

Бифуркация цилиндрической оболочки на двухзвенных процессах деформирования

д.т.н. проф. Охлопков Н.Л., Нигоматулин Ф.В., Нигоматулин А.В.
Тверской государственный технический университет
Тверской государственный университет
8 (920) 696-49-95, Fedor.nigomatulin@mail.ru
8 (4822) 78-63-63, kafsm@yandex.ru

Аннотация. Рассматривается задача бифуркации тонкостенной круговой цилиндрической оболочки при реализации процессов сложного докритического деформирования по двухзвенным ломаным траекториям в девиаторной плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$ А.А. Ильюшина. Оболочка считается длинной, шарнирно подкрепленной. Задача решается в геометрически линейной постановке. Решение построено на основе теории устойчивости упругопластических систем В.Г. Зубчанинова.

Ключевые слова: пластичность, устойчивость, сложное нагружение, оболочка.

Рассматривается задача бифуркации тонкостенной круговой цилиндрической оболочки при реализации процессов сложного докритического деформирования по двухзвенным ломаным траекториям в девиаторной плоскости $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3$ А.А. Ильюшина (рисунок 1). Задача решается в два этапа: построение образа процесса нагружения материала на рассматриваемой траектории и собственно решение задачи бифуркации.

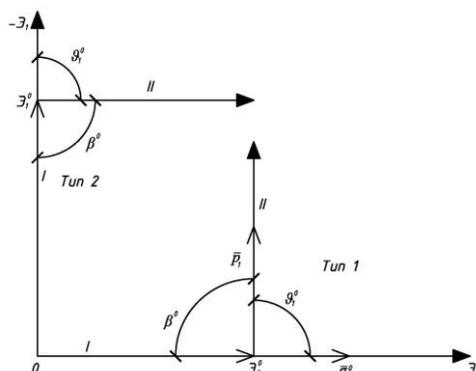


Рисунок 1. Траектории деформирования

Решение задачи построения образа процесса нагружения строится на основе определяющих соотношений гипотезы компланарности при использовании для функций пластичности аппроксимаций В.Г. Зубчанинова, учитывающих сложное нагружение [1]. Задача решается в скоростях. Уравнения имеют вид задачи Коши, которая решается методом Эйлера – Коши по схеме прогноз – коррекция. Основные уравнения приведены к виду:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{11} &= M_1(2\dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{22}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \mathcal{Q}_1)\dot{S}\sigma_{11}/\sigma \\ \dot{\sigma}_{22} &= M_1(2\dot{\varepsilon}_{22} + \dot{\varepsilon}_{11}) + (d\sigma/dS - M_1 \cos \mathcal{Q}_1)\dot{S}\sigma_{22}/\sigma \\ \dot{\sigma}_{12} &= M_1\dot{\varepsilon}_{12} + (d\sigma/dS - M_1 \cos \mathcal{Q}_1)\dot{S}\sigma_{12}/\sigma \\ \dot{\mathcal{Q}}_1 &= -(M_1 \sin \mathcal{Q}_1 / \sigma - \chi_1)\dot{S}\end{aligned}$$

Точка над символом означает дифференцирование по обобщенному параметру времени, за который может быть принят любой монотонно возрастающий параметр процесса.

Решение задачи бифуркации тонкостенной круговой цилиндрической оболочки, в которой реализуется плоское напряженное состояние, строится на основе теории неупругой

устойчивости конструкций В.Г. Зубчанинова [2]. Используются определяющие соотношения гипотезы компланарности и аппроксимации В.Г. Зубчанинова для функций пластичности [1]. Оболочка считается длинной, шарнирно подкрепленной. Основные уравнения задачи сводятся к системе алгебраических уравнений задачи о собственных числах. Методика решения изложена в [3].

Так же получено решение задачи бифуркации на основе теории устойчивости А.А. Ильюшина, в которой используются определяющие соотношения теории квазипростых процессов. Решение выполнено как для случая чисто пластической бифуркации, так и с учетом разгрузки материала в момент потери устойчивости. Уравнения приведены в [3].

Решение бифуркационной задачи позволяет для заданной комбинации параметров волнообразования возникающих при выпучивании оболочки вычислить значения критических параметров напряжений и деформаций в зависимости от гибкости оболочки $i = 3R/h$.

Расчеты сопоставлены с экспериментальными данными [4], полученными на автоматизированном расчетно-экспериментальном комплексе СН-ЭВМ, разработанном в лаборатории кафедры сопротивления материалов Тверского государственного технического университета. Эксперименты выполнены на оболочках, изготовленных из стали 45. Рассмотрены два типа траекторий сложного докритического деформирования (рисунок 1).

На рисунке 2 приведены экспериментальные диаграммы деформирования материала при сложных процессах: сжатие затем кручение (кривая 1) и кручение затем сжатие (кривая 2) – пунктирные линии; расчетные диаграммы – сплошные линии. Как видно из рисунка, материал является условно начально изотропным.

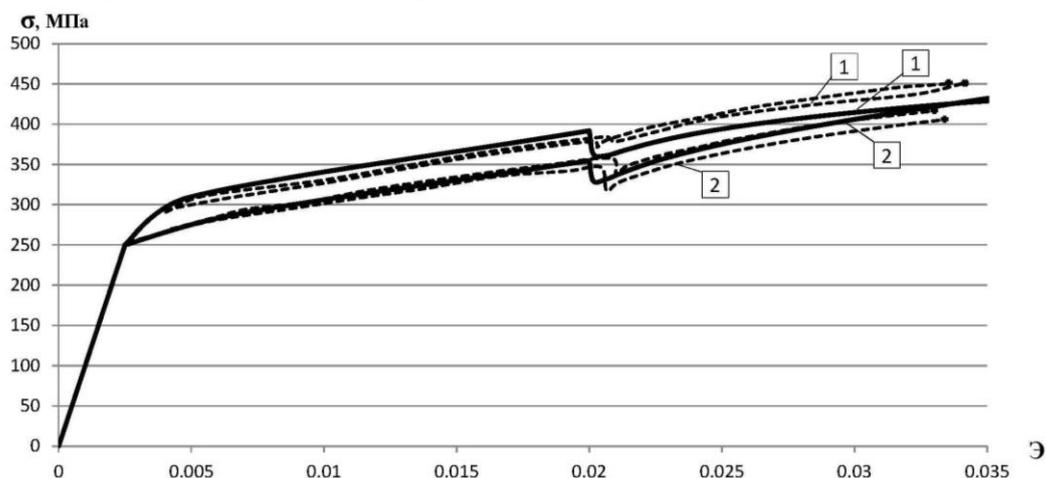


Рисунок 2. Диаграммы деформирования.

Траектории нагружения, соответствующие реализованным траекториям деформирования представлены на рисунке 3. Сплошными линиями на рисунке 3 показаны, результаты расчета, пунктирными линиями – экспериментальные данные. Символами "●" на рисунках отмечены моменты потери устойчивости.

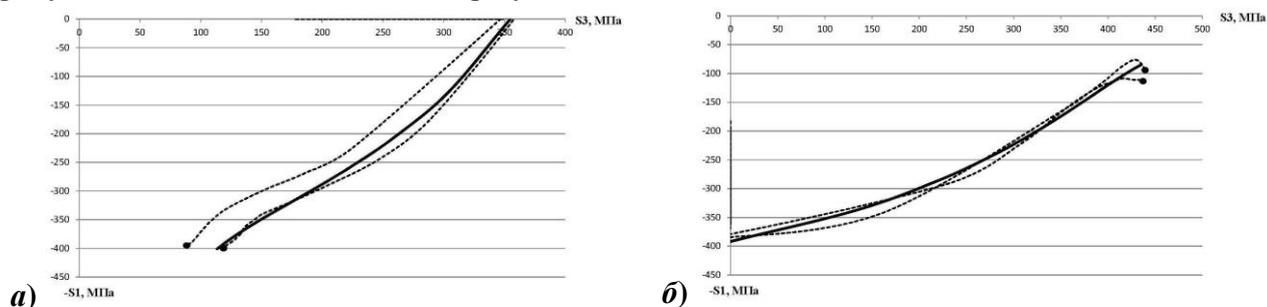


Рисунок 3. Траектории нагружения (а - тип 1, б - тип 2)

Далее на рисунках сплошной линией показаны расчетные графики для траектории тип

1, пунктирной – тип 2. График изменения угла сближения ϑ_1 от приращения длины дуги траектории деформирования представлен на рисунке 4.

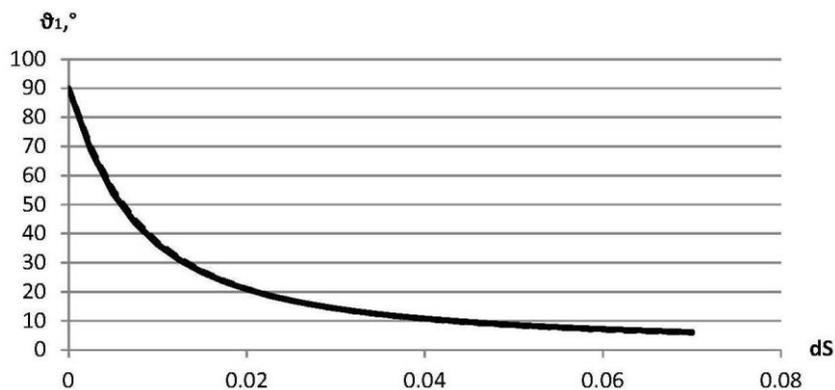


Рисунок 4. График изменения векторных свойств

Графики изменения функций пластичности в зависимости от приращения длины дуги траектории деформирования dS показаны на рисунках 5 и 6.

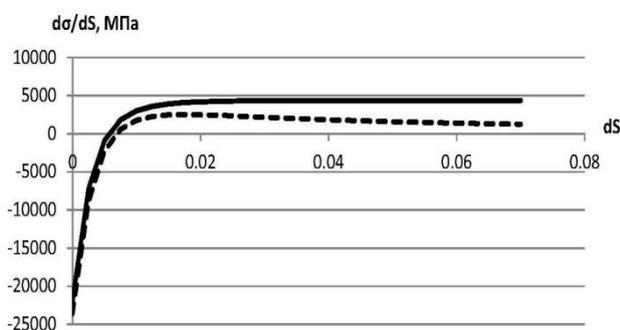


Рисунок 5. График изменения функции $d\sigma/dS$

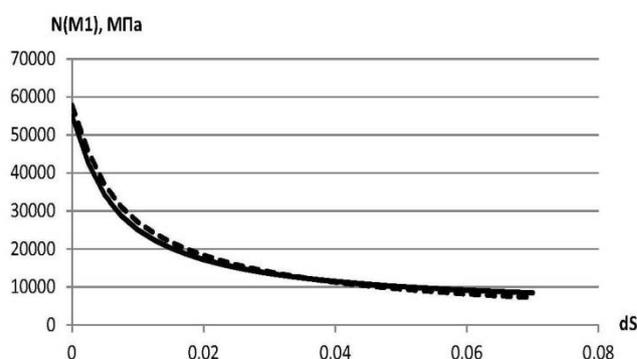


Рисунок 6. График изменения функции $N(M1)$

Полученные результаты подтверждают выполнение постулата изотропии А.А. Ильюшина на рассмотренных траекториях.

На рисунке 7 представлены графики наименьших гибкостей оболочки, построенные как огибающие кривых устойчивости, полученные при различных параметрах волнообразования оболочки m, n [3]. На рисунках 7а построены огибающие кривых устойчивости для траектории нагружения тип 1, на рисунке 7б – тип 2. Сплошная линия соответствует расчетам с учетом сложного нагружения при материальных параметрах $p = q = 2$ в аппроксимациях пластичности В.Г. Зубчанинова[3], пунктирная линия – теория Ильюшина без учета разгрузки, штрихпунктирная – теория Ильюшина с учетом разгрузки.

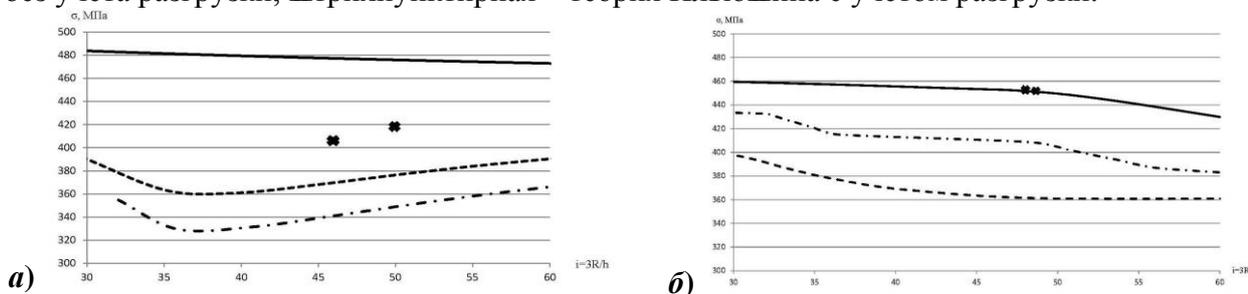


Рисунок 7. Огибающие кривых устойчивости

Точками указаны экспериментальные данные.

Задача имеет тестовый характер для прояснения степени влияния истории сложного докритического нагружения на критические параметры устойчивости оболочек.

Литература

1. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Т. 2. Пластичность / В.Г. Зубчанинов. – М.: Физматлит, 2008. – 336 с.
2. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Т. 1. Устойчивость / В.Г. Зубчанинов. – М.: Физматлит, 2007. – 448 с.
3. Охлопков, Н.Л. Об устойчивости упругопластических оболочек при пропорциональных докритических процессах комбинированного нагружения / Н.Л. Охлопков, Ф.В. Нигоматулин, С.А. Соколов, С.В. Черемных // Известия МГТУ «МАМИ» Естественные науки, т. 4. – 2015. № 1(23). – С. 64-69.
4. Зубчанинов В.Г. Экспериментальная пластичность. Кн. 1. Процессы сложного деформирования / В.Г. Зубчанинов, Н.Л. Охлопков, В.В. Гаранников. – Тверь: ТГТУ, 2003. 172 с.