

Критическая скорость транспортирования монодисперсных минеральных гидросмесей

д.т.н. проф. Кондратьев А.С., Швыдько П.П.
Университет машиностроения
8 (495) 223-05-23, ask41@mail.ru

Аннотация. На основе анализа опытных данных и известных эмпирических зависимостей предложена эмпирическая формула расчета критической скорости транспортирования монодисперсных и полидисперсных минеральных гидросмесей.

Ключевые слова: критическая скорость, минеральные частицы, монодисперсные и полидисперсные частицы.

Расчет критической скорости гидротранспортирования, так же как и удельных потерь напора, является важнейшим показателем, определяющим техническую возможность реализации и экономическую эффективность трубопроводного гидротранспорта твердых материалов.

В настоящее время развиваются два принципиально различных подхода к расчету основных параметров гидротранспортирования измельченных твердых материалов по трубопроводам. Первый подход основывается на формулировании, с той или иной степенью приближения к действительности, физико-математической модели процесса движения полидисперсной смеси твердых частиц в ньютоновской жидкости, позволяющей рассчитать вначале локальные характеристики взвешенного потока, а затем на их основе и интегральные [1 ÷ 5]. Второй подход можно охарактеризовать как эмпирический или полуэмпирический. В последнем случае привлекаются общие теоретические представления об особенностях движения жидких сред, теория подобия и т.п. Отличительной чертой этого подхода является то, что двухфазный поток характеризуется усредненными характеристиками, а их локальное распределение не учитывается. Этот подход имеет большое значение, поскольку используется при решении практических задач в пределах диапазонов параметров гидротранспортирования, на основе которых получены рекомендуемые эмпирические зависимости [6 ÷ 8].

Как показали многочисленные экспериментальные исследования, гидротранспорт твердых материалов при скоростях, примерно равных $1,1 \cdot U_{cr}$, является экономически наиболее эффективным, поскольку удельные энергозатраты на транспортирование минимальны [7]. Однако физический смысл, который вкладывают в это понятие различные авторы, значительно отличается. По этой причине проведение сопоставления опытных и расчетных данных по величинам критических скоростей, когда нет полной уверенности, что в опытах и расчетных методиках использовались общие представления о физических условиях, определяющих величину критической скорости, представляется не всегда корректным.

Так, например, в работах [9, 10] величина критической скорости определяется из условия экстремума опытной зависимости удельных потерь напора от средней скорости движения взвешенного потока. При этом на основании проведенных автором опытных данных зависимость удельных потерь напора от средней скорости гидросмеси выражается эмпирической функцией близкой к квадратичной, смещенной по отношению к минимальному значению скорости, что характерно для гидросмесей с высокой концентрацией твердой фазы, содержащих значительную долю частиц крупных фракций.

В работе [6] величина критической скорости определяется путем визуального наблюдения за потоком гидросмеси через специальные прозрачные вставки, установленные вдоль нижней образующей трубопровода. Опытное значение критической скорости определялось как минимальное значение скорости, при которой твердые частицы начинали выпадать на дно трубопровода. По утверждению авторов ошибка в измерении критических скоростей указанным методом составляет $\pm 5\%$. Проведенные авторами экспериментальные исследо-

вания показали, что величина критической скорости возрастает с увеличением диаметра трубопровода, объемной доли твердой фазы, степени её дисперсности и плотности. На опытные значения критической скорости большое влияние оказывает наличие микронных частиц и их физическая природа (субмикронные глинистые частицы). Качественное объяснение опытных зависимостей обосновывается тем, что частицы микронных фракций создают вместе с водой условно однородную несущую среду, плотность которой выше чем у воды. Такое возрастание плотности приводит к возрастанию силы Архимеда, действующей на частицы крупных фракций, и, следовательно, уменьшению величины критической скорости. Приведенное пояснение не полностью объясняет наблюдаемые опытные данные, и, как отмечают авторы, при дальнейшем теоретическом анализе необходимо выявить распределение гранулометрического состава и концентрацию твердой фазы в придонной зоне течения.

В работе [11] на основе собственных экспериментальных исследований и анализа известных эмпирических зависимостей [12 ÷ 17] предложено выражение для критической скорости гидротранспортирования монодисперсных частиц:

$$U_{cr} = 0,124 \cdot \alpha^{1/2} \cdot [d_e \cdot (\rho_h / \rho) \cdot (g \cdot D)^{1/2} / \nu]^{0,37} \cdot (d_e \cdot S / D)^{-0,007} \cdot \exp(3,1 \cdot \varphi), \quad (1)$$

где: $\alpha = (\rho_{br} / \rho - 1)$ – относительная избыточная плотность гидросмеси; ρ и ρ_{br} – плотность жидкой фазы и вещества твердых частиц, соответственно; d_e – эффективный средний диаметр частиц по Саутеру (Sauter mean diameter), который равен отношению шестикратного объема частицы к площади её боковой поверхности; $\rho_h = \rho \cdot (1 - \varphi) + \rho_s \cdot \varphi$ – плотность гидросмеси; ν – кинематическая вязкость жидкости; D – внутренний диаметр трубопровода; S – коэффициент сферичности частицы; φ – суммарная объемная доля твердой фазы.

Проанализируем опытные данные, приведенные в работе [11], на основе которых предложена зависимость (1). В опытах использовались Смесь 1 с размером частиц в пределах от 210 до 297 мкм и Смесь 2 с размером частиц от 105 до 149 мкм. Исходные данные по составу твердых частиц и гидросмесей, используемых при расчете по формуле (1), приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Характеристики частиц твердой фазы

Вещество	ρ_s , кг/м ³	d_e , мкм		S	
		Смесь 1	Смесь 2	Смесь 1	Смесь 2
Кварц	2620	265	132	0,80	0,81
Апатит	3130	295	151	0,63	0,64
Гематит	4900	336	163	0,39	0,37

Таблица 2

Характеристики гидросмеси

Вещество	φ			ρ_p , кг/м ³		
	0,14	0,20	0,27	1226	1326	1444
Кварц	0,14	0,20	0,27	1226	1326	1444
Апатит	0,12	0,18	0,24	1257	1374	1516
Гематит	0,08	0,12	0,17	1314	1467	1661

Представим опытные данные по величинам критической скорости [11] в табличной форме более удобной для количественного анализа. В таблицах 3, 4 и 5 представлены данные для гидросмесей из частиц кварца, апатита и гематита в виде зависимости удельных потерь напора от средней скорости движения гидросмеси. Во всех опытах внутренний диаметр трубы $D = 50$ мм.

Зависимость удельных потерь напора от скорости для частиц кварца [11]

Смесь 1					
$\varphi = 0,28$					
U , м/с	1,485	2,000	2,273	2,515	2,697
$\Delta p / L$, кПа/м	1,473	1,382	1,564	1,806	1,988
$\varphi = 0,20$					
U , м/с	1,606	1,909	2,152	2,364	2,576
$\Delta p / L$, кПа/м	1,261	1,200	1,382	1,564	1,745
$\varphi = 0,14$					
U , м/с	1,364	1,667	2,121	2,303	2,636
$\Delta p / L$, кПа/м	1,139	0,988	1,382	1,563	1,685
Смесь 2					
$\varphi = 0,27$					
U , м/с	1,242	1,697	2,000	2,303	2,485
$\Delta p / L$, кПа/м	1,131	1,071	1,281	1,594	1,776
$\varphi = 0,20$					
U , м/с	1,212	1,485	1,697	2,000	2,292
$\Delta p / L$, кПа/м	0,896	0,836	0,958	1,230	1,473
$\varphi = 0,14$					
U , м/с	1,030	1,303	1,667	1,939	2,120
$\Delta p / L$, кПа/м	0,771	0,741	0,831	1,018	1,321

Таблица 4

Зависимость удельных потерь напора от скорости для частиц апатита [11]

Смесь 1					
$\varphi = 0,24$					
U , м/с	1,813	2,187	2,320	2,560	2,800
$\Delta p / L$, кПа/м	1,564	1,453	1,663	1,872	2,051
$\varphi = 0,18$					
U , м/с	1,547	1,973	2,240	2,400	2,587
$\Delta p / L$, кПа/м	1,364	1,275	1,454	1,663	1,872
$\varphi = 0,12$					
U , м/с	1,387	1,787	2,133	2,240	2,693
$\Delta p / L$, кПа/м	1,185	1,036	1,275	1,484	1,752
Смесь 2					
$\varphi = 0,24$					
U , м/с	1,524	1,926	2,114	2,328	2,435
$\Delta p / L$, кПа/м	1,371	1,281	1,461	1,762	1,972
$\varphi = 0,18$					
U , м/с	1,417	1,685	2,006	2,275	2,489
$\Delta p / L$, кПа/м	1,161	1,071	1,281	1,551	1,762
$\varphi = 0,12$					
U , м/с	1,229	1,470	1,872	2,114	2,248
$\Delta p / L$, кПа/м	0,921	0,831	1,071	1,281	1,461

Зависимость удельных потерь напора от скорости для частиц гематита [11]

Смесь 1					
$\varphi = 0,17$					
U , м/с	2,210	2,693	3,013	3,200	3,413
$\Delta p / L$, кПа/м	2,361	2,243	2,439	2,713	3,026
$\varphi = 0,12$					
U , м/с	1,947	2,293	2,693	2,933	3,147
$\Delta p / L$, кПа/м	1,970	1,813	2,048	2,283	2,517
$\varphi = 0,08$					
U , м/с	1,840	2,293	2,613	2,853	3,093
$\Delta p / L$, кПа/м	1,774	1,578	1,813	2,048	2,204
Смесь 2					
$\varphi = 0,17$					
U , м/с	1,951	2,299	2,540	2,809	3,130
$\Delta p / L$, кПа/м	1,774	1,657	1,891	2,243	2,530
$\varphi = 0,12$					
U , м/с	1,709	2,085	2,460	2,755	3,157
$\Delta p / L$, кПа/м	1,578	1,422	1,735	1,970	2,361
$\varphi = 0,08$					
U , м/с	1,683	1,951	2,192	2,540	2,943
$\Delta p / L$, кПа/м	1,265	1,187	1,383	1,657	2,048

В работе [11] в качестве значений критической скорости U_{cr} приняты с округлением до десятых долей метра значения скорости U в третьих столбцах таблиц 3, 4 и 5, соответствующие минимальному значению удельных потерь давления. В таблице 6 эти округленные значения приведены в четвертом столбце. В пятом столбце приведены значения критической скорости гидротранспортирования, рассчитанные по формуле (4) с использованием данных приведенных в таблицах 1 и 2. Расхождение между опытными и расчетными данными не превышает 10,5 % [11].

Вместе с тем, из приведенных опытных данных не следует, что значения скоростей движения гидросмесей, указанных в третьих столбцах таблиц 3, 4 и 5, в действительности всегда являются величинами U_{cr} . Это связано с тем, что опытные данные получены при переменном «шаге» по скорости, поэтому измеренное наименьшее значение не всегда соответствует экстремуму, в данном случае, минимальному значению скорости. Как отмечалось выше, по физическому смыслу критическое значение скорости должно соответствовать минимальному значению удельных потерь давления. Для определения предполагаемых значений скорости $U_{cr(\min)}$, соответствующих минимальному значению удельных потерь давления, по трем опытными значениям удельных потерь давления, включая и наименьшее опытное значение, были выполнены расчеты по аппроксимации этих данных по меньшей мере двумя непрерывными функциями. В результате этой процедуры были определены соответствующие значения условной минимальной критической скорости $U_{cr(\min)}$, которые приведены в шестом столбце таблицы 6. В этом случае расхождение между опытными и приведенными расчетными данными возрастает до 16,4 %. Примечательно, что во всех случаях откорректированное значение критической скорости гидротранспортирования всегда ниже рекоменду-

мого в [11] значения, причем отличия, как правило, возрастают при возрастании разности «шагов» по скорости слева и справа от предполагаемого опытного значения критической скорости.

Таблица 6

Значения опытных и расчетных критических скоростей гидротранспортирования

Вещ-во	Смесь	Φ	$U_{cr(exp)}$	$U_{cr(cal)} (1)$	$U_{cr(min)}$	$U_{cr(cal)} (2)$
Кварц	1	0,27	2,0	2,13	1,83	1,98
		0,20	1,9	1,81	1,82	1,89
		0,14	1,7	1,58	1,65	1,78
	2	0,27	1,7	1,65	1,53	1,61
		0,20	1,5	1,41	1,41	1,53
		0,14	1,3	1,23	1,26	1,44
Апатит	1	0,24	2,2	2,35	2,04	2,13
		0,18	2,0	2,06	1,84	2,03
		0,12	1,8	1,79	1,72	1,90
	2	0,24	1,9	1,84	1,78	1,73
		0,18	1,7	1,62	1,65	1,65
		0,12	1,5	1,40	1,47	1,54
Гематит	1	0,17	2,7	2,78	2,57	2,46
		0,12	2,3	2,49	2,28	2,32
		0,08	2,3	2,28	2,22	2,17
	2	0,17	2,3	2,14	2,18	2,00
		0,12	2,1	1,92	2,03	1,89
		0,08	1,9	1,76	1,88	1,76

Рассмотрим возможность расчета критической скорости монодисперсной смеси с помощью эмпирических зависимостей [6, 18], которые разрабатывались применительно к полидисперсным гидросмесям.

Критическую скорость гидротранспортирования для полидисперсных смесей твердых частиц в стальных трубопроводах, находящихся в длительной эксплуатации, рекомендуется определять по формуле [6]:

$$U_{cr} = 3,3156 \cdot (\alpha \cdot g \cdot D)^{1/3} \cdot (\Phi \cdot \Psi)^{1/6}; \quad (2)$$

где: Ψ – коэффициент фиктивного лобового сопротивления полидисперсной смеси частиц твердой фазы или коэффициент транспортабельности гидросмеси, который определяется по формуле:

$$\Psi = \sum_{i=1}^n \Psi_i \Phi_i, \quad (3)$$

где: Φ_i – объемная доля частиц со средним диаметром частиц d_i ; Ψ_i – коэффициент фиктивного лобового сопротивления или коэффициент транспортабельности частиц со средним диаметром d_i , который определяется по табличным данным, приведенным в [6].

Выражение (2) основывается на обобщении опытных данных по гидротранспортированию полидисперсных смесей угля, песка и хвостов обогащения при изменении плотности твердой фазы от 1630 до 3360 кг/м³ [6].

В пособии для проектирования систем гидротранспорта твердых материалов [18] на основании обобщения опубликованных опытных данных для частиц размером до 60 мм рекомендуются различные эмпирические выражения, которые могут применяться для расчета параметров гидротранспортирования различных сред: разработанных грунтов и нерудных

полезных ископаемых; продуктов обогащения рудных полезных ископаемых; золы и шлака.

Анализ численных значений величин ψ_i , приведенных в [6] и [18], показал, что значения коэффициентов ψ_i существенно различаются лишь в области частиц размером менее 0,25 мм. В этой области изменение значений коэффициентов ψ_i происходит скачкообразно, что вносит неопределенность в используемые исходные данные. Например, в [6] для величин диаметров, находящихся в пределах значения диаметра частиц в мм $0,05 \leq d \leq 0,1$; $0,1 \leq d \leq 0,25$ и $0,25 \leq d \leq 0,5$, величины коэффициента транспортабельности принимают значения 0,02, 0,20 и 0,40, соответственно. В [18] при изменении величины диаметров со значениями в мм $d \leq 0,1$; $0,1 \leq d \leq 0,25$ и $0,25 \leq d \leq 0,5$ величины коэффициента транспортабельности принимают значения 0,02; 0,10 и 0,40, соответственно. На основании проведенных поверочных численных расчетов в дальнейшем принято, что значения коэффициентов транспортабельности определяются следующими непрерывными зависимостями, сглаживающими скачки коэффициентов ψ_i при табличном задании величин d_i в следующем виде:

$$\begin{aligned} \psi_i &= 0,02; \text{ при } d_i \leq 0,05 \text{ мм;} \\ \lg \psi_i &= \lg[-0,855247 \cdot \sin x_i + 3,59186 \cdot \cos x_i - 4,02226]; \text{ при } 0,05 \leq d_i \leq 0,375 \text{ мм;} \\ \lg \psi_i &= \lg[0,0269317 \cdot x_i^4 - 0,00195969 \cdot x_i^3 - 0,387418 \cdot x_i^2 + 0,690757 \cdot x_i - 0,0337382]; \\ &\text{ при } 0,375 \leq d_i \leq 60 \text{ мм,} \end{aligned} \quad (4)$$

где: $x_i = \lg d_i$, причем размерность d_i в мм.

В седьмом столбце таблицы 6 представлены результаты расчетов критической скорости по формуле (2). В этом случае расхождение между опытными и приведенными расчетными данными не превышает 15 %.

Проанализируем возможности использования эмпирических зависимостей (1) и (2) при определении критических скоростей частиц более мелких фракций. В работе [19] приведены опытные данные по потерям напора при различных скоростях гидротранспортирования с интервалом разбиения по скорости 0,05 м/с, что позволяло определять положение экстремума – величину критической скорости – с высокой точностью. Диаметр трубопровода $D = 0,078$ м. Несущая среда вода. Остальные исходные данные приведены в таблице 7.

Таблица 7

Значения опытных и расчетных критических скоростей гидротранспортирования частиц мелких фракций

Вещество	Стекло	Сталь	Алюминий	Стекло	Сталь
$\rho_{\text{в}}, \text{ кг/м}^3$	2500	7950	3770	2500	7950
$d, \text{ мкм}$	10	10	50	100	100
φ	0,098	0,093	0,087	0,074	0,03
$U_{cr(\text{exp})}, \text{ м/с}$	0,38	0,76	0,91	1,22	2,44
$U_{cr(\text{cal})} (1) \text{ м/с}$	0,46	0,93	1,19	1,04	1,96
$U_{cr(\text{cal})} (2) \text{ м/с}$	0,38	0,63	1,20	1,33	1,91

При расчетах по формуле (1) принималось, что коэффициент сферичности $S = 0,6$, соответствующий среднему ожидаемому значению (см. таблица 1), численное значение которого слабо влияет на конечные результаты расчетов. Эффективный диаметр частиц d_e принят равным фактическому среднему диаметру частиц, так как, если использовать эффективный диаметр частиц по Сауферу, то, поскольку он больше среднего диаметра частиц, расчетная критическая скорость возрастет, что приведет к еще большему расхождению расчетных значений с опытными значениями критических скоростей. Плотность гидросмеси определяется по данным, приведенным в таблице 7. Из данных, представленных в таблице 7, следует,

что расчеты с использованием зависимостей (2) – (4) обеспечивают лучшее соответствие опытным данным.

Поскольку выражение (2) рекомендуется для расчета критической скорости гидротранспортирования полидисперсных смесей, можно полагать, что эмпирическое выражение (2), с учетом соотношений (4), можно использовать для определения критических скоростей при гидротранспортировании как монодисперсных, так и полидисперсных смесей твердых частиц.

Литература

1. Соу С.Л. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир. 1971. 536 с.
2. Фортъе А. Механика суспензий. М.: Мир. 1971. 264 с.
3. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука. 1978. 336 с.
4. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука. 1987. 464 с.
5. Отровский Г.М. Прикладная механика неоднородных сред. СПб.: Наук. 2000. 359 с.
6. Гидротранспорт (вопросы гидравлики). (Силин Н.А., Витошкин Ю.К., Карасик В.М., Очеретько В.Ф.) Киев.: Наук. думка. 1971. 160 с.
7. Теория и прикладные аспекты гидротранспортирования твердых материалов. (Асауленко И.А., Витошкин Ю.К., Карасик В.М., Криль С.И., Очеретько В.Ф.) Киев.: Наук. думка. 1981. 364 с.
8. Криль С.И. Напорные взвесенесущие потоки. Киев. Наукова думка. 1990. 160 с.
9. Мельников И.Т., Пыталев И.А., Мельников И.И., Шевцов Н.С. Теоретические исследования гидротранспорта полидисперсных полиминеральных отходов обогатительного производства // Магнитогорск. Вест. МГТУ. 2013. № 3. С. 10-14.
10. Трайнис В.В. Параметры и режимы гидравлического транспортирования угля по трубопроводам. М.: Наука. 1970. 192 с.
11. Souza Pinto T.C., Moraes Junior D., Slatter P.T., Leal Filho L.S. Modelling the critical velocity for heterogeneous flow of mineral slurries // Inter. Jour. Multiph. Flow. 2014. V. 65. P. 31-37.
12. Durand R., Condolios E. Transport hydraulique et decantatin des materiaux solids. 1952. Grenoble. 34 p.
13. Wilson K.C., Judge D.G. New techniques for the scale-up of pilot - plant results to coal slurry pipelines. Proc. Int. Symp. on Freight Pipelines. Univer. Pennsylvania. 1976. Pp. 1-29.
14. Turian R.M., Hsu F.I., Ma W. Estimation of the critical velocity in pipeline flow of slurries // Powder Technol. 1987. V. 51. Pp. 35-47.
15. Schiller R.E., Herbich P.E. Sediment transport in pipes. In. Herbich P.E. (Ed.). Handbook of Dredging. N-Y.: McGraw-Hill. 1991. 648 p.
16. Wasp E.J., Slatter P.T. Deposition velocities for small particles in large pipes. 12th Inter. Conf. on Transp. and Sedimen. of Solid Particles. Prague. 2004. pp. 20-24.
17. Souza Pinto T.C. Modelagem da velocidade critica de transporte de polpas minerais contendo particulas grossas. Ph. Thesis. University of Sao-Paulo. Sao Paulo. 2012. 180 p.
18. Пособие по проектированию гидравлического транспорта (к СНиП 2.05.07-85). Промтрансниипроект Госстроя СССР. В.Л. Орешкин В.Л, Слепой Ю.Ш., Колбенева М.Д. и др. М.: Стройиздат. 1988. 28 с.
19. Deposition Velocities of Newtonian and Non- Newtonian Slurries in Pipelines (Poloski A.P., Adkins H.E., Abrefah J. and others). Pacific Northwest National Laboratory. Richland. Washington. 2009. 179 p.