

ЛОГИКА И МЕТОДОЛОГИЯ НАУКИ

**Исследование учения Демокрита о необходимости, случайности и возможности средствами современной логики**

д.ф.н. проф. Ивлев В.Ю.

Университет машиностроения

Тел. 8-926-918-22-05; vitalijivlev@yandex.ru

*Аннотация.* В статье проводится изучение категорий модальности необходимости, случайности и возможности средствами современной символической логики. В работе строится логическое исчисление, в котором осуществляется формализация указанных категорий модальности.

*Ключевые слова:* категории модальности, необходимость, случайность, возможность, символическая логика, логические исчисления.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках проекта проведения научных исследований («Логический инструментарий и философские основания современной науки»), проект № 14-23-01005ё

Все существующее делится Демокритом на необходимое и случайное, а последнее на возможное первое (существующее в большинстве случаев), возможное второе (существующее в меньшинстве случаев) и возможное третье (существующее в половине случаев).

Обозначим выражения “необходимо, что...”, “случайно, что...”, “возможно (в первом смысле, то есть существует в большинстве случаев), что...”, “возможно (во втором смысле, то есть существует в меньшинстве случаев), что...”, “возможно (в третьем смысле, то есть равновероятно), что...” соответственно символами  $H$ ,  $C$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ . Пусть отрицание (“неверно, что...”), конъюнкция (“и”), дизъюнкция (“или”), метаязыковые импликация (“если..., то...”), и эквивалентность (“если и только если..., то...”) обозначаются соответственно символами  $\neg$ ,  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ . Тогда связь между необходимостью, случайностью и возможностями первой второй и третьей можно представить следующим образом:

- (1)  $HA \Rightarrow \neg CA$  (если  $A$  необходимо, то  $A$  не является случайным);
- (2)  $CA \Rightarrow \neg HA$  (если  $A$  случайно, то  $A$  не является необходимым);
- (3)  $CA \Leftrightarrow B_1A \vee B_2A \vee B_3A$  ( $A$  случайно тогда и только тогда, когда  $A$  возможно в каком либо из трех смыслов);
- (4)  $HA \Leftrightarrow \neg B_1A \wedge \neg B_2A \wedge \neg B_3A$  ( $A$  необходимо тогда и только тогда, когда невозможно ни в одном из трех смыслов);
- (5)  $B_1A \Leftrightarrow B_2\neg A$  ( $A$  возможно в первом смысле, если и только если отсутствие  $A$  возможно во втором смысле);
- (6)  $B_2A \Leftrightarrow B_1\neg A$  ( $A$  возможно во втором смысле, если и только если возможно не- $A$  в первом смысле);
- (7)  $B_3A \Leftrightarrow B_3\neg A$  ( $A$  возможно в третьем смысле, если и только если в третьем смысле возможно не- $A$ ).

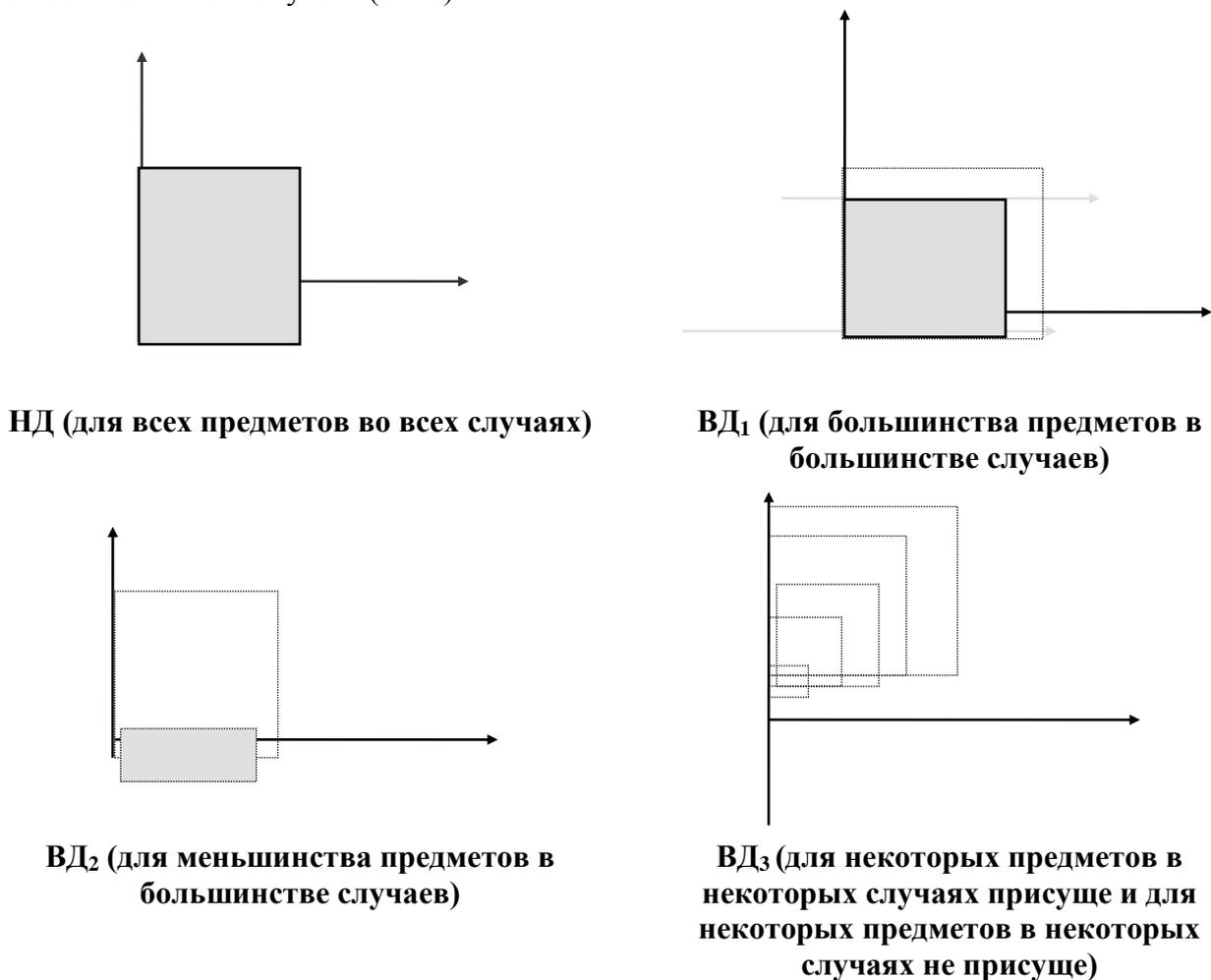
Из эквивалентности (3) вытекают следствия:

- (3<sup>\*</sup>)  $B_1A \Rightarrow CA$  (если  $A$  возможно в первом смысле, то  $A$  случайно);
- (3<sup>\*\*</sup>)  $B_2A \Rightarrow CA$  (если  $A$  возможно во втором смысле, то  $A$  случайно);
- (3<sup>\*\*\*</sup>)  $B_3A \Rightarrow CA$  (если  $A$  возможно в третьем смысле, то  $A$  случайно).

Анализируя необходимость и три вида возможности Демокрита, И. Иванова и В.С. Месков осуществляют следующие уточнения этих понятий:

- a) ДН (необходимость в смысле Демокрита) – это такой характер связи субъекта и предиката в суждении, при которой приписываемый признак присущ всем без исключения элементам объема субъекта и всегда;
- b) ДВ<sub>1</sub> (возможность в смысле Демокрита первая) – такой характер связи субъекта и предиката в суждении, при котором приписываемый признак присущ большинству элементов объема субъекта в большинстве случаев;
- c) ДВ<sub>2</sub> (возможность в смысле Демокрита вторая) – такой характер связи субъекта и предиката в суждении, при котором приписываемый признак присущ меньшинству элементов объема субъекта в большинстве случаев;
- d) ДВ<sub>3</sub> (возможность в смысле Демокрита третья) – такой характер связи субъекта и предиката в суждении, при котором приписываемый признак, как и признак, являющийся его отрицанием, присущ лишь некоторым элементам субъекта и не всегда”.

Описанные И. Ивановой и В.С. Меськовым понятия можно представить графически (рисунок 1). На графиках: вертикальная ось – ось количества предметов (ОКП); горизонтальная ось – ось числа случаев (ОЧС).



**Рисунок 1. Графические представления понятий, описанных И. Ивановой и В.С. Меськовым**

Описанные понятия возможности можно естественным образом обобщить:

- V<sub>1</sub>: признак присущ большинству предметов в большинстве случаев (ДВ<sub>1</sub>);
- V<sub>2</sub>: признак присущ большинству предметов в меньшинстве случаев;
- V<sub>3</sub>: признак присущ меньшинству предметов в большинстве случаев (ДВ<sub>2</sub>);
- V<sub>4</sub>: признак присущ половине предметов в половине случаев;
- V<sub>5</sub>: признак присущ меньшинству предметов в меньшинстве случаев.

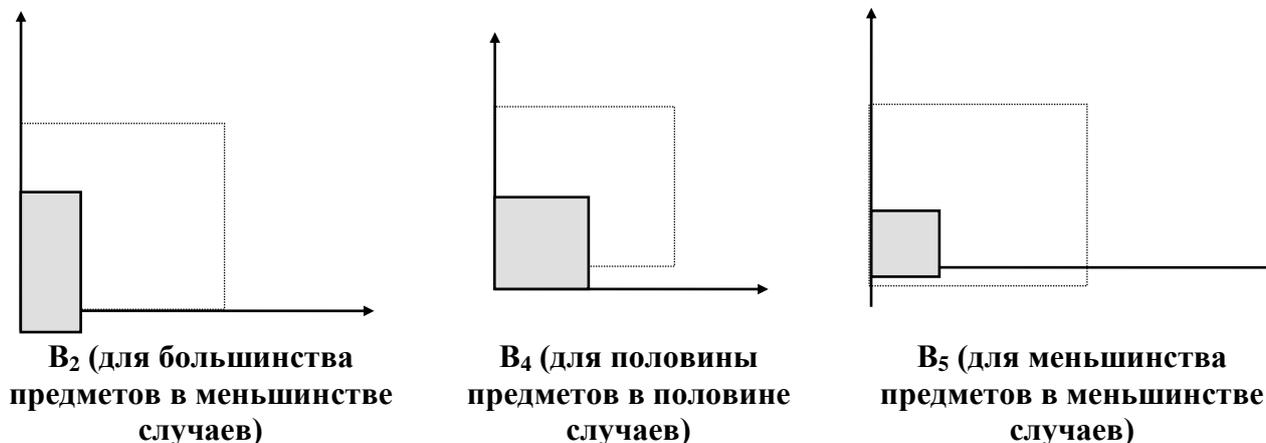
Возможности V<sub>2</sub>, V<sub>4</sub>, и V<sub>5</sub> можно также представить графически (рисунок 2).

Не будем здесь обсуждать логические свойства образованных понятий, хотя такое ис-

следование может оказаться полезным.

Для выявления логических свойств модальных понятий Демокрита обратимся к их анализу с учетом соображений, высказанных И. Ивановой и В.С. Меськовым.

Прежде всего, представляется, что Демокрит делит все существующее на существующее по необходимости и просто существующее. Иначе говоря, все существующее Демокрит делит на (1) существующее по необходимости и (2) существующее не по необходимости.



**Рисунок 2. Графические представления возможностей V<sub>2</sub>, V<sub>4</sub>, и V<sub>5</sub>**

Существующее по необходимости существует во всех случаях и всегда. Из примера необходимости “человек – живое существо” (а также из примера “бог нетленен”, который, хотя и не принадлежит Демокриту, как правильно отмечают И. Иванова и В.С. Меськов, но соответствует его пониманию необходимости) видно, что под существованием по необходимости Демокрит понимает наличие свойств у предмета, иначе говоря, в качестве необходимых можно характеризовать свойства предметов некоторого непустого класса. Например, свойство смертности является необходимым для людей, а свойство глубокомыслия – не необходимым. Исходя из этого, под существующим не по необходимости, по Демокриту, следует понимать те свойства предметов некоторого класса (опять же непустого), которые принадлежат лишь части предметов этого класса, но не всем предметам. То есть мы сталкиваемся со своеобразным пониманием существования не по необходимости: это то, что иногда существует, а иногда не существует, то, что некоторым предметам присуще, а некоторым – нет, то, что для одних предметов является существующим, а для других – нет.

Чем такое понимание отличается от современного понимания случайности? (Мы здесь ограничиваемся рассмотрением лишь логического аспекта этих категорий и не рассматриваем их полного философского содержания). В современной логике выделяют следующие виды случайности (физической, или фактической):

(1) случайно то, что существует не по необходимости;

$$\nabla A \Leftrightarrow A \wedge \neg \square A$$

(2) случайно то, что может существовать, но может и не существовать:

$$\nabla A \Leftrightarrow \diamond A \wedge \diamond \neg A$$

(3) случайно то, что не существует, но может и существовать:

$$\nabla A \Leftrightarrow \neg A \wedge \diamond A$$

Понятие существующего не по необходимости у Демокрита является фактически оригинальным аналогом первого понятия случайности, а точнее говоря, оригинальной конкретизацией этого понятия.

Все случайно существующее он делит на три класса, если отвлекаться от временной характеристики присущности:

(1) присуще не всем, но ограниченному большинству предметов;

(2) присуще не всем, а меньшинству предметов;

(3) присуще не всем, а половине предметов.

Эти типы случайности называются, по Демокриту, возможностями.

Для выражения логических свойств понятий возможности и необходимости целесообразно использовать средства современной логики.

### Язык

*Символы:*

- 1)  $x_1, x_2, x_3, \dots$  – предметные переменные;
  - 2)  $a_1, a_2, a_3, \dots$  – предметные константы;
  - 3)  $P^k, Q^k, P_1^k, Q_1^k, (k \geq 1)$   $k$  – местные предикатные символы;
  - 4)  $\neg, \wedge, \vee, \supset$  – знаки отрицания, конъюнкции, дизъюнкции и импликации, соответственно читаются “неверно, что”, “и”, “или”, “если..., то...”;
- $\forall$  – квантор общности (обычный);  
 $\exists$  – квантор существования (обычный);  
 $\exists^b$  – квантор существования “для большинства”;  
 $\exists^m$  – квантор существования “для меньшинства”;  
 $\exists^n$  – квантор существования “для половины”.

*Определение термина:*

- 1) индивидуальная переменная есть терм;
- 2) индивидуальная константа есть терм;
- 3) ничто иное термом не является.

*Определение формулы:*

- 1) если  $A^k$  –  $k$ -местный предикатный символ, а  $t_1, \dots, t_n$  – термы, то  $A^k(t_1, \dots, t_n)$  – формула;
- 2) если  $A$  и  $B$  – формулы, а  $x$  – индивидуальная переменная, то  $\neg A, (A \wedge B), (A \vee B), (A \supset B), \forall xA, \exists xA, \exists^b xA, \exists^m xA, \exists^n xA$  – формулы;
- 3) ничто иное формулой не является.

### Семантика

Семантика включает в себя функцию  $\varphi^d$ , где  $d$  – непустая конечная предметная область (область интерпретации). Функция  $\varphi^d$  (индекс  $d$  в некоторых случаях будем опускать) следующим образом приписывает значения индивидуальным константам и предикатным символам:

если  $\alpha$  – индивидуальная константа, то  $\varphi(\alpha) \in d$ ;

если  $A^k$  –  $k$ -местный предикатный символ, то  $\varphi(A^k) \subseteq d^k$ , где  $d^k$  – декартова  $k$ -степень множества  $d$ , то есть функция  $\varphi$  приписывает каждому  $k$ -местному символу множество  $k$ -ток предметов, находящихся в отношении  $A^k$ .

Семантика включает в себя также множество функций  $S_1, S_2, \dots$  распределения значений по свободным переменным формулы из той же области  $d$ . Если  $\beta$  – свободная переменная, то  $S_i(\beta) \in d$ .

Введем функцию  $| \cdot |^d$ , которая приписывает значения индивидуальным константам, предикатным символам, а также сложным выражениям (индекс  $d$  иногда будем опускать):

$|\alpha|^d = \varphi(\alpha)$ , где  $\alpha$  – индивидуальная константа;

$|A^k|^d = \varphi(A^k)$ , где  $A^k$  –  $k$ -местный предикатный символ;

вместо  $|S_i(A)|^d$ , где  $A$  – формула, будем писать  $|A|^S$ , тогда

$|A^k(t_1, \dots, t_k)|^S = t$ , е. и т. е. (если и только если)  $(|t_1|^S, \dots, |t_k|^S) \in |A^k|^S$ ; ( $t$  и  $f$  – соответственно значения “истина” и “ложь”);

$|\neg A|^S = t$ , е. и т. е.  $|A|^S = f$ ;

$|A \wedge B|^S = t$ , е. и т. е.  $|A|^S = |B|^S = t$ ;

$|A \vee B|^S = t$ , е. и т. е.  $|A|^S = t$  или  $|B|^S = t$ ;

$|A \supset B|^S = t$ , е. и т. е.  $|A|^S = f$  или  $|B|^S = t$ ;

$|\forall xA(x)|^S = t$ , е. и т. е.  $|A(x)|^S = t$  для любого распределения  $S$ , приписывающего всем свободным переменным формулы  $A(x)$  то же значение, что и  $S$ , и, кроме того, приписывающего некоторое значение переменной  $x$ .

$|\exists xA(x)|^S = t$ , е. и т. е.  $|A(x)|^S = t$

для некоторого распределения  $S$ , приписывающего каждой свободной переменной формулы  $A(x)$  то же значение, что и  $S$ , и, кроме того, приписывающего некоторое значение переменной  $x$ .

$|\exists^{\circ}xA(x)|^S = t$ , если и только если существуют непустые множества  $d_1$  и  $d_2$  такие, что  $d_1 \subset d$ ,  $d_2 \subset d$ ,  $d_1 \cup d_2 = d$ ,  $d_1 \cap d_2 = \emptyset$  и мощность  $d_1$  больше  $d_2$ , и для любого распределения  $S$  (из соответствующей области) верно

$$|\forall xA(x)|_{d_1}^S = t, |\forall xA(x)|_{d_2}^S = f;$$

$|\exists^MxA(x)|^S = t$ , если и только если существуют непустые множества  $d_1, d_2$  такие, что  $d_1 \subset d$ ,  $d_2 \subset d$ ,  $d_1 \cup d_2 = d$ ,  $d_1 \cap d_2 = \emptyset$  и мощность  $d_1$  меньше мощности  $d_2$ , и

$$|\forall xA(x)|_{d_1}^S = t, |\forall xA(x)|_{d_2}^S = f;$$

$|\exists^nxA(x)|^S = t$ , если и только если существуют непустые множества  $d_1$  и  $d_2$  такие, что  $d_1 \subset d$ ,  $d_2 \subset d$ ,  $d_1 \cup d_2 = d$ ,  $d_1 \cap d_2 = \emptyset$  и мощность  $d_1$  равно мощности  $d_2$ , и

$$|\forall xA(x)|_{d_1}^S = t, |\forall xA(x)|_{d_2}^S = f.$$

Определения выполнимости и общезначимости формул обычные.

### Схемы общезначимых формул:

1.  $\neg\exists^{\circ}xA(x) \supset \exists^nxA(x) \vee \exists^MxA(x) \vee \forall xA(x)$ ;
2.  $\neg\exists^nxA(x) \supset \exists^{\circ}xA(x) \vee \exists^MxA(x) \vee \forall xA(x)$ ;
3.  $\neg\exists^MxA(x) \supset \exists^nxA(x) \vee \exists^{\circ}xA(x) \vee \forall xA(x)$ ;
4.  $\exists^{\circ}A(x) \supset \exists xA(x)$ ;
5.  $\exists^MxA(x) \supset \exists xA(x)$ ;
6.  $\exists^nA(x) \supset \exists xA(x)$ ;
7.  $\exists^{\circ}xA(x) \wedge \exists^{\circ}xB(x) \supset \exists x(A(x) \wedge B(x))$ ;
8.  $\exists^nxA(x) \wedge \exists^{\circ}xB(x) \supset \exists x(A(x) \wedge B(x))$ ;
9.  $\exists^nxA(x) \supset \exists^nxA(x)$ ;
10.  $\exists^nxA(x) \supset \exists xA(x)$ ;
11.  $\exists^{\circ}xA(x) \supset \exists x\neg A(x)$ ;
12.  $\exists^MxA(x) \supset \exists x\neg A(x)$ ;
13.  $\exists^MxA(x) \supset \exists^{\circ}x\neg A(x)$ ;
14.  $\exists^{\circ}xA(x) \supset \exists^Mx\neg A(x)$ .

Применение средств символической логики позволяет яснее представить отношения между категориями необходимости, случайности и возможности, однако "природу" этих категорий следует выявлять на содержательном уровне.

### Литература

1. Ивлев В.Ю., Ивлева М.Л., Методологическая роль категорий необходимости, случайности и возможности в научном познании. МГТУ "МАМИ" - Москва, 2011.
2. Ивлев В.Ю., Ивлева М.Л., Иноземцев В.А. Когнитивная революция как фактор становления новой эпистемологической парадигмы и методологии исследования знания в современной науке // Известия МГТУ «МАМИ». М., 2013. № 1.
3. Ивлев В.Ю., Ивлева М.Л., Иноземцев В.А. Становление новой философско-методологической парадигмы современной науки в условиях информационного общества. – М., 2012.

### Компьютерное моделирование знания в искусственном интеллекте

к.ф.н. доц. Иноземцев В.А.

Университет машиностроения

8-985-345-65-09; inozem\_63@mail.ru.

*Аннотация:* В работе проводится философское осмысление специфики и эволюции компьютерного моделирования. Компьютерные знания в искусственном интеллекте (ИИ) предстают в качестве объекта такого моделирования. В статье