

**Критерий длительной прочности, основанный на концепции разрыхления
В.В. Новожилова**

д.ф.-м.н. проф. Арутюнян Р.А.
Санкт-Петербургский государственный университет
8 (812) 5266591, Robert.Arutyunyan@paloma.spbu.ru

Аннотация. Основываясь на результатах экспериментального изучения изменения плотности в процессе высокотемпературной ползучести металлов и учитывая закон сохранения массы, сформулированы кинетические уравнения для скорости ползучести, параметра сплошности и критерий длительной прочности. Выполнен сравнительный анализ полученных решений с соответствующими результатами согласно концепции поврежденности Качанова-Работнова.

Ключевые слова: концепция разрыхления В.В. Новожилова, закон сохранения массы, металлические материалы, высокотемпературная ползучесть, параметр сплошности и поврежденности, длительная прочность, тепловая хрупкость.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 14-01-00823, 15-01-03159).

Введение

Концепция разрыхления (необратимого изменения объема) для описания циклического поведения сжимаемой пластической среды, сформулированная В.В. Новожиловым в 1965г. [1], имеет четко определенное физическое содержание. Как показывают опыты, процессы разрыхления играют определяющую роль в условиях воздействия циклических напряжений. В этих условиях происходит интенсивное образование вакансий, их коагуляция и осаждение на поверхности микропор и микротрещин. Таким образом, происходит разрыхление материала, что составляет основу процесса длительного разрушения. Для описания процессов высокотемпературного охрупчивания и хрупкого разрушения металлических материалов была разработана концепция сплошности (Л.М. Качанов [2, 3]) и поврежденности (Ю.Н. Работнов [4, 5]). В концепции Качанова параметр сплошности вводится формально без придания ему определенного физического содержания. Параметр поврежденности Работнова определяется как отношение суммарной площади пор и трещин к начальной площади поперечного сечения образца. Для выяснения физического содержания параметра сплошности или поврежденности и формулировки критерия длительной прочности в мировой научной литературе были выполнены многочисленные экспериментальные исследования. При этом наиболее распространенными можно считать опыты, в которых изучается эволюция пористости по результатам образования и развития микропор и микротрещин в процессе длительных высокотемпературных испытаний. Другие авторы считают плотность наиболее представительной характеристикой пористости и поврежденности, и в опытах изучаются закономерности необратимого изменения объема или плотности, т.е. разрыхление материала [6 – 19]. Такая позиция наиболее близка к концепции В.В. Новожилова, развитию которой посвящен ряд публикаций [20 – 27].

Экспериментальные исследования по изменению плотности различных металлов и сплавов в условиях ползучести были представлены в работах [8, 10, 11, 12, 14, 17, 18]. Возникновение пор, по результатам измерения плотности, было обнаружено на самом начальном этапе процесса ползучести. В опытах над образцами из технической чистой меди [14] в условиях воздействия малых напряжений и высоких температур (4–8 МПа, 400–500⁰ С), когда процессы разрыхления определяются образованием пор по границам зерен по меха-

низму диффузии вакансий, было установлено, что необратимое изменение объема пропорционально величине деформации ползучести. Этот эффект подтверждает теоретическое положение В.В. Новожилова о линейной зависимости разрыхления от пути пластической деформации. В данной работе сформулированы уравнения теории ползучести и критерий длительной прочности, основанные на концепции разрыхления В.В. Новожилова. Параметр сплошности определяется соотношением $\psi = \rho / \rho_0$ (ρ_0 – начальная, ρ – текущая плотность среды) [22, 25] и является интегральной мерой накопления структурных микродефектов в процессе длительного высокотемпературного нагружения. В начальном состоянии $t = 0$, $\rho = \rho_0$, $\psi = 1$, в момент разрушения $t = t_f$, $\rho = 0$, $\psi = 0$.

Концепция сплошности (поврежденности) Качанова-Работнова

В общей постановке параметр сплошности и кинетическое уравнение для этого параметра рассматривался в работах [28, 29]. Считается, что хрупкое разрушение протекает со скоростью, зависящей от напряжения $\sigma(t)$:

$$\frac{d\psi}{dt} = -f[\sigma(t)], \quad (1)$$

или, в соответствии с представлениями статистической физики, от напряжения и величины накопленной поврежденности:

$$\frac{d\psi}{dt} = -f[\sigma(t), \psi]. \quad (2)$$

Основные положения концепции хрупкого разрушения Качанова-Работнова основываются на уравнениях (1), (2), правая часть которых выбирается в виде степенной зависимости. В модели хрупкого разрушения Качанова параметр сплошности ψ ($1 \geq \psi \geq 0$) вводится произвольно без придания ему определенного физического содержания. Предполагается, что деформация ползучести не влияет на процессы разрушения, а скорость изменения параметра сплошности задается степенной функцией от эффективного напряжения [2, 3]:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \left(\frac{\sigma_{\max}}{\psi} \right)^n, \quad (3)$$

где: $A > 0$, $n \geq 0$ – эмпирические постоянные, не зависящие от напряжения, σ_{\max} / ψ – эффективное напряжение.

Решается задача о растяжении образца под воздействием постоянной нагрузки P . Считается, что хрупкое разрушение происходит при малых деформациях, поэтому пренебрегается изменением поперечного сечения образца, т.е. принимается условие $F = F_0$, тогда $\sigma_{\max} = \sigma = P / F = P / F_0 = \sigma_0 = \text{const}$, σ – истинное, σ_0 – номинальное напряжение, F_0 , F – начальная и текущая площадь поперечного сечения образца. При этих предположениях уравнение (3) записывается в виде:

$$\frac{d\psi}{dt} = -A \left(\frac{\sigma_0}{\psi} \right)^n. \quad (4)$$

В модели хрупкого разрушения Работнова [4, 5] вводится параметр поврежденности ω ($0 \leq \omega \leq 1$), который определяется следующим кинетическим уравнением:

$$\frac{d\omega}{dt} = A\sigma^n. \quad (5)$$

Параметр поврежденности вводится как $\omega = F_T / F_0$ (F_T – суммарная площадь пор) и характеризует степень уменьшения площади поперечного сечения образца. Тогда из условия $F = F_0 - F_T$ имеем $F = F_0(1 - \omega)$, $\sigma = P / F = \sigma_0 F_0 / F = \sigma_0 / (1 - \omega)$. С учетом этих соотношений уравнение (5) записывается в виде:

$$\frac{d\omega}{dt} = A \left(\frac{\sigma_0}{1-\omega} \right)^n \quad (6)$$

Уравнения (4) и (6) идентичны при условии $\omega = 1 - \psi$, $d\psi = -d\omega$. Из решения этих уравнений при начальном условии $t = 0$, $\psi = 1$, $\omega = 0$, имеем:

$$\psi = 1 - \omega = \left[1 - (n+1)A\sigma_0^n t \right]^{\frac{1}{n+1}} \quad (7)$$

Принимая условие разрушения $t = t_f^b$, $\psi = 0$, $\omega = 1$, из (7) следует критерий хрупкого разрушения:

$$t_f^b = \frac{1}{(n+1) \cdot A\sigma_0^n} \quad (8)$$

Такой подход может придать параметру сплошности Качанова физическое содержание. Однако из условия $F = F_0$, которое используется в концепции Качанова, следует $\omega = 0$, т.е. теряет смысл само понятие поврежденности. Таким образом, подобная интерпретация параметра сплошности Качанова не представляется вполне корректной.

Для определения деформации ползучести Работнов [5] ввел систему из двух взаимосвязанных уравнений для скорости ползучести и параметра поврежденности

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = b\sigma^m (1-\omega)^{-q}, \quad (9)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = c\sigma^n (1-\omega)^{-r}, \quad (10)$$

где: b, c, m, n, q, r – постоянные, $\varepsilon = \ln(l/l_0)$ – деформация, l_0, l – начальная и текущая длина образца.

В случае чисто хрупкого разрушения и малых деформаций считается $F = F_0$, $\sigma = \sigma_0 = \text{const}$ и из решения системы уравнений (9) и (10) следуют соотношение для деформации ползучести, которое считается основным результатом в теории Работнова, т.к. это соотношение описывает третий участок кривой ползучести, который, в области хрупких разрушений, полностью определяется поврежденностью материала. В то же время вывод этой формулы базируется на условии $F = F_0$, из которого, как было уже отмечено, следует $\omega = 0$, что противоречит самой концепции поврежденности. Далее при определении критерия вязко-хрупкого разрушения с помощью уравнений (9) и (10) принимается условие несжимаемости, которое также противоречит концепции поврежденности.

Уравнения для скорости ползучести, параметра сплошности и критерий длительной прочности для сжимаемой среды

Для преодоления указанных противоречий в работе [30] была предложена система уравнений для скорости ползучести и поврежденности, основанная на параметре сплошности $\psi = \rho/\rho_0$. В данной работе представлен модифицированный вариант этих уравнений, с помощью которых удастся описать основные экспериментальные результаты по ползучести и длительной прочности металлических материалов. Рассмотрим следующую систему уравнений:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma^m, \quad (11)$$

$$\psi^\alpha \frac{d\psi}{dt} = -A\sigma^n, \quad (12)$$

где: B, α – постоянные, $\sigma = \sigma_0 F_0 / F$.

Последнее уравнение этой системы соответствует более общему соотношению (2). В частном случае, когда $\alpha = 0$, уравнение (12) рассматривалось в работе [30]. С учетом закона сохранения массы $\rho_0 l_0 F_0 = \rho l F$ уравнения (11)-(12) можно записать в виде:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = B\sigma_0^m \psi^m e^{m\varepsilon}, \tag{13}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -A\sigma_0^n \psi^{n-\alpha} e^{n\varepsilon}. \tag{14}$$

Если ограничиться случаем хрупких разрушений и малых деформаций, тогда можно считать $e^{n\varepsilon} \approx 1$, и из решения уравнения (14) при начальном условии $t = 0, \psi = 1$, получим:

$$\psi = \left[1 - (\alpha - n + 1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{1}{\alpha - n + 1}}. \tag{15}$$

На рисунке 1 представлены кривые изменения параметра сплошности согласно формуле (15) при различных значениях постоянных ($\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3 и $\alpha = 1,1$ – кривая 4), которые находятся в согласии с соответствующими опытными кривыми [6-19]. При расчетах были приняты следующие значения коэффициентов: $n = 2, A = 10^{-9} [\text{МПа}]^{-2}, \sigma_0 = 100 \text{ МПа}$.

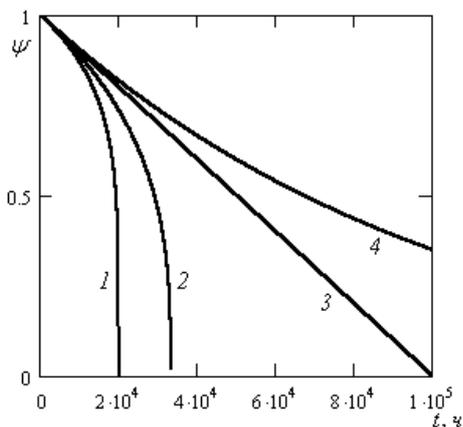


Рисунок 1. Кривые изменения параметра сплошности ψ согласно формуле (11)

$\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3 и $\alpha = 1,1$ – кривая 4

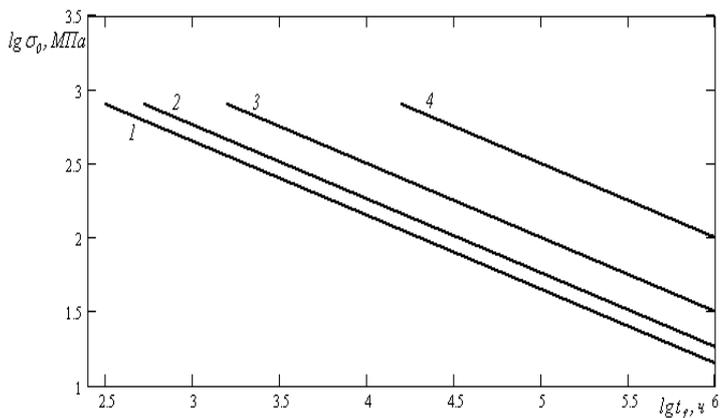


Рисунок 2. Кривые длительной прочности согласно критерию (17)

Принимая условие разрушения $t = t_f, \psi = 0$, из (15) получим критерий длительной прочности:

$$t_f^b = \frac{1}{(\alpha - n + 1) \cdot A \sigma_0^n}. \tag{16}$$

При $\alpha = 2n$ критерий (16) совпадает с критерием Качанова-Работнова (8). На рисунке 2 в двойных логарифмических координатах показаны кривые длительной прочности согласно формуле (16) для разных значений коэффициентов α ($\alpha = 6$ – кривая 1, $\alpha = 4$ – кривая 2, $\alpha = 2$ – кривая 3 и $\alpha = 1,1$ – кривая 4).

Принимая условие $e^{m\varepsilon} \approx 1$ и учитывая (15) и начальные условия $t = 0, \varepsilon = 0$, из решения уравнения (13) получим соотношение для деформации ползучести:

$$\varepsilon = \frac{B\sigma_0^{m-n}}{A(\alpha - n + 1)(m - n + 1)} \left\{ 1 - \left[1 - (\alpha - n + 1) A \sigma_0^n t \right]^{\frac{m-n+1}{\alpha-n+1}} \right\}. \tag{17}$$

На рисунке 3 представлены теоретические кривые ползучести согласно соотношению (17) для различных значений коэффициента α ($\alpha = 8$ – кривая 1, $\alpha = 6$ – кривая 2 и $\alpha = 4$ – кривая 3). Как видно из этого рисунка, предложенная система уравнений способна описать

третий участок кривых ползучести.

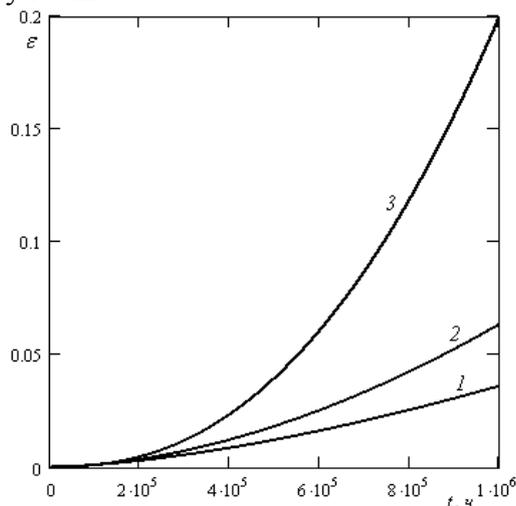


Рисунок 3. Кривые ползучести согласно формуле (17): $\alpha = 8$ – кривая 1, $\alpha = 6$ – кривая 2 и $\alpha = 4$ – кривая 3

При расчетах были приняты следующие значения коэффициентов: $n = 2$, $m = 4$, $A = 10^{-9}$ [МПа] $^{-2}$, $\sigma_0 = 100$ МПа, $B = 10^{-14}$ [МПа] $^{-4}$ (кривая 1) и $B = 2 \cdot 10^{-15}$ [МПа] $^{-4}$ (кривая 2).

Выводы

1. С учетом результатов опытов по изменению плотности в условиях высокотемпературной ползучести и закона сохранения массы обосновано использование концепции разрыхления (сплошности) при формулировке кинетических уравнений ползучести и критерия длительной прочности.
2. Получены решения для случая чисто хрупкого разрушения. Дано сравнение полученных решений с соответствующими решениями по концепции поврежденности Качанова-Работнова.
3. Построены теоретические кривые ползучести, сплошности и критерия длительной прочности. Показано, что предложенная концепция способна описать основные экспериментальные эффекты по ползучести и разрушению металлических материалов, работающих в условиях длительного воздействия малых напряжений и высоких температур.

Литература

1. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. 1965. № 4. С. 681-689.
2. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26-31.
3. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука. 1974. 311с.
4. Работнов Ю.Н. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР. 1959. С. 5-7.
5. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций М.: Наука. 1966. 752с.
6. Рыбакина О.Г., Сидорин Я.С. Экспериментальное исследование закономерностей пластического разрыхления металлов // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. 1966. № 1. С. 120-124.
7. Кузнецов Г.Б., Ковров В.Н. Учет эффектов разрыхления высоконаполненного полимера в уравнениях наследственной вязкоупругости // Известия РАН. Механика твердого тела. 1994. № 4. С. 110-115.
8. Beghi C., Geel C., Piatti G. Density measurements after tensile and creep tests on pure and slightly oxidised aluminium // J. Mat. Sci. 1970. vol. 5. № 4. P. 331-334.

9. Belloni G., Bernasconi G., Piatti G. Creep damage and rupture in AISI310 austenitic steel // *Meccanica*. 1979. vol. 12. № 2. P. 84-96.
10. Boethner R.C, Robertson W.D. A study of the growth of voids in copper during the creep process by measurement of the accompanying change in density // *Trans. of the Metallurg. Society of AIME*. 1961. vol. 221. № 3. P. 613-622.
11. Bowring P., Davies P.W., Wilshire B. The strain dependence of density changes during creep // *Metal science journal*. 1968. vol. 2. № 9. P. 168-171.
12. Brathe L. Macroscopic measurements of creep damage in metals // *Scand. J. Metal*. 1978. vol. 7. № 5. P. 199-203.
13. Gittus J. Cavities and cracks in creep and fatigue. London: Appl. Science Publishers. 1981. 296p.
14. Hanna M.D., Greenwood G.M. Cavity growth in copper at low stresses // *Acta metal*. 1982. vol. 30. № 3. P. 719-724.
15. Павлов В.А., Шалаев В.И. Упрочнение твердых растворов в результате изменения энергии дефекта упаковки // *Легирование и свойства жаропрочных сплавов*. М.: Наука. 1971. С. 61-68.
16. Perry A.J. Review cavitation in creep // *J. Mat. Sci*. 1974. vol. 9. P. 1016-1039.
17. Ratcliffe R.T., Greenwood G.W. Mechanism of cavitation in magnesium during creep // *Phil. Mag*. 1965. vol. 12. P. 59-69.
18. Woodford D.A. Density changes during creep in nickel // *Metal science journal*. 1969. vol. 3. № 11. P. 234-240.
19. Куманин В.И., Ковалева Л.А., Алексеева С.В. Долговечность металла в условиях ползучести. М.: Металлургия. 1988. 223с.
20. Арутюнян Р.А. Об учете эффекта Баушингера и объемной пластической деформации в теории пластичности // *Исследование по упругости и пластичности*. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та. 1968. № 7. С.53-61
21. Арутюнян Р.А. О критериях разрушения в условиях ползучести // *Проблемы прочности* 1982. № 9. С. 42-45.
22. Арутюнян Р.А. О роли пористости в процессах вязкого течения и хрупкого разрушения при ползучести // *Докл. РАН*. 1997. том 352. № 2. С. 190-192.
23. Арутюнян Р.А. О хрупком разрушении в условиях высокотемпературной ползучести // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 1997. № 8. С. 29-31.
24. Arutyunyan R.A., Markov K.Z. Loosening and fracture of plastic solids // *Letters in applied and engineering sciences*. Pergamon press. 1977. vol. 5. P. 187-193.
25. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. СПб.: Изд-во С.-Петербур. ун-та. 2004. 252с.
26. Фомин В.Л. Разрыхление материала и длительная прочность при ползучести // *Вестник ЛГУ*. 1989. сер.1. выпуск 3 (№ 15). С. 71-74.
27. Арутюнян Р.А. Проблема охрупчивания в механике материалов. // *Вестн. С.-Петербург. ун-та*. 2009. сер.1. вып. 1. С. 54-57.
28. Navard R.N. The extension and rupture of cellulose acetate and celluloid // *Trans. Farad. Soc*. 1942. v. 38. P. 394-400.
29. Бокшицкий М.Н. Длительная прочность полимеров. М.: Химия. 1978. 310с.
30. Арутюнян Р.А. Высокотемпературное охрупчивание и длительная прочность металлических материалов // *Механика твердого тела*. 2015. №2. С. 96-104.