

---

## **Предварительное напряжение как способ уменьшения накопления повреждений при циклическом нагружении**

д.т.н. проф. Артюх В.Г., к.т.н. доц. Корихин Н.В., д.т.н. проф. Мельников Б.Е.,  
к.ф.-м.н. доц. Семенов А.С., д.т.н. проф. Раимбердиев Т.П.  
ФГАОУ ВО «СПбПУ»,

Международный казахско-турецкий университет имени Ходжи Ахмеда Ясави  
+7 (812) 552-63-03, [artiukh@mail.ru](mailto:artiukh@mail.ru), +7 (72533) 63607, [r\\_talghan@mail.ru](mailto:r_talghan@mail.ru)

*Аннотация.* В статье показано, как, изменяя коэффициент асимметрии цикла при помощи предварительного напряжения, можно существенно увеличить усталостную прочность детали или вообще исключить ее усталостное разрушение, что особенно ценно для расходуемых элементов предохранительных устройств.

*Ключевые слова:* циклическое нагружение, повреждение, предварительное напряжение, упругий элемент, предохранительное устройство.

### **Введение**

Применение предварительного напряжения (ПН) различных конструкций известно уже давно. Цель применения ПН может быть различной. Для железобетонных конструкций основной целью является создание сжимающих усилий, что позволяет увеличить растягивающую рабочую нагрузку [1 – 4]; для буферных устройств – стремление получить наибольшую энергоемкость при ограниченных габаритах устройства [5]. Для амортизаторов станинных роликов и роликов рольгангов прокатных станов цель создания ПН в упругом элементе – сделать амортизаторы нечувствительными к статическим нагрузкам, соответствующим весу ролика и слитка [6]. Предварительно напряженными являются также болтовые соединения, в которых соединяемые элементы прижаты друг к другу, а болты растянуты.

### **Постановка задачи**

Даже те примеры применения ПН, которые приведены выше, наглядно демонстрируют большие возможности и перспективы использования его в технике для получения специфических полезных параметров. Очень интересные результаты можно получить, если применить ПН для защиты машин от аварийных поломок. Предварительно напряженная пара (ПНП) – это узел, состоящий, как минимум, из двух элементов, предварительного нагруженных одинаковыми по величине и обратными по знаку усилиями, причем эти усилия замкнуты внутри пары [7]. Такое устройство существенно влияет на прочность и жесткость защищаемой машины. Пусть элементы ПНП нагружены одинаковым усилием, которое в дальнейшем будем называть усилием предварительного нагружения  $P_p$ . Жесткости элементов, составляющих ПНП, обозначим соответственно через  $C_1$  и  $C_2$ . Элементы расположены параллельно. Индекс «1» относится к элементу большей жесткости, а индекс «2» – к элементу меньшей жесткости, т.е.  $C_1 > C_2$ . Для указанного устройства возможны четыре варианта нагружения, т.к. внешнее усилие может быть приложено к каждому из элементов ПНП в двух различных направлениях [7]:

- 1) в направлении, совпадающем с имеющейся в данном элементе предварительной нагрузкой – обозначение «+»;
- 2) противоположно имеющейся предварительной нагрузке – обозначение «-».

### **Результаты**

Общим для всех характеристик является наличие участка с суммарной жесткостью. Протяженность этого участка различна для разных вариантов нагружения. Так, для вариантов 1<sup>-</sup> и 2<sup>-</sup> суммарная жесткость сохраняется до момента, когда один из элементов разрушается или получает пластические деформации, т.е. до момента, когда характеристика любого отдельно взятого элемента становится нелинейной. Для вариантов 1<sup>+</sup> и 2<sup>+</sup> характерным явля-

ется раскрытие стыка при некоторой нагрузке  $P^*$ , после чего ПНП приобретает жесткость одного из элементов (того, который нагружался). Характеристика ПНП получается ломаной [8]. Наибольший интерес представляет собой вариант нагружения  $2^+$ , при котором рабочая характеристика ПНП имеет наибольший излом (рисунок 1). Предположим, что элемент 1 растянут, а элемент 2 сжат, и ПНП нагружается по варианту  $2^+$ . Это означает, что внешнее усилие приложено к сжатому элементу в сторону еще большего сжатия. Если принять жесткость элементов ПНП равной:

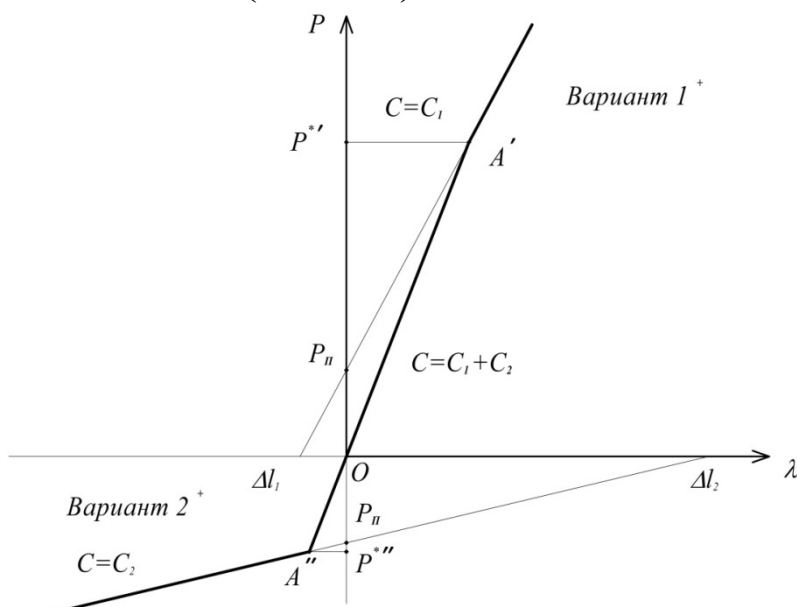
$$C_1 = \frac{P_{II}}{\Delta l_1}; \quad C_2 = \frac{P_{II}}{\Delta l_2}, \quad (1)$$

где:  $\Delta l_1$  – предварительная деформация элемента 1;

$\Delta l_2$  – предварительная деформация элемента 2,

и графически сложить две характеристики элементов ПНП на длине  $\Delta l_1$ , то для первого участка получим суммарную жесткость:

$$C = C_1 + C_2 = P_{II} \left( \frac{1}{\Delta l_1} + \frac{1}{\Delta l_2} \right) = P_{II} \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{\Delta l_1 \cdot \Delta l_2}. \quad (2)$$



**Рисунок 1. Нагружение ПНП по схеме «+»:**

$P_{II}$  – усилие ПН;  $\Delta l_1, \Delta l_2$  – предварительные деформации элементов 1 и 2;  $C_1, C_2$  – жесткости элементов 1 и 2;  $C$  – жесткость ПУ;  $P^*$  – усилие раскрытия стыка при нагружении  $1^+$ ;  $P^{**}$  – усилие раскрытия стыка при нагружении  $2^+$ ;  $\lambda$  – осадка ПНП

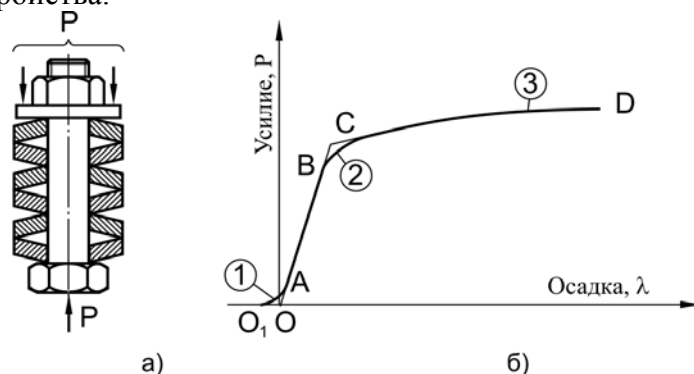
При нагружении внешней силой  $0 \leq P \leq P^*$  по схеме  $2^+$  получаем линейную характеристику. При этом:

$$C = C_1 + C_2; \quad P^* = P_{II} \frac{C_1 + C_2}{C_1}. \quad (3)$$

Если внешняя нагрузка  $P > P^*$ , то стык раскрывается, и первый элемент полностью разгружается; тогда общая жесткость  $C = C_2$ .

На рисунке 2 показана фактическая характеристика ПНП (полученная в процессе испытания образца ПНП в лабораторных условиях) с элементом меньшей жесткости в виде пакета последовательно соединённых тарельчатых пружин. Участок 1 ( $O_1A$ ) рабочей характеристики связан с выбором зазоров в системе «ПНП – испытательная машина». Поскольку ПНП в заряженном состоянии зазоров не имеет, то участок 1 отражает наличие зазоров в звеньях испытательной машины. На работу ПНП этот участок влияния не оказывает. Участок 2 ( $BC$ )

– скругление в зоне излома рабочей характеристики. Обнаруживается на всех ПНП и связано с нелинейной зависимостью местных контактных деформаций от приложенного усилия. На теоретической характеристике этого скругления нет, т.к. – теория ПНП не учитывает наличия местных контактных деформаций. Описанные отклонения от теоретической характеристики не оказывают существенного влияния на работу ПНП в качестве предохранительного устройства. Участок 3 (CD). Нелинейность этого участка вызвана нелинейностью характеристики УЭ меньшей жёсткости (в данном примере – блока тарельчатых пружин). Многие тарельчатые пружины имеют нелинейную характеристику при больших деформациях (близких к предельно допустимым). Такая нелинейность – важная часть характеристики ПНП, она легко рассчитывается и прогнозируется. Эта нелинейность устойчива, она сохраняется в процессе работы устройства.



**Рисунок 2. ПНП с упругим элементом из тарельчатых пружин:**  
**а) схема нагружения ПНП; б) рабочая характеристика ПНП**

Вариант  $1^+$  означает, что внешнее усилие приложено к растянутому элементу ПНП в сторону еще большего растяжения. Характеристика жесткости в этом случае – тоже ломаная, однако излом не так явно выражен, как для варианта нагружения  $2^+$ . На участке  $0 \leq P \leq P^*$  ПНП также имеет линейную характеристику с жесткостью  $C = C_1 + C_2$ . Но если исходить из равенства величин  $P_{\text{п}}$  для вариантов  $1^+$  и  $2^+$ , то в варианте  $1^+$  получим большее значение  $P^*$ , чем в варианте  $2^+$ . Таким образом, при использовании ПНП в качестве предохранителя желательно иметь в этой паре набор элементов существенно различной жесткости, т.е.  $C_1 \gg C_2$ . Внешнее усилие должно быть приложено к элементу меньшей жесткости, включающему в себя расходуемый элемент (РЭ). Если РЭ имеет жесткость, большую, чем требуемая для получения нужной рабочей характеристики, то последовательно с РЭ может быть установлен упругий элемент существенно меньшей жесткости, чем РЭ. Поскольку при последовательном соединении элементов суммируются их податливости, то суммарная жесткость при исходных жесткостях  $C_2$  и  $C_{\text{п}}$  составит:

$$C'_2 = \frac{C_2 \cdot C_{\text{п}}}{C_2 + C_{\text{п}}}, \quad (4)$$

т.е. суммарная жесткость  $C'_2$  получается меньше, чем жесткость пружины  $C_{\text{п}}$ .

Уменьшение накопления усталостных повреждений [9 – 12] и даже исключение усталостного разрушения – вполне реальная задача применительно к РЭ предохранителей. Эта задача может быть решена применением ПНП в качестве составляющей предохранительного устройства (ПУ) с РЭ. Таковой является ПНП, у которой элемент меньшей жесткости представляет собой РЭ (или РЭ, соединенный последовательно с пружиной). ПНП нагружается по схеме «+».

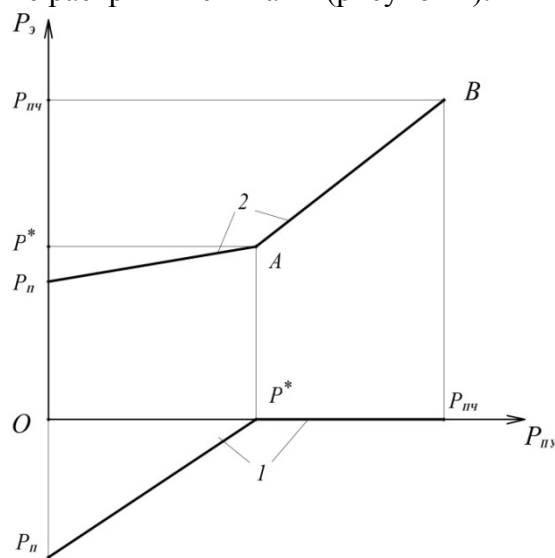
Наиболее частым вариантом нагружения металлургического оборудования является нагружение отнулевым циклом. Тогда, если внешнее усилие, действующее на ПУ, изменяется в пределах  $0 \leq P_{\text{пу}} \leq P^*$ , то усилие  $P_{\text{рз}}$ , действующее на РЭ, изменяется в гораздо более узком интервале:

$$P_{II} \leq P_{PЭ} \leq P_{II} + P_{ПУ} \frac{C_2}{C_1 + C_2}. \quad (5)$$

При внешнем усилии, превышающем усилие раскрытия стыка (т.е. при  $P_{ПУ} > P^*$ ), усилие на РЭ:

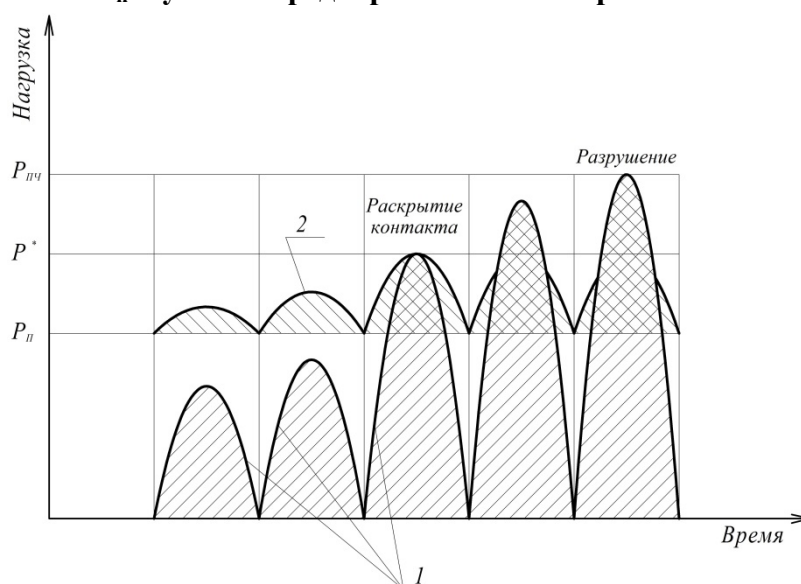
$$P_{PЭ} = P_{ПУ}. \quad (6)$$

Формулы (5) и (6) дают функцию, отображающую внешнее усилие, действующее на предохранитель, на усилие, приложенное к РЭ (рисунок 3). Наиболее вероятным случаем применения ПНП в ПУ с РЭ является вариант, когда рабочая нагрузка  $P_{ПУ}$  на предохранитель равна или превышает усилие раскрытия стыка  $P^*$  (рисунок 4).



**Рисунок 3. Отображающая функция ПНП для варианта нагружения 2+:**

$P_3$  – усилие в элементах ПНП;  $P_{ПУ}$  – усилие на ПУ; 1 – усилие в элементе большей жесткости, не содержащем РЭ; 2 – усилие в элементе меньшей жесткости, содержащем РЭ; А – точка раскрытия стыка между элементами ПНП; В – точка разрушения РЭ;  $P_{II}$  – усилие предварительного напряжения



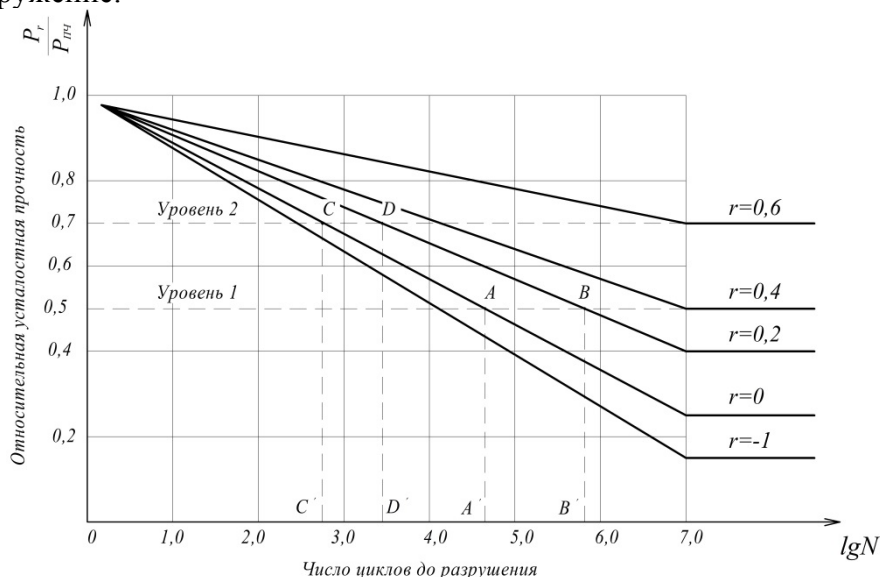
**Рисунок 4. Схема нагружения предохранителя с ПНП циклической нагрузкой:**

1 – внешний цикл нагрузок, действующий на ПНП; 2 – цикл нагрузок на РЭ предохранителя;  $P_{пч}$  – разрушающее усилие;  $P^*$  – усилие раскрытия стыка элементов ПНП;  $P_{II}$  – усилие предварительного нагружения

Рассмотрим влияние величины ПН на усталостную прочность РЭ. Для этого предположим, что у нас имеются кривые Велера в полулогарифмических координатах, причем по оси абсцисс отложен  $\lg N$  (здесь  $N$  – число циклов), а по оси ординат – разрушающая нагрузка для РЭ предохранителя (тем самым сразу учитываются концентрация напряжений, абсолютные размеры и состояние поверхности). Такие кривые усталости показаны на рисунках 5 и 6. Излом характеристик соответствует нагрузке  $P_r$  – разрушающей нагрузке при данном коэффициенте асимметрии цикла  $r$ . Самая низкая характеристика  $P_r = P_{-1}$  соответствует симметричному циклу. Следующая за ней характеристика  $P_r = P_0$  соответствует пульсирующему циклу. Все остальные характеристики для коэффициента асимметрии цикла  $r > 0$  расположены выше, чем основная характеристика для пульсирующего цикла.

Рассмотрим два варианта РЭ. Первый обладает низкой усталостной прочностью (это связано с концентрацией напряжений, состоянием поверхности, абсолютными размерами и т.п.). Этот случай соответствует работе брехшпинделя (под термином «усилие» в дальнейшем понимается обобщенное понятие силы, т.е. для брехшпинделя это – крутящий момент). Кривые усталости даны не для лабораторных образцов, а для РЭ предохранителей, поэтому вместо напряжений учитываются силы (см. рисунок 5). При этом силы берутся относительными (по отношению к предельной разрушающей нагрузке, соответствующей статическому разрушению).

Второй вариант представляет собой РЭ с высокой усталостной прочностью (например, гладкие пальцы малого диаметра для муфт предельного момента). Здесь тот же набор кривых (для  $r = -1; 0; 0,2; 0,4; 0,6$ ) располагается на более высоком уровне по отношению к статической разрушающей нагрузке (см. рисунок 6). Для этих двух вариантов РЭ рассмотрено двухуровневое нагружение:



**Рисунок 5. Кривые усталости при низкой усталостной прочности РЭ: а) уровень 1 – 50% от разрушающей нагрузки; б) уровень 2 – 70% от разрушающей нагрузки**

Нагрузка уровня 1 не обеспечивает усталостной прочности РЭ при пульсирующем цикле (см. рисунок 5). Чтобы исключить усталостное разрушение полностью, нужно, чтобы коэффициент асимметрии цикла был изменен с  $r = 0$  до  $r = 0,4$ . При меньших значениях коэффициента асимметрии цикла (например, при  $r = 0,2$ ) долговечность повышается в

$$10^{(5,3-4,3)} = 10^{1,0} = 10 \text{ раз,} \tag{7}$$

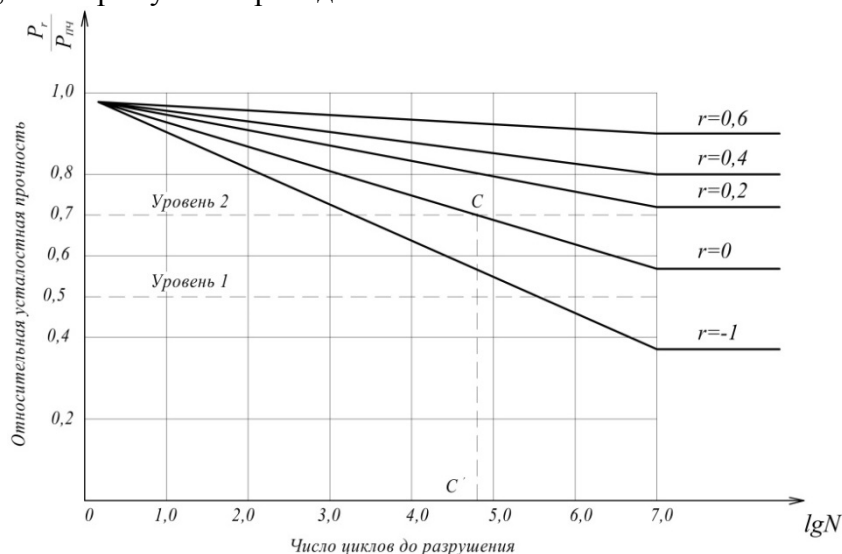
т.е. полезным оказывается любое изменение коэффициента асимметрии цикла, при котором значение  $r$  увеличивается в направлении от нуля до единицы.

При более высоком уровне нагружения (уровень 2) добиться исключения усталостного разрушения можно, если обеспечить  $r \geq 0,6$ .

При  $r = 0,2$  получим увеличение долговечности в  $10^{(3,4-2,8)} = 10^{0,6} = 4$  раза. (8)

Это указывает на то, что при более высоком уровне нагружения эффект от изменения  $r$  путем ПН ослабевает.

В случае РЭ с высокой усталостной прочностью (см. рисунок 6) при первом уровне нагружения усталостная прочность обеспечена, а при втором – нет, но уже при  $r = 0,2$  гарантируется отсутствие усталостного разрушения. Таким образом, все меры повышения усталостной прочности способствуют устранению усталостного разрушения РЭ, однако добиться полного его исключения возможно лишь изменением характеристики цикла нагружения путем предварительного напряжения РЭ. Эффект достигается при новом коэффициенте асимметрии цикла  $r_1$ , к которому мы переходим от значения  $r = 0$ .



**Рисунок 6. Кривые усталости при высокой усталостной прочности РЭ: а) уровень 1 – 50% от разрушающей нагрузки; б) уровень 2 – 70% от разрушающей нагрузки**

Более точно можно определить требуемую характеристику цикла по диаграммам предельных амплитуд Хэя. На рисунках 7 и 8 показаны две такие диаграммы для низкой и высокой усталостной прочности РЭ (вместо напряжений по осям координат отложены относительные нагрузки, а именно постоянная  $P_m$  и переменная  $P_\alpha$  составляющие цикла). На этих диаграммах симметричный цикл соответствует положению оси ординат, пульсирующий – линии ОС, составляющей углы в  $45^\circ$  с координатными осями. Цикл с  $r = 1,0$  соответствует положению оси абсцисс.

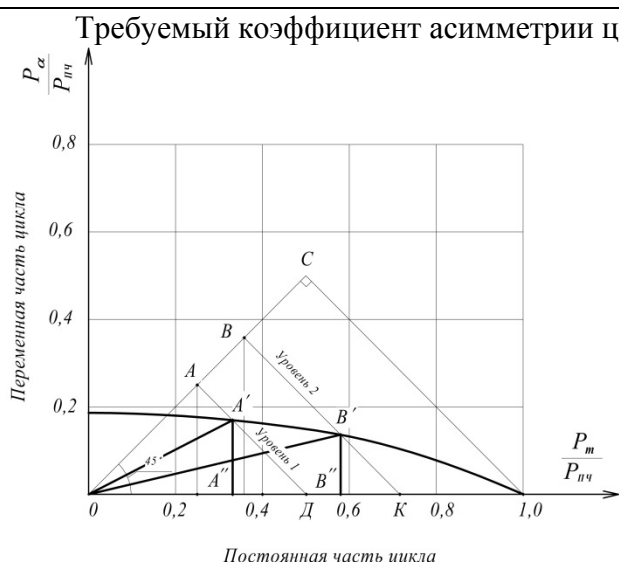
На рисунке 7 линия АД изображает первый уровень нагружения ( $P_{max} = 0,5 P_{пч}$ ), а линия ВК – второй уровень нагружения ( $P_{max} = 0,7 P_{пч}$ ). Здесь  $P_{пч}$  – усилие, соответствующее пределу прочности. Точки А и В находятся выше диаграммы предельных амплитуд, следовательно, усталостная прочность не обеспечена. Линии АА' и ВВ' – это линии постоянных уровней напряжения. Точка А' изображает такой цикл нагружения, при котором  $P_{max} = 0,5 P_{пч}$ . При этом  $P_\alpha = |A'A''|$ ;  $P_m = |OA''|$ .

$$P_{max} = P_m + P_\alpha = |OA''| + |A'A''| = 0,34 + 0,16 = 0,50; \quad (9)$$

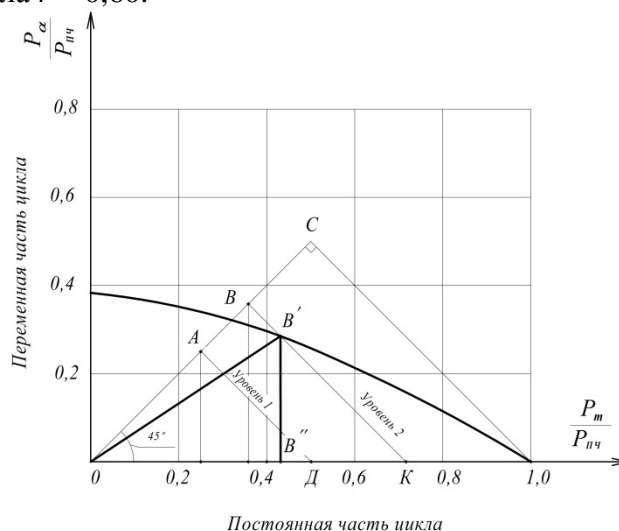
$$r = \frac{P_{min}}{P_{max}} = \frac{|OA''| - |A'A''|}{|OA''| + |A'A''|} = \frac{0,34 - 0,16}{0,34 + 0,16} = 0,36. \quad (10)$$

Требуемый коэффициент асимметрии цикла  $r = 0,36$ . Для второго уровня нагружения (точка В' на кривой):

$$r = \frac{P_{min}}{P_{max}} = \frac{|OB''| - |B'B''|}{|OB''| + |B'B''|} = \frac{0,56 - 0,14}{0,56 + 0,14} = 0,60. \quad (11)$$



**Рисунок 7. Диаграмма предельных амплитуд Хэя при низкой усталостной прочности РЭ**



**Рисунок 8. Диаграмма предельных амплитуд Хэя при высокой усталостной прочности РЭ**

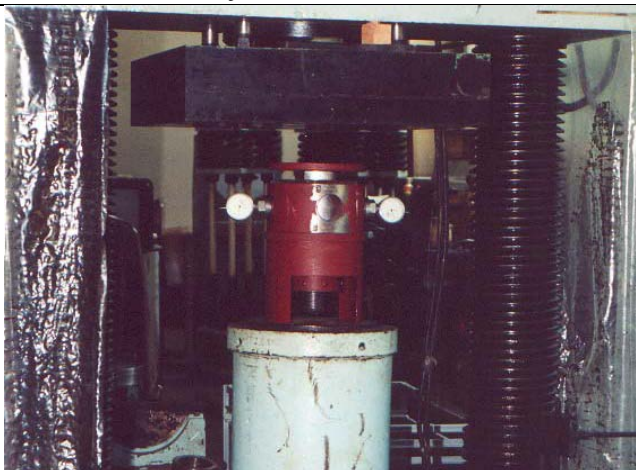
Для детали с высокой усталостной прочностью (см. рисунок 8) при первом уровне нагружения усталостная прочность для пульсирующего цикла обеспечена, т.к. точка А находится ниже кривой предельных амплитуд. Для второго уровня нагружения точка В находится над кривой. Следовательно, при пульсирующем цикле деталь имеет ограниченную долговечность. Для исключения усталостного разрушения нужно перейти от точки В к точке В'. При этом новая характеристика цикла:

$$r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = \frac{|OB''| + |B'B''|}{|OB''| + |B'B''|} = \frac{0,42 - 0,28}{0,42 - 0,28} = 0,20. \quad (12)$$

Рассмотренные выше примеры хорошо демонстрируют возможности ПН, в случае если для данной детали построены соответствующие диаграммы (кривые выносливости или диаграммы предельных амплитуд), для чего нужно выполнить объемную серию опытов. Последнее не всегда возможно технически (например, для таких крупных деталей, как брешпиндели). В этом случае придется воспользоваться приближенными расчетами, основанными на упрощении исходных экспериментальных кривых [7].

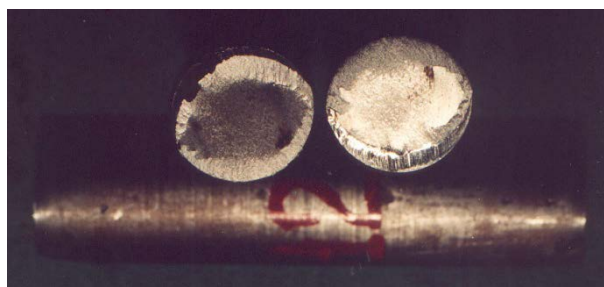
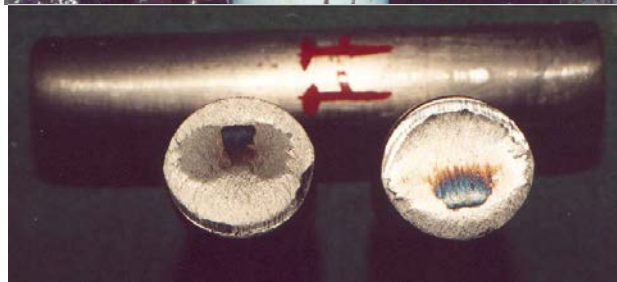
При оценке эффективности применения ПН в случае сложных программ нерегулярного нагружения, а также при нагружении в условиях многоосного напряженного состояния рационально использование энергетических моделей накопления усталостных повреждений [13 – 15]. Также с применением указанного подхода, возможно произвести оценку долговечности элементов основной конструкции при неидеальном срабатывании предохранителя.

С целью проверки эффекта ПН РЭ в лаборатории кафедры «Сопrotивление материалов» было спроектировано и изготовлено опытное устройство [16] для испытания предварительно напряженных срезных пальцев ПУ, в котором элементом меньшей жесткости является узел срезного пальца вместе с тарельчатыми пружинами (рисунок 9). Для создания и поддержания на определенном уровне ПН в РЭ (среznом пальце) в конструкцию устройства введены упругие элементы (тарельчатые пружины), установленные на пуансон и расположенные между корпусом и опорой. Срезной палец выполняется гладким с целью увеличения его усталостной прочности. Для минимизации зазоров между втулками, срезающими палец, на него установлены дополнительные режущие втулки, плотно поджатые друг к другу гайками. Режущие втулки, срезной палец и гайки образуют узел срезного пальца (рисунок 10), который устанавливается в устройство как единое целое по посадке с гарантированным зазором. Такая посадка позволяет легко извлекать из устройства части разрушенного срезного пальца вместе с режущими втулками.



**Рисунок 9. Устройство для испытания предварительно напряженных срезных пальцев в прессе ПР-500**

**Рисунок 10. Узел срезного пальца**



**Рисунок 11. Срезанные на прессе ПР-500 предварительно напряженные пальцы**

Сечения разрушенных на прессе ПР-500 предварительно напряженных срезных пальцев показаны на рисунке 11. При усталостных испытаниях пятнадцати срезных пальцев на машине ГРМ-1 по отнулевому циклу внешних нагрузок ( $\alpha = 0,7$ ) при  $r_1 = 0,4$  все пальцы выдержали базовое число циклов.

#### **Выводы**

1. Доказано, что, изменяя коэффициент асимметрии цикла, можно полностью исключить усталостное разрушение детали.
2. При оценке эффективности применения предварительного напряжения в случае сложных программ нерегулярного нагружения, а также при нагружении в условиях многоосного напряженного состояния рационально использование энергетических моделей накопления усталостных повреждений. С применением указанного подхода возможно произвести оценку долговечности элементов основной конструкции при неидеальном срабатывании предохранителя.

#### **Литература**

1. Леонгардт Ф. Напряженно армированный железобетон и его практическое применение: Пер. с нем. / Ф. Леонгардт. – М.: Госстройиздат, 1957. – 590 с.
2. Гийон И. Предварительно напряженный железобетон: Пер. с франц. / И. Гийон. – М.: Госстройиздат, 1959. – 705 с.
3. Честелли-Гуиди К. Предварительно напряженный железобетон: Пер. с итал. / К. Честелли-Гуиди. – М.: Госстройиздат, 1960. – 470 с.
4. Барнетт Р.Л., Херманн П.Ц. Предварительно напряженные хрупкие конструкции // Разрушение.- М.: Машиностроение, 1977. – Т. 4. – С. 152–240.
5. Current Views on the Detailed Design of Heavily Loaded Components for Rolling Mills / V. Mazur, V. Artyukh, G. Artyukh, M. Takadzhi // Engineering Designer. – 2012. – V. 37, № 1. – Pp. 26–29.
6. Loading Decrease in Metallurgical Machines / Nabeel S. Gharaibeh, Mohammed I. Matarneh, V. G. Artyukh // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology. – 2014. –



---

№ 8(12). – Рр. 1461–1464.

7. Артюх В.Г. Точность предохранителей для металлургических машин: Монография / В.Г. Артюх.- Мариуполь: Изд-во ПГТУ, 2000. – 177 с.
8. Артюх В.Г. Увеличение усталостной прочности расходуемых элементов предохранительных устройств металлургических машин / В.Г. Артюх // Удосконалення процесів та обладнання обробки тиском в металургії і машинобудуванні: Тематичний збірник наукових праць.- Краматорськ, 2001. – С. 56–60.
9. Troshchenko, V.T. Cyclic Inelasticity and High-cycle Fatigue of Metals with Consideration of the Stress Gradient Effect (2011) *Strength of Materials*, 43 (4), pp. 396–404.
10. Makkonen, M. Predicting the Total Fatigue Life in Metals (2009) *International Journal of Fatigue*, 31 (7), pp. 1163–1175.
11. Medhurst, T., Esderts, A., Masendorf, R. Fatigue Life Calculation Concepts for Structures with Locally Modified Properties (2010) *Advanced Materials Research*, 137, pp. 317–346.
12. Starke, P., Klein, M., Eifler, D. Resistivity – a Characteristic Fingerprint of Fatigue Induced Changes in the Microstructure of Metallic Materials (2011) *Procedia Engineering*, 10, pp. 698–703.
13. Melnikov, B., Semenov, A. Fatigue Damage Accumulation under the Complex Varying Loading // *Applied Mechanics and Materials*. – Vol. 617 (2014). – Рр. 187–192.
14. Мельников Б.Е. Применение энергетической модели оценки прочности при нескольких циклах нагружения в случае сложного неоднородного напряженного состояния / Б.Е. Мельников [и др.] // В сборнике: Современные проблемы ресурса материалов и конструкций. Труды III школы-семинара. – М.: Изд-во МГТУ «МАМИ», 2009. – С. 140–147.
15. Павлов П.А., Айнабеков А.И., Раимбердиев Т.П., Мельников Б.Е. Длительная прочность сталей в условиях сложного и термомеханического нагружения. – Алматы: Фылым, 1996. – 147 с.
16. Артюх В.Г. Устройство для испытания предварительно напряженных срезных пальцев / В.Г. Артюх // *Вестник ПГТУ*. – Мариуполь, 1999. – Вып. 8. – С. 101–105.