

## **Требования современных методов расчета запасов статической прочности к механическим и прочностным характеристикам материалов ЖРД**

к.т.н. Владимирова С.А., Кондратенко М.А.

ФГУП ЦНИИМаши

8(495) 513-59-14, [VladimirovSA@tsniimash.ru](mailto:VladimirovSA@tsniimash.ru); 8(495) 513-43-26, [KondratenkoMA@tsniimash.ru](mailto:KondratenkoMA@tsniimash.ru)

*Аннотация.* В статье рассмотрены основные аспекты проведения статических испытаний на растяжение круглых одноосных образцов и обработки полученных результатов с целью получения механических и прочностных характеристик материалов, используемых в дальнейшем для получения критериев разрушения конструкций. Затронуты некоторые вопросы численного моделирования механического поведения испытываемых образцов, а также даны рекомендации по использованию стандартных характеристик при построении диаграмм свойств материалов.

*Ключевые слова:* испытываемый образец, растяжение, устойчивость, разрушение, диаграмма свойств.

### **Введение**

Одним из основополагающих требований к конструкциям ракетно-космической техники (РКТ) является требование обеспечения прочности, учитываемое на всех этапах проектирования, разработки и опытной эксплуатации создаваемых изделий. Под отработкой прочности, в основном, понимают проведение расчетно-теоретических и экспериментальных работ в части определения конструкционной прочности и деформативности узлов создаваемых конструкций, работающих в условиях, близких эксплуатационным, в том числе:

- в двух- и трехосном напряженно-деформированном состоянии (НДС) в равномерных, неравномерных и нестационарных температурных полях;
- при воздействии статических, циклических, ударных и акустических нагрузок.

Этапы отработки прочности являются основными этапами создания конструкций РКТ и включают в себя:

- разработку нормативных документов, определяющих объем отработки прочности, необходимый и достаточный для обеспечения заданной в ТЗ на изделие надежности;
- разработку методов испытаний конструкции на прочность и создание необходимой экспериментальной базы;
- определение физико-механических характеристик конструкционных материалов;
- разработку методов определения различного рода нагрузок и проведение расчетов нагрузок;
- разработку методов расчетов на прочность и методов оптимизации габаритно-массовых характеристик создаваемых изделий;
- проведение расчетов на прочность и оптимизацию габаритно-массовых характеристик создаваемых изделий;
- проведение экспериментальной отработки прочности создаваемых изделий и их составных частей (СЧ).

Стоит, однако, понимать, что обозначенные этапы отработки прочности создаваемых изделий РКТ и их СЧ тесно взаимосвязаны друг с другом. Так, к примеру, разработка нормативной документации, включающей объемы проведения расчетно-экспериментальных работ, невозможна без понимания используемых методов проведения расчетов на прочность, а также закладываемых в них критериев разрушения исследуемых конструкций и степеней их до-

стоверности. Проведение экспериментальной обработки прочности изделия невозможно без знания типовых нагрузок, действующих на него на различных этапах его эксплуатации и методов их идентификации. Разработка расчетных схем, необходимых для проведения поверочных и оценочных расчетов, требует знания физико-механических характеристик конструкционных материалов и критериев их разрушения.

Наличие взаимосвязи между этапами обработки прочности приводит к необходимости определения с высокой степенью достоверности основных исходных данных для проведения расчетов на прочность – механических и прочностных характеристик материалов изделий РКТ.

### Механические и прочностные характеристики материалов ЖРД

С целью стандартизации перечней стандартных механических характеристик материалов, а также способов их экспериментального определения, на территории РФ введен в действие целый ряд нормативных документов, определяющий порядок и методы проведения испытаний.

Основным документом, определяющим порядок проведения статических испытаний металлов при комнатной температуре, является ГОСТ 1497-84 (Металлы. Методы испытаний на растяжение). Большинство других нормативных документов, устанавливающих методы проведения статических испытаний различных образцов при повышенных и пониженных температурах, ссылаются на predetermined в ГОСТ 1497-84 методы и подходы к получению механических характеристик материалов, в том числе:

- ГОСТ 9651-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение при повышенных температурах;
- ГОСТ 11150-84. Металлы. Методы испытания на растяжение при пониженных температурах;
- ГОСТ 11701-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение тонких листов и лент и др.

ГОСТ 1497-84 устанавливает методы проведения статических испытаний на растяжение черных и цветных металлов для определения следующих механических характеристик материалов:

- предел пропорциональности  $\sigma_{пц}$ ;
- предел упругости (убрано в новой редакции ГОСТ 1497-90);
- модуль упругости  $E$ ;
- пределы текучести физический  $\sigma_T$  и условный  $\sigma_{0,2}$ ;
- временное сопротивление  $\sigma_B$ ;
- относительное равномерное удлинение после разрыва  $\delta_5$ ;
- относительное сужение поперечного сечения образца после разрыва  $\psi$ .

В действующей на территории РФ нормативной документации официальных методик для определения коэффициента Пуассона  $\mu$  у сталей и сплавов не представлено. Официально нормированные значения коэффициента Пуассона для ряда металлов приведены лишь в ограниченном числе стандартов, в том числе в ГОСТ 25.503-97 «Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов».

Регистрация диаграммы растяжения образца, зависимости растягивающего усилия  $F_{раст}$  от относительного удлинения образца  $\delta = \Delta L/L_0$ , действующими стандартами также не регламентирована. Более того, в списке регламентированных к определению свойств отсутствует равномерная деформация  $\varepsilon_B$ , при которой в опытах на растяжение одноосных образцов достигается предельное значение растягивающего усилия. Ко всему прочему, в действующих стандартах на определение механических свойств материалов отсутствуют четкие указания касательно способов нагружения испытываемых образцов и типов используемых испытательных машин. Однако доподлинно известно, что способ нагружения испытываемого образца зачастую предопределяет качество получаемой диаграммы растяжения.

При так называемом «мягком» нагружении с фиксированной скоростью приращения растягивающего усилия возможно определение лишь части диаграммы свойств до достижения образцом равномерной деформации  $\varepsilon_{\beta}$ . Такой способ определения диаграммы подходит только для малопластичных материалов, вид диаграммы которых после прохождения точки  $[\sigma_{\beta}, \varepsilon_{\beta}]$  расчетчикам не интересен.

Для проведения расчетов конструкций, претерпевающих большие формоизменения в процессе нагружения, а также определения критериев разрушения высокопластичных материалов необходимо знание полного вида диаграммы растяжения, получение которой возможно лишь при «жестком» нагружении с фиксированной скоростью растяжения испытуемого образца. Момент достижения предельной нагрузки при «жестком» растяжении одноосного образца для большинства высокопластичных материалов является моментом начала образования локального формоизменения в виде так называемой «шейки». Хотя сказанное верно лишь приблизительно, так как процесс образования «шейки» при «жестком» растяжении круглых одноосных образцов зарождается с самого начала нагружения в зонах геометрической неправильности образцов, будущих концентраторов напряжений – захватных фланцев, мест нанесения меток керном и прочего. И лишь при достижении на диаграмме растяжения точки  $[\sigma_{\beta}, \varepsilon_{\beta}]$  образуется локальное утонение на рабочей зоне испытуемого образца, что соответствует началу момента потери устойчивости образца, но не началу его разрушения. Момент достижения равномерной деформации сигнализирует лишь о достижении деформации, при которой напряженно-деформированное состояние в испытуемом образце уже нельзя считать однородным. Испытуемый образец прекрасно «работает» и после прохождения точки потери устойчивости, что позволяет определять полную диаграмму растяжения.

Явление потери устойчивости при «жестком» растяжении круглых образцов играет весьма важную роль в понимании процессов нарушения сплошности в реальной среде и причин разрушения элементов конструкций. Знание стандартных характеристик материалов – условного предела текучести  $\sigma_{0.2}$  и предела прочности  $\sigma_{\beta}$ , принятых в качестве основных критериев статического разрушения мало- и высоконагруженных конструкций, позволяет лишь ответить на вопрос качественного определения несущей способности конструкции. При использовании такого формального подхода остается в стороне рассмотрение вопроса влияния на несущую способность конструкции отдельных видов напряжений – общих и местных, а также влияния на несущую способность степени объемности напряженно-деформированного состояния, возникающего при всяком нагружении реальных конструкций. Первый из этих критериев носит вспомогательный характер, так как для изготовления ЖРД используются в основном материалы, допускающие значительные пластические деформации без разрушения. Предел прочности является основной величиной, по которой определяются запасы прочности конструкции. В Нормах прочности ЖРД предел прочности  $\sigma_{\beta}$  назван характеристикой материала. Но из самого способа экспериментального определения этой величины видно, что в равной степени он является и свойством испытательного образца как конструкции. Поэтому с целью определения влияния НДС на несущую способность реальных конструкций в первую очередь необходимо проводить расчетные исследования НДС, возникающего в прототипах этих конструкций – испытуемых образцах. И лишь на основе полученных критериев разрушения испытуемых образцов с реализацией различной степени объемности НДС (в «шейках», или же в искусственных концентраторах напряжений) возможно вынесение дальнейших суждений о жизнеспособности реальных изделий.

Для правильного описания методами механики сплошной среды возникающего в процессе нагружения испытуемых образцов НДС знания только стандартных вышеописанных характеристик недостаточно – требуется знание истинной диаграммы свойств материала  $\sigma(\varepsilon)$ .

### Истинная диаграмма свойств материала

Истинной диаграммой свойств материала, полученной при «жестком» нагружении силой  $F_{\text{раст}}$  круглого одноосного образца минимальным сечением  $S_{\text{тек}}$ , является зависимость истинных напряжений  $\sigma = F_{\text{раст}}/S_{\text{тек}}$  от полной  $\varepsilon = \ln(1 + \Delta L/L_0)$ , либо пластической  $\varepsilon_p = \varepsilon - \sigma/E$  деформации на базе датчика – экстензометра.

Зачастую при проведении расчетов прочности реальных конструктивных элементов полная диаграмма свойств материала  $\sigma(\varepsilon)$  неизвестна. Способ определения диаграммы свойств зависит от возможностей применяемого при определении механических характеристик материала экспериментального оборудования. Для экспериментального определения диаграммы свойств необходимо наличие систем видео-фиксации для определения зависимости растягивающего усилия от минимального поперечного сечения образца. Необходимое условие качественного определения диаграммы при таком способе – наличие точной фокусировки оптического оборудования на постоянно смещающемся локальном сужении растягиваемого образца, что зачастую невыполнимо и приводит к большим ошибкам определения текущего минимального сечения. Другой способ – восстановление диаграммы свойств или из набора стандартных экспериментальных характеристик (получаемых в соответствии с требованиями ГОСТ 1497-84), или по диаграмме растяжения круглого одноосного образца – зависимости номинальных напряжений  $\sigma_n = F_{\text{раст}}/S_{\text{нач}}$  от деформации, где  $S_{\text{нач}}$  – начальная площадь поперечного сечения испытываемого образца.

Задача восстановления диаграммы свойств состоит из двух этапов: определения диаграммы численными методами до момента образования локального формоизменения испытываемого образца в точке  $[\sigma_\beta, \varepsilon_\beta]$  и итерационного метода восстановления диаграммы после этой точки.

На первом этапе определения диаграммы принимается во внимание тот факт, что напряженно-деформированное состояние круглого образца при  $\varepsilon \in [0, \varepsilon_\beta]$  является однородным, в связи с чем можно вывести следующую функциональную зависимость истинного напряжения от силы растяжения образца [1]:

$$\sigma_n = \sigma * e^{\frac{\sigma}{3K} - \varepsilon}, \quad (1)$$

где:  $K$  – модуль объемного сжатия.

Хорошее приближение к точному численному решению уравнения (1) с погрешностью в 0,1 % относительно переменной  $\sigma$  дает формула [2]:

$$\sigma = \frac{3K}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4\sigma_n e^\varepsilon}{3K}} - 1 \right), \quad (2)$$

являющаяся более общей относительно хорошо известной формулы для малопластичных материалов  $\sigma = \sigma_n (1 + \varepsilon_{\text{лин}})$  [3], дающей погрешность до 30 % для исследуемых материалов.

Используя формулы (1) и (2), получим следующие реперные точки диаграммы свойств в истинных напряжениях:

- $\varepsilon_{0,2} = 0.002 + \frac{\sigma_{0,2}}{E}$  – полная логарифмическая деформация, фиксирующая начало необратимых пластических деформаций;
- $\sigma|_{\varepsilon=\varepsilon_{0,2}} = \sigma_{0,2}$  – истинное напряжение, соответствующее 0.2 % полной деформации;
- $\sigma|_{\varepsilon=\varepsilon_\beta} = \sigma_\beta$  – истинное напряжение, соответствующее моменту достижения временного сопротивления на диаграмме растяжения.

В случае наличия лишь стандартных характеристик, регламентируемых к определению ГОСТ 1497-84, восстановление диаграммы свойств должно производиться по хорошо известной степенной зависимости:

$$\sigma = \sigma_\beta \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_\beta} \right)^n, \quad (3)$$

где модуль упрочнения  $n$  совпадает с величиной полной деформации  $\varepsilon_\beta$ , при которой дости-

гается максимум осевой силы при одноосном растяжении. Данная формула хорошо описывает поведение материалов с отсутствующей явно-выраженной площадкой текучести. В случае наличия полной диаграммы растяжения использование приближения (3) для получения диаграммы свойств до момента достижения равномерной деформации  $\varepsilon_B$  нежелательно, т.к. это приводит к накоплению некоей ошибки, оказывающей, тем не менее, влияние на восстановленную на последующем этапе итерационным методом диаграмму свойств. Более того, как показывают расчеты, представление полной диаграммы свойств в виде (3) (взамен восстановленной по полученной экспериментальным путем диаграмме растяжения) дает существенную ошибку при определении НДС элементов конструкций, в которых полная деформация превышает равномерную.

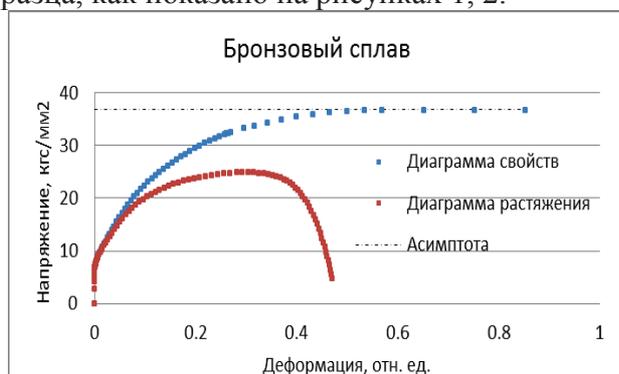
Суть метода восстановления диаграммы после момента достижения временного сопротивления разрыву  $\sigma_B$  (точки максимума на диаграмме растяжения) состоит в последовательном задании части диаграммы свойств и сравнении рассчитанного по такой диаграмме отклика испытываемого образца с экспериментальными данными (диаграммой растяжения) с последующей корректировкой исходной диаграммы свойств.

С одной стороны, может показаться, что задача может быть легко решена стандартным набором средств – поиском решения обычными итерационными методами. Однако стоит учесть, что отклик закладываемой в расчет диаграммы свойств на диаграмме растяжения является нелинейным и сильно зависит от ее гладкости. В итоге поиск диаграммы в общем виде принимает классической оптимизационной многопараметрической задачи, при которой поиск глобального экстремума задаваемого функционала не представляется возможным в виду большого количества времени, необходимого для вычисления одной итерации – 2~3 минуты.

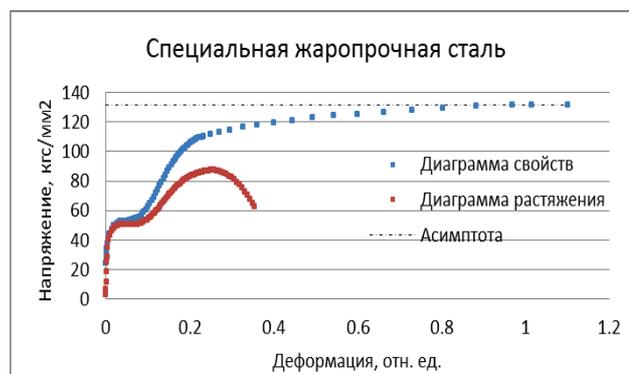
Поэтому знание характерного вида функциональной зависимости  $\sigma = F(\varepsilon)$  после точки потери устойчивости образца существенно облегчает процесс итерационного восстановления диаграммы свойств по диаграмме растяжения с соблюдением всех необходимых условий ее гладкости. Более того, знание аппроксимирующей диаграмму свойств функции более удобно и наглядно при составлении баз данных свойств материалов.

### Представление диаграммы свойств в виде рядов Прони

Характерной особенностью диаграмм свойств высокопластичных материалов, вычисляемых в рамках гипотезы единой сплошной кривой, является наличие горизонтальной асимптоты, а также либо полное отсутствие точек перегиба, либо наличие двух точек перегиба диаграммы в случае возникновения площадки текучести при растяжении круглого образца, как показано на рисунках 1, 2.



**Рисунок 1. Диаграмма растяжения материала без площадки текучести**



**Рисунок 2. Диаграмма растяжения материала с ярко выраженной площадкой текучести**

Также стоит особо отметить, что для большинства высокопластичных материалов абсциссы точек перегиба находятся левее равномерной деформации, при достижении которой

происходит потеря несущей способности испытываемого образца.

Поэтому, принимая во внимание тот факт, что до момента потери устойчивости напряженно-деформированное состояние круглого образца является однородным, для которого можно вывести функциональную зависимость истинного напряжения от силы растяжения образца, количество точек перегиба диаграммы без ограничения общности можно принять равным нулю.

Также исходя из физических и практических соображений, с учетом справочных данных по физическим свойствам сталей и сплавов [4], получаем для большинства конструкционных материалов следующее ограничение на относительное удлинение после разрушения:  $\varepsilon_{лин} = \frac{\Delta L}{L_0} \leq 1$ , что эквивалентно условию  $0 \leq \varepsilon \leq 0.6931$ . Примем, для определенности,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ .

Таким образом, задача аппроксимации истинной диаграммы свойств высокопластичных конструкционных сплавов сводится к задаче поиска вида функциональной зависимости  $\sigma = F(\varepsilon)$ ,  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , удовлетворяющей следующим опытно-подтвержденным условиям:

- функция  $F(\varepsilon)$  является дважды непрерывно дифференцируемой на отрезке  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ;
- функция  $F(\varepsilon)$  является монотонно возрастающей:

$$\left. \frac{dF(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{0 \leq \varepsilon \leq 1} \geq 0; \tag{4}$$

- функция  $F(\varepsilon)$  не имеет точек перегиба;
- существует конечный предел:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +\infty} F(\varepsilon) = S_{\infty}, \tag{5}$$

$$\left. \frac{d\sigma_H}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon = \varepsilon_{\beta}, \sigma = \sigma_{\beta}} = 0. \tag{6}$$

Примем за исходный вид аппроксимирующей функции следующий:

$$\sigma = S_{\infty} - \sum_{i=0}^{\infty} A_i e^{-B_i f(\varepsilon, A_i, B_i)}, \tag{7}$$

где:  $\{A_i\}$ ,  $\{B_i\}$  – бесконечно малые последовательности, удовлетворяющие следующим условиям:

$$\exists \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=0}^n |A_i| = A, \forall i \in N: 0 < A_i \leq A_{max}, \tag{8}$$

$$\exists \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{i=0}^n |B_i| = B, \forall i \in N: 0 < B_i \leq B_{max}. \tag{9}$$

Из свойств (8), (9) очевидным образом вытекает сходимость рядов  $\sum_{i=0}^{\infty} A_i B_i$ ,  $\sum_{i=0}^{\infty} A_i B_i^2$  [5].

Примем:

$$f(\varepsilon, A_i, B_i) = \varepsilon_p. \tag{10}$$

Тогда, с учетом (1) – (9), получим:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_H}{d\varepsilon} &= \left( \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \left( 1 + \frac{\sigma}{3K} \right) - \sigma \right) e^{\frac{\sigma}{3K} - \varepsilon} \stackrel{(6)}{\Rightarrow}, \\ \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\sigma = \sigma_{\beta}} &= \frac{\sigma_{\beta}}{1 + \frac{\sigma_{\beta}}{3K}} \stackrel{\text{def}}{=} \widetilde{\sigma}_{\beta} \xrightarrow{\varepsilon_p = \varepsilon - \sigma/E \rightarrow \frac{d\varepsilon}{d\varepsilon_p} = 1 + \frac{1}{E} \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\varepsilon_p}}, \\ \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} \right|_{\sigma = \sigma_{\beta}} &= \frac{\widetilde{\sigma}_{\beta}}{1 - \frac{\sigma_{\beta}}{E}}, \end{aligned} \tag{11}$$

$$\sigma = S_{\infty} - \sum_{i=0}^{\infty} A_i e^{-B_i \varepsilon_p}, \tag{12}$$

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} = \sum_{i=0}^{\infty} A_i B_i e^{-B_i \varepsilon_p}, \tag{13}$$

$$\frac{d^2\sigma}{d\varepsilon_p^2} = - \sum_{i=0}^{\infty} A_i B_i^2 e^{-B_i \varepsilon_p}. \tag{14}$$

Из уравнений (12) – (14) получаем, что при выполнении условий (8) – (9):

- функция (7) является дважды непрерывно дифференцируемой на отрезке  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ ;
- условие (4) в силу (8), (9) выполнено автоматически;
- функция (7) не имеет точек перегиба.

Действительно, если предположить обратное –  $\exists \varepsilon_p^{\text{пер}}$ , то из необходимого условия наличия точки перегиба получим  $\left. \frac{d^2 F(\varepsilon)}{d^2 \varepsilon} \right|_{\varepsilon = \varepsilon_p^{\text{пер}}} = 0 \stackrel{(14)}{\implies} \sum_{i=0}^{\infty} A_i B_i^2 e^{-B_i \varepsilon_p^{\text{пер}}} = 0$ , что эквивалентно выполнению условия  $A_i B_i^2 = 0 \forall i \in N$ , а значит  $\frac{d^2 \sigma}{d\varepsilon^2} \equiv 0 \forall \varepsilon \in R$  и  $\varepsilon_p^{\text{пер}}$  не является точкой перегиба функции (7) (т.к. не выполнено достаточное условие для существования точки перегиба  $\text{sign} \left( \left. \frac{d^2 F(\varepsilon)}{d^2 \varepsilon} \right|_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_i^{\text{п}} - 0} \right) = (-1) * \text{sign} \left( \left. \frac{d^2 F(\varepsilon)}{d^2 \varepsilon} \right|_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_i^{\text{п}} + 0} \right)$ ).

Существует конечный предел  $\lim_{\varepsilon_p \rightarrow +\infty} \sigma(\varepsilon_p) = S_{\infty}$ .

### Заключение

Проведен обзор технологии проведения статических испытаний на растяжение круглых одноосных образцов и обработки полученных результатов с целью получения механических и прочностных характеристик материалов, используемых для получения критериев разрушения конструкций.

Рассмотрены основные методы восстановления диаграммы свойств из набора стандартных экспериментальных характеристик, получаемых в соответствии с требованиями ГОСТ 1497-84, а также по диаграмме растяжения круглых одноосных образцов.

Предложен вид аппроксимирующей диаграмму свойств функции (7), отвечающей условиям гладкости, монотонного возрастания и наличия характерной асимптотики последней при деформациях, больших равномерной.

### Литература

1. Владимиров С.А., Дегтярев В.П., Агальцов В.И. Математическое моделирование механических свойств металлов и сплавов при больших деформациях. Изв. РАН. МТТ. № 1. 2007. с. 145 – 159.
2. Труды 52-й научной конференции МФТИ. Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук. Часть 3, том 1, с. 113 – 115. – Москва-Долгопрудный. 2009.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение. 1968.
4. Конструкционные материалы. Справочник. В ред. Арзамасова Б.Н.. – М.: Машиностроение. 1990.
5. Тер-Крикоров А.М., Шабунин М.И. Курс математического анализа. ФИЗМАТЛИТ. 2001.