{\dot{D}} = \dot{D}/\dot{D}_0$ ,  $\tilde{V}_{отн} = V_{отн}/V_{отн_0}$ ,  $D_\Delta = D/\Delta$ . Введение безразмерной величины  $D_\Delta$  позволяет существенно упростить расчетные зависимости ряда характеристик относительного движения. Удобство применения величины  $D_\Delta$ , особенно ее начального значения  $D_{\Delta_0} = D_0/\Delta_0$ , будет показано при последующем изложении материала данной главы.

Для изучения относительного движения КА при  $\Omega = const$  будем использовать математические модели (2) и (3) [13]. Первое уравнение системы (2) [14], имеет аналитический первый интеграл:

$$\left(\frac{dD}{dt}\right)^2 - (\Omega D)^2 = C, \quad \text{где } C = \dot{D}_0^2 - (\Omega D_0)^2. \quad (3)$$

Второе уравнение системы (2) [13], определяет величину требуемого управляющего ускорения за счет работы двигателей КА для реализации наведения на при заданной угловой скорости вращения линии визирования  $\Omega$ .

Таким образом, относительное движение КА в продольном направлении (вдоль линии визирования) определяется первым уравнением системы (2) [13], или аналитическим интегралом (3), а относительное движение в боковом направлении полностью характеризуется выбранным значением угловой скорости линии визирования  $\Omega$ .

Анализ первого уравнения системы (2) [13], и выражения (3) показывает, что с использованием рассматриваемого метода наведения может быть реализован широкий класс траек-

Первое уравнение системы (2) [13], может быть переписано в виде равенства  $\ddot{D} = D\Omega^2$ . Следовательно, всегда  $\ddot{D} > 0$  и относительное движение при сближении объектов характеризуется постоянным уменьшением по модулю величины скорости сближения  $\dot{D}$ , а при удалении объектов величина  $\dot{D}$  непрерывно возрастает. В том и другом случаях выполняется условие:

$$\ddot{D} = \ddot{D}_0, \quad (4)$$

то есть, в процессе сближения (удаления) объектов уменьшение (увеличение) ускорения КА вдоль линии визирования пропорционально уменьшению (увеличению) относительной дальности.

Для анализа относительного движения при  $\Omega = \text{const}$  существенное значение имеет определение характера изменения вектора относительной скорости  $\bar{V}_{отн}$  и величина пролета  $\Delta$ . Изменение относительной скорости происходит под действие управляющего ускорения  $p_n$ . Для относительного движения при  $\Omega = \text{const}$  можно записать такое соотношение:

$$V_n p_n = 2\dot{D}\ddot{D}, \quad (5)$$

где:  $V_n$  – составляющая относительной скорости нормальной к линии визирования.

Учитывая, что  $\ddot{D} > 0$  из (5) можно установить, что при  $\dot{D} > 0$   $V_n$  и  $p_n$  одного знака, а при  $\dot{D} < 0$   $V_n$  и  $p_n$  имеют разные знаки (при  $\dot{D} = 0$   $p_n = 0$ ). Следовательно, при  $\dot{D} < 0$  вектор  $\bar{p}_n$  направлен в противоположную сторону по отношению к  $\bar{V}_n$ , а при  $\dot{D} > 0$  направление вектора  $\bar{p}_n$  совпадает с направлением  $\bar{V}_n$ . Указанное обстоятельство оказывается весьма полезным для определения угла  $\gamma$  между векторами  $\bar{V}_{отн}$  и  $\bar{p}_n$ , выражение для которого может быть получено в результате рассмотрения рисунка 2.

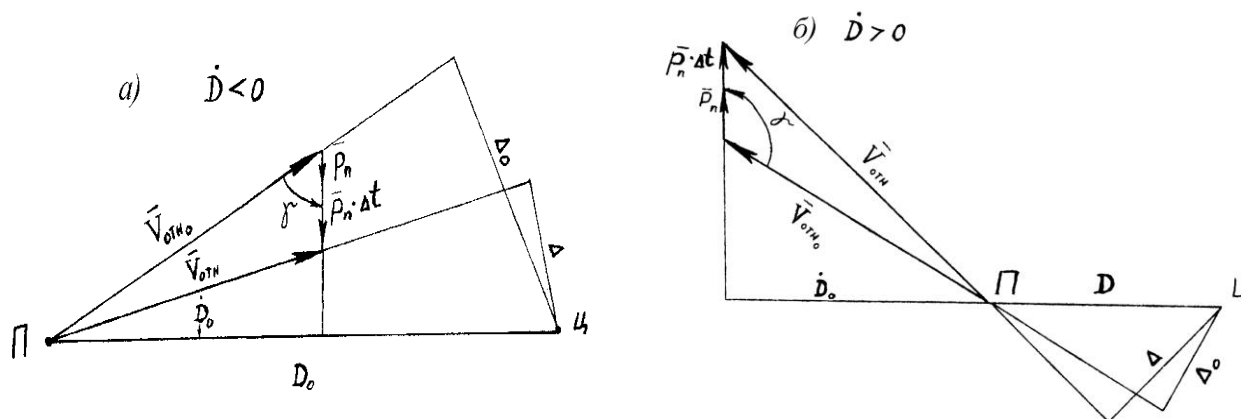


Рис. 2. Угол  $\gamma$  между векторами  $\bar{V}_{отн}$  и  $\bar{p}_n$  при  $\dot{D} < 0$  и при  $\dot{D} > 0$

$$\text{Для } \dot{D} < 0 \text{ и } 0 < \gamma < \frac{\pi}{2} \quad \gamma = \arcsin\left(-\frac{\dot{D}}{V_{отн}}\right) \quad (6)$$

$$\text{или} \quad \gamma = \arcsin\sqrt{1 - \frac{1}{\tilde{D}_\Delta^2}}. \quad (7)$$

$$\text{Для } \dot{D} > 0 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \gamma < \pi \quad \gamma = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{D\Omega}{V_{отн}}\right) \quad (8)$$

$$\text{или} \quad \gamma = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{1}{D_{\Delta}}\right). \quad (9)$$

Анализ полученных соотношений показывает, что относительное движение при постоянной угловой скорости линии визирования характеризуется уменьшением величин  $V_{\text{отн}}$  и  $\Delta$  при  $\dot{D} < 0$  и увеличением при  $\dot{D} > 0$ , то есть в процессе сближения уменьшаются и промах и относительная скорость объектов, а при их удалении относительная скорость и промах (уже фиктивны) увеличиваются. В первом случае вращение вектора  $\bar{V}_{\text{отн}}$  происходит в сторону линии визирования, а во втором от нее.

Перейдем к более подробному рассмотрению относительного движения при постоянной угловой скорости линии визирования. Для этого запишем первый интеграл дифференциального уравнения (3) в таком виде:

$$\dot{D}^2 - (\Omega D)^2 = \dot{D}_0^2 - (\Omega D_0)^2. \quad (10)$$

Характер относительного движения определяется начальными значениями  $D_0$ ,  $\dot{D}_0$  и величиной угловой скорости линии визирования  $\Omega$ .

Траектории относительного движения при  $\Omega = \text{const}$  будем подразделять на два типа: траектории сближения ( $\dot{D} < 0$ ), и траектории удаления ( $\dot{D} \geq 0$ ).

### 1.1. Траектории сближения

В результате анализа выражения (9.10) оказывается целесообразным все траектории сближения в свою очередь разделить на две группы в зависимости от начальных значений  $D_0$ ,  $\dot{D}_0$  и величины  $\Omega$ .

Первая группа траекторий определяется условием  $|\dot{D}_0| \geq D_0 \Omega$  или в безразмерных величинах  $D_{\Delta_0} \geq \sqrt{2}$ . Траектории первой группы характеризуются тем, что процесс сближения заканчивается встречей двух объектов. Встреча будет происходить при относительной скорости  $V_{\text{отн}_e}$ .  $V_{\text{отн}_e} = \sqrt{\dot{D}_0^2 - (\Omega D_0)^2}$  или в безразмерных величинах  $\tilde{V}_{\text{отн}_e} = \sqrt{1 - \frac{2}{D_{\Delta_0}^2}}$ . (11)

В таблице 1 представлены результаты расчетов, иллюстрирующие зависимость безразмерной относительной скорости в момент встречи ПО и КА от параметра  $D_{\Delta_0}$ .

Таблица 1

**Результаты расчетов, иллюстрирующие зависимость безразмерной относительной скорости в момент встречи ПО и КА от параметра  $D_{\Delta_0}$**

$D_{\Delta_0}$	$\sqrt{2}$	1,42	1,45	1,5	2,0	5,0	10,0
$\tilde{V}_{\text{отн}_e}$	0	0,09019	0,2208	0,3333	0,7071	0,9592	0,9899

С уменьшением параметра  $D_{\Delta_0}$  происходит уменьшение относительной скорости в момент встречи объектов. Интенсивное уменьшение  $\tilde{V}_{\text{отн}_e}$  наблюдается при  $D_{\Delta_0} < 2,0$ , и при  $D_{\Delta_0} = \sqrt{2}$  встреча происходит при нулевой относительной скорости (мягкая встреча). Значению параметра  $D_{\Delta_0} = \sqrt{2}$  соответствует условие  $|\dot{D}_0| = D_0 \Omega$ .

Вторая группа траекторий сближения определяется условием  $|\dot{D}_0| < D_0 \Omega$  или  $1 < D_{\Delta_0} < \sqrt{2}$ . В этом случае относительная дальность сначала уменьшается, достигает мини-

мального значения  $D_{\Pi}$ , а затем начинает возрастать, т.е. после сближения и пролета мимо цели происходит удаление от нее. Запишем выражения для дальности пролета  $D_{\Pi}$  и безразмерной дальности пролета  $\tilde{D}_{\Pi} = D_{\Pi}/D_0$ .

$$D_{\Pi} = \sqrt{D_0^2 - \left(\frac{\dot{D}_0}{\Omega}\right)^2}, \quad \tilde{D}_{\Pi} = \sqrt{2 - D_{\Delta_0}^2}. \quad (12)$$

В момент пролета мимо цели на минимальном расстоянии относительная скорость  $V_{отн_{\Pi}}$ , а безразмерная скорость пролета  $\tilde{V}_{отн_{\Pi}} = V_{отн_{\Pi}}/V_{отн_0}$ .

$$V_{отн_{\Pi}} = \sqrt{(\Omega D_0)^2 - \dot{D}_0^2}, \quad \tilde{V}_{отн_{\Pi}} = \sqrt{\frac{2}{D_{\Delta_0}^2} - 1}. \quad (13)$$

В таблице 2 приведены данные характеризующие зависимость безразмерных величин пролета  $\tilde{D}_{\Pi}$  и относительной скорости в момент пролета  $\tilde{V}_{отн_{\Pi}}$  от параметра  $D_{\Delta_0}$ .

Таблица 2

**Результаты расчетов, характеризующие зависимость безразмерных величин пролета  $\tilde{D}_{\Pi}$  и относительной скорости в момент пролета  $\tilde{V}_{отн_{\Pi}}$  от параметра  $D_{\Delta_0}$**

$D_{\Delta_0}$	1	1,05	1,1	1,2	1,3	1,4	$\sqrt{2}$
$\tilde{D}_{\Pi}$	1	0,9174	0,8888	0,7483	0,5568	0,2	0
$\tilde{V}_{отн_{\Pi}}$	1	0,9023	0,8080	0,6234	0,4283	0,1429	0

При увеличении параметра  $D_{\Delta_0}$  от 1 до  $\sqrt{2}$  величина пролета  $\tilde{D}_{\Pi}$  и относительная скорость  $\tilde{V}_{отн_{\Pi}}$  уменьшатся от 1 до нулевого значения. Поэтому для реализации мягкой встречи переходить на участок причаливания можно как при  $D_{\Delta_0}$  немного больших  $\sqrt{2}$  (траектории непосредственной встречи), так и при  $D_{\Delta_0}$  немного меньших  $\sqrt{2}$  (пролетные траектории).

Используя зависимости (11), (12) и (13), можно записать выражения для требуемых значений угловой скорости линии визирования  $\Omega$ , при которых реализуются заданные условия встречи или пролета.

Для встречи с относительной скоростью  $V_{отн_0}$  
$$\Omega = \frac{\sqrt{\dot{D}_0^2 - V_{отн_0}^2}}{D_0}.$$

Мягкая встреча достигается при 
$$|\Omega| = -\frac{\dot{D}_0}{D_0}.$$

Для пролета с относительной скоростью  $V_{отн_{\Pi}}$  
$$\Omega = \frac{\sqrt{\dot{D}_0^2 + V_{отн_{\Pi}}^2}}{D_0},$$

дальность пролета при этом будет 
$$D_{\Pi} = \frac{D_0 V_{отн_{\Pi}}}{\sqrt{\dot{D}_0^2 + V_{отн_{\Pi}}^2}}.$$

Для пролета на расстоянии  $D_{\Pi}$  
$$|\Omega| = -\frac{\dot{D}_0}{\sqrt{D_0^2 - D_{\Pi}^2}}, \text{ относительная ско-}$$

рость в момент пролета на расстоянии  $D_{\Pi}$  оказывается равной 
$$V_{отн_{\Pi}} = -\frac{D_{\Pi} \dot{D}_0}{\sqrt{D_0^2 - D_{\Pi}^2}}.$$

## 1.2. Траектории удаления

Траектории удаления при постоянной угловой скорости линии визирования по аналогии с траекториями сближения можно также разделить на две группы. К первой группе траекторий относятся те, для которых выполняется условие:

$$\dot{D}_0 \geq D_0 \Omega \quad \text{или} \quad D_{\Delta_0} \geq \sqrt{2}. \quad (14)$$

Эти траектории характеризуются тем, что начальная дальность  $D_0$  может быть как угодно малой (вплоть до нулевого значения), т.е. эти траектории могут начинаться с непосредственного контакта двух рассматриваемых объектов.

Вторая группа траекторий определяется условием

$$\dot{D}_0 < D_0 \Omega \quad \text{или} \quad 1 \leq D_{\Delta_0} < \sqrt{2}. \quad (15)$$

Эти траектории удаления могут начинаться при начальных дальностях  $D_0$ , равных или больших дальности пролета  $D_{\Pi}$  ( $D_0 \geq D_{\Pi}$ ), определяемых выражением (12).

## 2. Качественная структура фазовых траекторий динамической системы

Наведение КА по методу постоянной угловой скорости линии визирования предполагает, что величина угловой скорости  $\Omega$  известна. Выбор величины  $\Omega$  определяется требуемым характером продольного относительного движения и ограничениями на условия встречи рассматриваемых объектов.

Продольное относительное движение характеризуется первым уравнением системы (2) [14]. Это уравнение может быть представлено в виде двух дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{d\dot{D}}{dt} = \Omega^2 D, \quad \frac{dD}{dt} = \dot{D}. \quad (16)$$

Система (16) представляет собой автономную динамическую систему второго порядка. Исключая время  $t$  получим одно уравнение первого порядка, связывающее переменные  $D$  и  $\dot{D}$ :

$$\frac{d\dot{D}}{dD} = \Omega^2 \frac{D}{\dot{D}}. \quad (17)$$

Уравнение (17) имеет решение:

$$\dot{D}^2 - \Omega^2 D^2 = C, \quad \text{где } C = \dot{D}_0^2 - \Omega^2 D_0^2. \quad (18)$$

Выражение (18) представляет собой уравнение фазовых траекторий системы (16). Фазовыми координатами являются относительная дальность  $D$  и скорость изменения относительной дальности  $\dot{D}$  (рисунок 3). Изоклиной горизонтальных наклонов фазовых траекторий является ось ординат, а изоклиной вертикальных наклонов – ось абсцисс.

Для анализа рассматриваемой системы составим функцию:

$$H = -\frac{1}{2}(\dot{D}^2 - \Omega^2 D^2). \quad (19)$$

Продифференцируем  $H$  по  $D$  и  $\dot{D}$ :

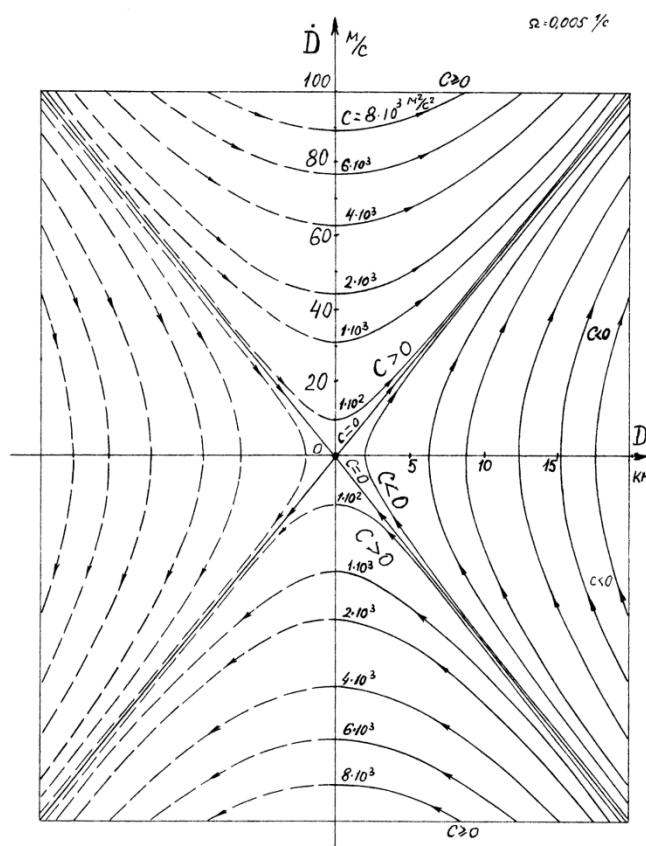
$$\frac{\partial H}{\partial D} = \Omega^2 D, \quad \frac{\partial H}{\partial \dot{D}} = -\dot{D}. \quad (20)$$

Сравнивая уравнения (16) и зависимости (20) можно записать:

$$\frac{d\dot{D}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial D}, \quad \frac{dD}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \dot{D}}. \quad (21)$$

Наличие аналитического интеграла (18) и выполнение равенств (21) свидетельствует о том, что система (16) является консервативной [2].

Система (16) имеет одно состояние равновесия, определяемое значениями  $D=0$  и  $\dot{D}=0$ . Применительно к рассматриваемой консервативной системе уравнение (31) характеризует закон сохранения энергии. Выражения  $\dot{D}^2$  и  $-\Omega^2 D^2$  представляют собой соответственно удвоенные значения кинетической и потенциальной энергии. При  $D=0$  величина потенциальной энергии является максимальной. Поэтому состояние равновесия  $O$  при  $D=0$ ,  $\dot{D}=0$  представляет собой седловую точку (рисунок 3). Для этой особой точки константа  $C=0$ . Неособые фазовые траектории системы (16) определяют семейства равноугонных гипербол, отнесенных к главным осям  $D$  и  $\dot{D}$  (рисунок 3).



**Рисунок 3. Неособые фазовые траектории системы (16) определяют семейства равноугонных гипербол, отнесенных к главным осям  $D$  и  $\dot{D}$**

При  $C=0$ , когда  $\dot{D}_0^2 = \Omega^2 D_0^2$ , имеют место две асимптоты этого семейства:

$$\dot{D} = \pm \Omega D, \quad (22)$$

проходящие через начало координат, которое является единственной особой точкой рассматриваемого семейства интегральных кривых. Остальные интегральные кривые являются гиперболой и не проходят через начало координат (рисунок 3).

Особая точка рассматриваемых интегральных кривых представляет собой состояние равновесия типа «седло».

Известно, что седловая точка является неустойчивым состоянием равновесия [2]. Следовательно, при движении объекта с постоянной угловой скоростью линии визирования положение  $D=0$ ,  $\dot{D}=0$  является неустойчивым. Вместе с тем, это не является серьезным препятствием для применения этого метода при осуществлении сближения объектов с мягкой встречей, так как на практике не требуется абсолютно точного выполнения условий  $D=0$ ,  $\dot{D}=0$ , а необходимо, чтобы в конце сближения эти величины не превосходили некоторых допустимых значений.

### Выводы

Перейдем к более подробному рассмотрению фазовых траекторий относительного движения объектов при постоянной угловой скорости линии визирования.

Относительная дальность между объектами  $D$  представляет собой величину существенно положительную как для траектории сближения, так и для траектории удаления. Поэтому, рассматривая качественную структуру фазовых траекторий на рис. 3, следует иметь в виду, что реальный физический смысл имеют только фазовые траектории первого и четвертого квадрантов, то есть, при  $D \geq 0$ . Траектории или части траекторий первого квадранта ( $D > 0, \dot{D} > 0$ ) соответствуют траекториям удаления, а траектории четвертого квадранта ( $D > 0, \dot{D} < 0$ ) – траекториям сближения. В том и другом квадрантах асимптоты  $\dot{D} = \pm \Omega D$ , соответствующие интегральным кривым при  $C = 0$ , разделяют все фазовые траектории на две группы.

Первая группа фазовых траекторий соответствует отрицательным значениям константы  $C$ . Эти траектории находятся между асимптотами  $\dot{D} = \pm \Omega D$  и пересекают ось абсцисс.

При  $\dot{D}_0 < 0$  изображающая точка начинает движение в четвертом квадранте, где  $D$  и  $|\dot{D}|$  уменьшаются. При минимальном значении  $D$  фазовые траектории пересекают ось абсцисс, знак  $\dot{D}$  становится положительным и в первом квадранте  $D$  и  $\dot{D}$  возрастают. Указанные фазовые траектории соответствуют случаям сближения объектов, пролету на минимальном расстоянии  $D_{II}$  и последующему удалению.

При  $\dot{D}_0 > 0$  происходит сразу удаление. Начальная точка в этом случае находится в первом квадранте.

Вторая группа фазовых траекторий соответствует положительным значениям константы  $C$ . Фазовые траектории этой группы находятся между асимптотами  $\dot{D} = \pm \Omega D$  и осью ординат.

При  $\dot{D}_0 < 0$  движение изображающей точки заканчивается при  $D = 0$  и минимальном значении  $|\dot{D}|$ . Если мы будем считать, что после встречи продолжится движение при  $\Omega = const$ , то на фазовой плоскости нам необходимо перейти к начальной точке траектории удаления, расположенной симметрично на положительном направлении оси ординат. Далее движение изображающей точки происходит уже в первом квадранте при увеличении координат  $D$  и  $\dot{D}$ .

Для  $\dot{D}_0 < 0$  фазовые траектории соответствуют траекториям сближения, заканчивающимся встречей с целью. При этом, чем ближе фазовая траектория к асимптоте  $\dot{D} = \pm \Omega D$ , тем при меньшем значении скорости сближения происходит встреча объектов.

Для  $\dot{D}_0 > 0$  происходит удаление от цели с увеличением  $\dot{D}$ .

Движение при  $\Omega = const$ , соответствующее фазовым траекториям первой и второй групп, а также и асимптотам  $\dot{D} = \pm \Omega D$ , носит аperiodический характер.

Наибольший интерес представляет движение по асимптоте  $\dot{D} = -\Omega D$ , когда точка приближается к состоянию равновесия. Изображающая точка будет приближаться к началу координат со стремящейся к нулю скоростью и, следовательно, не достигнет начала координат в конечный промежуток времени. Движение по этой траектории является асимптотическим к состоянию равновесия. Такие движения называют лимитационными движениями. Движение по асимптоте не может быть точно реализовано, так как оно соответствует одной линии начальных состояний. Совокупность начальных состояний в этом случае не образует конечной области начальных состояний и не может быть совершенно точно задано в системе. Од-



нако, рассматривая определенную ограниченную область начальных состояний в районе асимптоты  $\dot{D} = -\Omega D$ , можно реализовать относительное движение, соответствующее фазовым траекториям, расположенным достаточно близко к асимптоте. Тогда возможна либо встреча при весьма малых относительных скоростях, либо пролет на небольшом расстоянии от цели с малой относительной скоростью.

Результаты проведенного моделирования подтверждают возможность использования метода постоянной угловой скорости линии визирования для мягкой встречи объектов.

### Литература

1. Полет космических аппаратов. Примеры и задачи // Ю.Ф. Авдеев, А.И. Беляков, А.В. Брыков и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 272 с.
2. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. 916 с.
3. Андронов А.А., Леонтович Е.А., Гордон И.И., Майер А.Г. Теория бифуркаций динамических систем на плоскости. – М.: Изд-во «Наука», 1967. – 488 с.
4. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Изд-во «Наука», 1990. – 336 с.
5. Иванов В.А., Ситарский Ю.С. Динамика полета системы гибко связанных космических объектов. – М.: Изд-во «Машиностроение», 1986. – 248 с.
6. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Динамика полета и математическое моделирование орбитального функционирования системы связанных космических объектов. – М.: Изд-во «МАТИ» Российского государственного технологического университета им. К.Э. Циолковского, 2008. – 200 с.
7. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Выведение привязного объекта в расчетную точку встречи с космическим аппаратом, движущимся по эллиптической орбите // Научные труды (Вестник МАТИ). Вып.20(92). – М.: ИЦ «МАТИ», 2013. – С. 110-119.
8. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Выведение привязного объекта в расчетную точку встречи с космическим аппаратом, движущимся по круговой орбите // Научные труды (Вестник МАТИ). Вып.21(93). – М.: ИЦ «МАТИ», 2013. – С. 86-97.
9. Лебедев А.А., Соколов В.Б. Встреча на орбите. – М.: Машиностроение, 1969. – 366 с.
10. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Орбитальное функционирование связанных космических объектов. – М.: Изд-во «ИНФРА-М», 2014. – 320 с.
11. Ручинская Е.В. Основные зависимости, определяющие относительное движение привязного объекта, наводимого на космический аппарат // Международная молодежная конференция «Гагаринские чтения». Секция № 17 «Механика космического полета». – М.: Изд-во «Инфра-М», 2015. – С. 287–289.
12. Ручинская Е.В. Анализ траекторий относительного движения в полярных координатах // Международная молодежная конференция «Гагаринские чтения». Секция № 17 «Механика космического полета». – М.: изд-во «Инфра-М», 2015. – С. 289–292.
13. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Математическое моделирование наведения привязного объекта космической тросовой системы // Научные труды (Вестник МАТИ). Вып. 25(97). – М.: ИЦ «МАТИ», 2015. – С. 37 – 49.
14. Чабров Г.И. Вращающаяся связка двух КА как средство перевода КА на новые орбиты // Тезисы докладов научно-технической конференции Московского технического университета связи и информатики. – М., 1999. – С. 93.