
Модель течения смазки в длинном подшипнике скольжения в поле центробежных силк.ф.-м.н. Темис М.Ю.^{1,2}, Лазарев А.П.^{1,2}*1 – Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова,**2 – Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана*8(495)361-64-82, mikhail.temis@gmail.com, tejoum@ciam.ru

Аннотация. Разработана математическая модель длинного подшипника скольжения с несжимаемой смазкой, учитывающая действие центробежных сил инерции в слое смазки при вращении подшипника вокруг неподвижной оси. На основе уравнений Навье-Стокса получено модифицированное уравнение Рейнольдса, учитывающее влияние центробежных сил инерции на смазку в зазоре подшипника. Для верификации результатов использован коммерческий программный комплекс, решающий задачу с использованием полных уравнений Навье – Стокса. Полученные результаты демонстрируют существенное влияние сил инерции на итоговое распределение давления в подшипнике, величину подъемной силы и ее направление.

Ключевые слова: уравнение Рейнольдса, центробежные силы, планетарный редуктор

Введение

Течение несжимаемой смазки в радиальном подшипнике скольжения достаточно хорошо изучено. Численное моделирование проводят как методами вычислительной гидродинамики на основе уравнений Навье-Стокса в общем виде [1], так и с использованием уравнения Рейнольдса, полученного при учете особенностей течения смазки в подшипнике [2, 3]. В рамках экспериментальных исследований течения смазки в подшипнике определяют интегральные характеристики подшипников: подъемную силу, коэффициенты жесткости и демпфирования, положение вала в подшипнике, температурное состояние опоры и т.п. [4].

Существует большое количество математических моделей радиального подшипника скольжения, адаптированных к конкретной конструкции подшипника и решаемым задачам. Ряд моделей использует уравнения Навье-Стокса, что позволяет определять характеристики смазки в подшипниках сложной конструкции, учитывать каналы подачи смазки, зоны кавитации и разрыва смазочной пленки, а также турбулентный режим течения [1]. Однако такой подход требует существенно большего времени на создание модели подшипника, больших компьютерных мощностей и длительного времени счета. При этом сравнение основных параметров подшипника, полученных с использованием уравнений Навье-Стокса и различных вариантов уравнения Рейнольдса, показывает, что результаты отличаются не более чем на 5% [1].

Поэтому большинство применяемых на практике математических моделей течения смазки в подшипнике скольжения основаны на различных интерпретациях уравнения Рейнольдса, которые позволяют с достаточной точностью определить характеристики жесткости и демпфирования опор различной конструкции [3, 5]. Для решения задач применяют интерпретации уравнения Рейнольдса, позволяющие учитывать турбулентный режим течения смазки [6], температурный градиент [7], шероховатость поверхностей [8] и оценивать влияние зоны кавитации на характеристики подшипника [3]. Силы инерции в смазочном слое оказывают влияние на давление смазки при определенных условиях. Однако согласно [6] при $Re \leq 10000$ влиянием сил инерции в непрерывной смазочной пленке в тонком слое можно пренебречь. Поэтому в большинстве моделей, основанных на уравнении Рейнольдса, массовые силы не учитываются, что не снижает точность получаемых результатов. В радиальном подшипнике с неподвижной осью массовые центробежные силы, обусловленные «вращением» смазки в подшипнике, направлены перпендикулярно поверхностям скольжения и

не оказывают существенного влияния на характеристики течения смазки. В то же время существует ряд механизмов, где ось подшипника скольжения вращается вокруг неподвижной оси по окружности существенного диаметра. Например, подобные условия работы подшипника скольжения реализуются в опоре спутника планетарного редуктора (рисунок 1).

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: O_H – ось водила; O_2 – ось спутника; ω_1 , ω_H и ω_2 – скорости вращения солнечной шестерни, водила и спутника соответственно; r_1 , r_2 , r_3 и r_H – радиусы солнечной шестерни, спутника, эпицикла и водила соответственно.

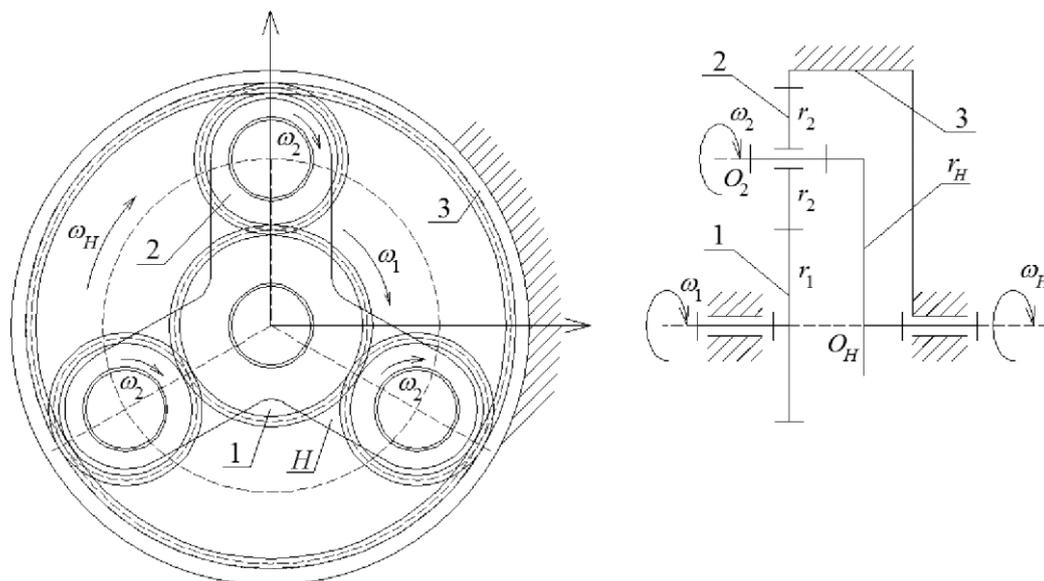
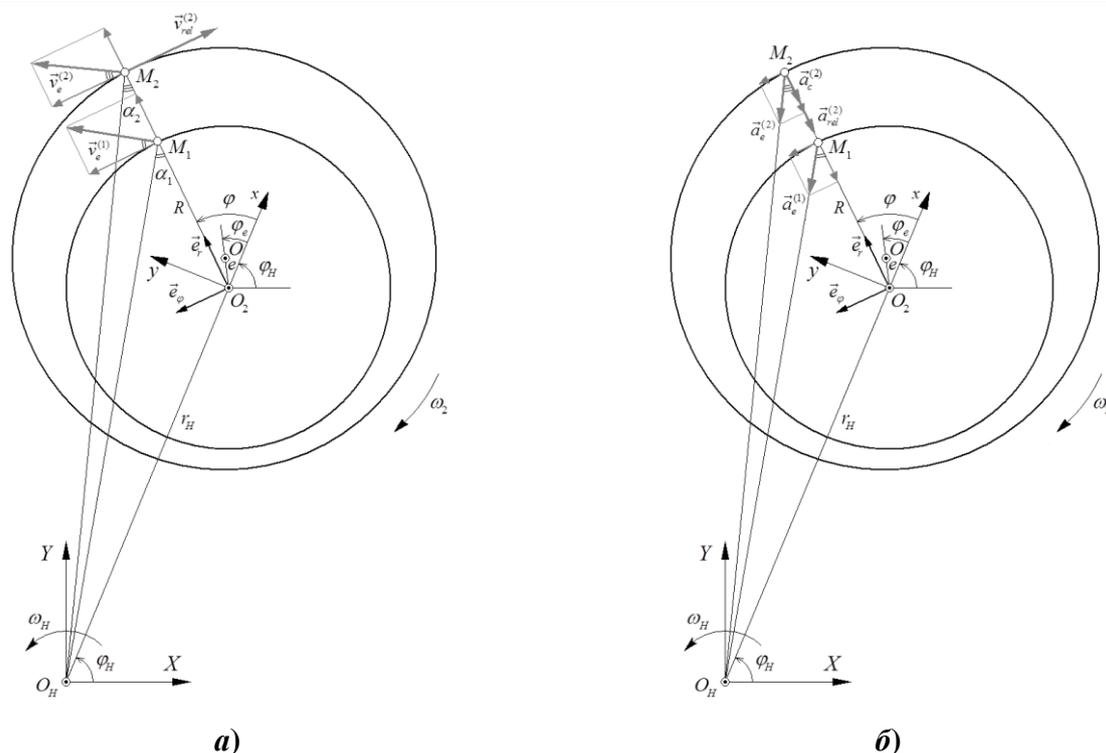


Рисунок 1. Схема планетарного механизма:

1 – солнечная шестерня; 2 – спутник; 3 – эпицикл; H – водило

Планетарные механизмы широко используются в машиностроении и станкостроении, в конструкциях автомобилей и других транспортных средств. Планетарный механизм позволяет добиться высокой компактности и больших возможностей в части передачи вращения и крутящего момента. В настоящее время прорабатывается вариант использования планетарного редуктора в перспективных турбореактивных двигателях высокой степени двухконтурности, что позволяет развязать роторы вентилятора и низкого давления по частоте вращения и открывает новые возможности по выбору оптимальных параметров [9, 10]. В качестве опор редуктора применяют подшипники скольжения, которые вносят существенно нелинейный вклад в характеристики жесткости опор зубчатых колес редуктора и, соответственно, в характеристики жесткости силовой схемы двигателя. Поэтому применяемые для расчетов модели течения смазки в подшипнике скольжения должны учитывать специфические особенности работы опор зубчатых колес редуктора.

При вращении спутника с подшипником вокруг оси O_H его поверхности скольжения, несвязанные с водилом, участвуют в сложном движении (рисунок 2). За счет полного смазывания поверхностей скольжения в подшипнике кинематические характеристики на поверхностях скольжения являются граничными условиями для течения смазки в зазоре. Поэтому при вращении редуктора смазка в большинстве сечений смазочного слоя подшипника спутника совершает сложное движение относительно неподвижной оси O_H . Это определяет действие центробежных сил инерции в смазке, которые направлены вдоль линии $O_H M$. Эти массовые силы в большинстве сечений имеют ненулевые проекции на окружное направление в подшипнике и при определенных соотношениях скоростей вращения водила и спутника могут оказывать существенное влияние на распределение давления в смазочном слое и, соответственно, на характеристики подшипника.



**Рисунок 2. Скорости и ускорения на поверхностях скольжения подшипника сателлита:
а – скорости; б – ускорения**

Прецизионная математическая модель опоры сателлита планетарного редуктора требует учета всех параметров, влияющих на характеристики смазки. Центробежные массовые силы в смазке опоры сателлита могут оказывать существенное влияние на давление смазки и жесткость подшипника. Их учет требует разработки специализированной модели течения смазки в зазоре подшипника сателлита.

Кинематика подшипника скольжения при сложном движении опоры

Определение кинематических характеристик смазки для их последующего учета в модели течения смазки проведено для однорядного планетарного редуктора (рисунок 1). Передаточное отношение редуктора с солнечной шестерней с числом зубьев z_1 , эпицикла с числом зубьев z_3 и сателлитов с числом зубьев z_2 определяется в виде:

$$u_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}, \tag{1}$$

а связь угловой скорости водила со скоростью сателлита имеет вид:

$$\frac{\omega_2}{\omega_H} = 1 - \frac{z_3}{z_2}. \tag{2}$$

Гидродинамический клин в подшипнике скольжения обусловлен относительным движением поверхностей скольжения. Массовые силы инерции, действующие на слой смазки при вращении сателлита, зависят от его вращения относительно неподвижной оси центральных колес. Поэтому необходимо получить выражения для абсолютных величин ускорений, действующих в слое смазки при вращении сателлита. При определении скоростей и ускорений примем, что ось водила O_H неподвижна, а ось опоры сателлита O_2 вращается равномерно вокруг оси водила с угловой скоростью ω_H (рисунок 2). Угловая скорость вращения сателлита ω_2 равна угловой скорости относительного движения поверхностей скольжения в радиальном гидродинамическом подшипнике. Ось O_2 совпадает с осью шейки вала подшип-

ника сателлита (рисунок 2б).

Скорости и ускорения определяются при кинематическом анализе опоры сателлита, совершающей сложное движение: вращение оси сателлита O_2 относительно оси водила O_H и относительное вращение шейки вала и обоймы подшипника скольжения. Для вычисления инерционных сил, действующих на произвольную точку M в смазочном слое, запишем выражения для скоростей и ускорений точек M_1 и M_2 , находящихся на смазочных поверхностях (рисунок 2). Точка M_1 расположена на поверхности скольжения шейки вала и не перемещается в системе координат xO_2y . Точка M_2 расположена на поверхности скольжения втулки и вращается в системе координат xO_2y относительно начала координат O_2 с угловой скоростью ω_2 . Таким образом, точка M_1 совершает вращательное движение относительно центра O_H цилиндрической системы координат, а точка M_2 участвует в сложном движении – вращении вокруг точки O_H вместе с системой координат xO_2y с угловой скоростью ω_H и вращении относительно точки O_2 с угловой скоростью ω_2 .

Скорости и ускорения точек M_1 и M_2 для их последующего учета в уравнениях для смазки удобно представить в виде проекций на орты \bar{e}_φ и \bar{e}_r цилиндрической системы координат, связанной с осью сателлита O_2 . Выражения для синуса и косинуса угла α_1 (рисунок 2) в зависимости от размеров подшипника, расстояния от центра подшипника, угла φ поворота точек M_1 и M_2 вокруг O_2 и угла φ_H поворота точки O_2 вокруг O_H могут быть получены из тригонометрических соотношений:

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{r_H}{O_H M_1} \sin \angle O_H O_2 M_1 = \frac{r_H \sin \varphi}{\sqrt{r_H^2 + R^2 + 2r_H R \cos \varphi}}, \\ \cos \alpha_1 &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_1} = \frac{R + r_H \cos \varphi}{\sqrt{r_H^2 + R^2 + 2r_H R \cos \varphi}}, \end{aligned} \tag{3}$$

где: R – радиус втулки подшипника. При записи выражений для скорости и ускорения точки M_2 , с учетом малой величины зазора в подшипнике скольжения по сравнению с остальными размерами, можно принять:

$$O_H M_1 \approx O_H M_2 \text{ и } \alpha_1 \approx \alpha_2, \tag{4}$$

что позволяет воспользоваться зависимостями (3) и для угла α_2 .

Составляющие скоростей и ускорений точек M_1 и M_2 для планетарного редуктора в системе координат $O_2 r \varphi z$ с учетом допущений (4) представлены в таблице 1. Схемы, иллюстрирующие направления скоростей и ускорений, показаны на рисунке 2. Выражения для скоростей и ускорений точек на поверхностях скольжения подшипника могут быть обобщены для смазочного слоя (таблица 2).

Таблица 1

Скорости и ускорения на поверхностях скольжения

	Точка M_1	Точка M_2
Переносная скорость	$\bar{v}_e^{(1)} \approx \bar{v}_e^{(2)} = \omega_H r_H \sin \varphi \cdot \bar{e}_r + \omega_H (R + r_H \cos \varphi) \cdot \bar{e}_\varphi$	
Относительная скорость	$\bar{v}_{rel}^{(1)} = \bar{0}$	$\bar{v}_{rel}(M_2) = -\omega_2 R \cdot \bar{e}_\varphi$
Переносное ускорение	$\bar{a}_e^{(1)} \approx \bar{a}_e^{(2)} = -\omega_H^2 (R + r_H \cos \varphi) \cdot \bar{e}_r + \omega_H^2 r_H \sin \varphi \cdot \bar{e}_\varphi$	
Относительное ускорение	$\bar{a}_{rel}^{(1)} = \bar{0}$	$\bar{a}_{rel}^{(2)} = -\omega_2^2 R \cdot \bar{e}_r$
Кориолисово ускорение	$\bar{a}_c^{(1)} = \bar{0}$	$\bar{a}_c^{(2)} = -2\omega_H \omega_2 R \cdot \bar{e}_r$

Скорости и ускорения в смазочном слое

Переносная скорость	$\bar{v}_e = \omega_H r_H \sin \varphi \cdot \bar{e}_r + \omega_H (R + r_H \cos \varphi) \cdot \bar{e}_\varphi$
Относительная скорость	$\bar{v}_{lub} = u\bar{e}_\varphi + v\bar{e}_r + w\bar{e}_z$
Переносное ускорение	$\bar{a}_e = -\omega_H^2 (R + r_H \cos \varphi) \cdot \bar{e}_r + \omega_H^2 r_H \sin \varphi \cdot \bar{e}_\varphi$
Относительное ускорение	$\bar{a}_{lub} = -(u^2 / R) \cdot \bar{e}_r$
Кориолисово ускорение	$\bar{a}_c = -2\omega_H v \cdot \bar{e}_\varphi + 2\omega_H u \cdot \bar{e}_r$

Одномерная модель течения смазки в подшипнике с учетом инерционных нагрузок

Соотношения для ускорений в смазочном слое (таблица 2) позволяют записать выражение для силы инерции в слое смазки, которая для единичной массы примет вид:

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= -\bar{a}_e - \bar{a}_c - \bar{a}_{lub} = \left[-\omega_H^2 r_H \sin \varphi + 2\omega_H v \right] \cdot \bar{e}_\varphi + \left[\omega_H^2 (R + r_H \cos \varphi) - 2\omega_H u + \frac{u^2}{R} \right] \cdot \bar{e}_r + 0 \cdot \bar{e}_z = \\ &= f_s \cdot \bar{e}_\varphi + f_{y'} \cdot \bar{e}_r + f_z \cdot \bar{e}_z, \end{aligned} \tag{5}$$

где: $f_s, f_{y'}, f_z$ - проекции силы инерции на соответствующие координатные оси в системе координат $O_2 r \varphi z$, связанной с подшипником.

Уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности для ламинарного изотермического течения несжимаемой смазки с постоянной вязкостью в подшипнике с зазором малой ширины (толщина смазочного слоя мала по сравнению с радиусами кривизны поверхностей скольжения) удобно рассмотреть в системе координат $sy'z$ [11, 12]:

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = \rho f_s - \frac{\partial p}{\partial s} + \eta \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta}{3} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial s \partial y'} + \frac{\partial^2 w}{\partial s \partial z} \right); \\ \rho \frac{dv}{dt} = \rho f_{y'} - \frac{\partial p}{\partial y'} + \eta \left(\frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta}{3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial s \partial y'} + \frac{\partial^2 v}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y' \partial z} \right); \\ \rho \frac{dw}{dt} = \rho f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\eta}{3} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial s \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial y' \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right); \\ \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial y'} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

где: $p = p(s, y', z)$ – давление в смазочном слое; ρ – плотность смазки; η – динамическая вязкость смазки; u, v, w – компоненты скорости смазки (рисунок 3).

Учет выражения (5) в уравнениях Навье-Стокса (6) позволяет получить модифицированное уравнение Рейнольдса для слоя смазки при учете центробежных сил инерции.

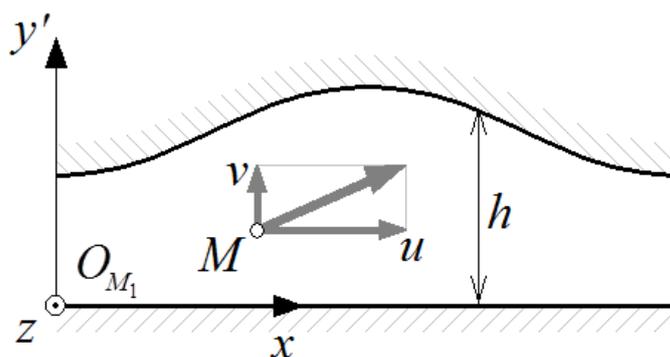


Рисунок 3. Схема смазочного зазора в подшипнике

Для получения уравнения Рейнольдса к системе уравнений (6) необходимо применить стандартные упрощения, обусловленные малой величиной зазора:

- скорость течения смазки в подшипнике в окружном направлении существенно больше, чем скорость в радиальном и осевом направлениях: $v \ll u, w$;
- изменение компонент скорости в окружном и осевом направлениях существенно меньше их изменения в радиальном направлении: $\frac{\partial}{\partial s}, \frac{\partial}{\partial z} \ll \frac{\partial}{\partial y'}$ и $\frac{\partial^2}{\partial s^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2} \ll \frac{\partial^2}{\partial y'^2}$.

Для исключения слагаемых, имеющих пренебрежимо малый порядок, в уравнениях (6) удобно использовать подход, основанный на переходе к безразмерным переменным одного порядка [12]. Для этого в уравнениях (6) необходимо произвести замену переменных для координат и скоростей:

$$s = \bar{s}R; y' = \bar{y}h; z = \bar{z}R; \tag{7.1}$$

$$u = \bar{u}V; v = \bar{v}(h/R)V; w = \bar{w}V, \tag{7.2}$$

где: $V = \omega_2 R$ – характерная скорость движения поверхностей.

Введенные безразмерные координаты (7.1) являются величинами одного порядка; безразмерные скорости (7.2) также являются величинами одного порядка. Для упрощения представления уравнений (6) после замены переменных необходимо ввести следующие обозначения:

$$\bar{h} = \frac{h}{h_m}; \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \bar{t} = \frac{Vt}{R}; \psi = \frac{h_m}{R}; \text{Re} = \frac{\rho V h_m}{\eta}, \tag{8}$$

где: h_m – средняя величина зазора, p_0 – внешнее давление.

После подстановки соотношений (5), (7), (8) в уравнения Навье-Стокса (6) и преобразования слагаемых получаем:

$$\begin{cases} \psi \text{Re} \frac{d\bar{u}}{d\bar{t}} = \psi \text{Re} \bar{f}_s - \psi \frac{p_0 h_m}{\eta V} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{s}} + \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \psi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{s}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\psi^2}{3} \frac{\partial}{\partial \bar{s}} \text{div}(\bar{v}_{\text{lub}}); \\ \psi^2 \text{Re} \bar{h} \frac{d\bar{v}}{d\bar{t}} = \psi \text{Re} \bar{f}_y - \frac{p_0 h_m}{\eta V} \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \psi^3 \bar{h} \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{s}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\psi}{3} \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \text{div}(\bar{v}_{\text{lub}}) + \psi \frac{1}{\bar{h}} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2}; \\ \psi \text{Re} \frac{d\bar{w}}{d\bar{t}} = -\psi \frac{p_0 h_m}{\eta V} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + \psi^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{s}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2} \right) + \frac{\psi^2}{3} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \text{div}(\bar{v}_{\text{lub}}), \end{cases} \tag{9}$$

где безразмерные массовые силы записаны в следующем виде:

$$\bar{f}_s = -\frac{\omega_H}{\omega_2} \frac{r_H}{R} \sin \varphi + 2\psi \frac{\omega_H}{\omega_2} \bar{h} \bar{v}; \bar{f}_y = \frac{\omega_H}{\omega_2} \left(1 + \frac{r_H}{R} \cos \varphi \right) - 2 \frac{\omega_H}{\omega_2} \bar{u} + \bar{u}^2. \tag{10}$$

Все безразмерные величины и их производные в уравнениях (9) имеют один порядок, принимаемый равным единице. Поэтому порядок слагаемых в уравнениях (9) и выражениях (10) определяется порядком коэффициента $\psi \sim 10^{-3}$ и числом Рейнольдса Re .

В уравнениях (9) и выражениях (10) можно пренебречь слагаемыми, имеющими порядок малости больший, чем слагаемое для давления смазки. В первом и третьем уравнении слагаемое для давления смазки имеет порядок ψ , а во втором уравнении – единицу. Поэтому в первом и третьем уравнениях системы (9) можно пренебречь слагаемыми, имеющими порядок ψ^2 , а также слагаемым, имеющим порядок $\psi^2 \text{Re}$ в выражении для составляющей массовой силы \bar{f}_s . Аналогичным образом во втором уравнении системы (9) можно пренебречь всеми слагаемыми кроме слагаемого, определяющего давление смазки. После подстановки соотношений (10) в систему уравнений (9) и исключения слагаемых пренебрежимо малой величины, уравнения (9) преобразуются к виду:

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = -\rho\omega_H^2 r_H \sin \varphi - \frac{\partial p}{\partial s} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}; \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial y'}; \\ \rho \frac{dw}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y'^2}. \end{cases} \quad (11)$$

Для подшипника, длина которого достаточно велика по сравнению с радиусом, удовлетворительную точность результатов можно получить используя одномерную модель, в которой течение смазки в осевом направлении отсутствует. При этом давление смазки будет постоянно вдоль оси подшипника. Уравнения (11) для одномерной модели смазки упрощаются к виду:

$$\begin{cases} \rho \frac{du}{dt} = -\rho\omega_H^2 r_H \sin \varphi - \frac{\partial p}{\partial s} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y'^2}; \\ 0 = -\frac{\partial p}{\partial y'}. \end{cases} \quad (12)$$

В дальнейшем будем рассматривать стационарные условия работы опоры, для которых полная производная скорости в левой части первого уравнения системы (12) равна нулю. Из второго уравнения (12) следует, что давление не зависит от координаты y' .

После интегрирования первого уравнения (12) по координате y' с учетом граничных условий на поверхностях скольжения:

$$\begin{cases} u|_{y'=0} = 0; \\ u|_{y'=h} = -\omega_2 R, \end{cases} \quad (13)$$

выражение для скорости смазки в окружном направлении примет вид:

$$u = -\frac{1}{2\eta} \left(\frac{\partial p}{\partial s} + \rho\omega_H^2 r_H \sin \frac{s}{R} \right) y'(h - y') - \omega_2 R \frac{y'}{h}. \quad (14)$$

Уравнение Рейнольдса для одномерного течения смазки в подшипнике с учетом сил инерции получается подстановкой выражения для окружной скорости (14) в уравнение неразрывности (6) и последующим интегрированием по y' :

$$\frac{\partial}{\partial s} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial s} \right) = f_1(s) + f_{in}(s) = -6\omega_2 \eta R \frac{\partial h}{\partial s} - \rho\omega_H^2 r_H \frac{\partial}{\partial s} \left(h^3 \sin \frac{s}{R} \right), \quad (15)$$

где: f_1 – слагаемое, соответствующее правой части уравнения Рейнольдса без учета инерционных сил; f_{in} – добавочное слагаемое, обусловленное влиянием сил инерции, возникающих при вращении подшипника вокруг неподвижной оси вместе с водилом.

Аналитическое решение можно получить при решении уравнения (15) с правыми частями f_1 и f_{in} отдельно. Для наиболее простой конструкции подшипника с цилиндрической обоймой и полным охватом шейки вала толщина зазора определяется функцией:

$$h(s) = \delta \left[1 + \chi \cos \left(\frac{s}{R} - \varphi_e \right) \right], \quad (16)$$

где: δ – средняя ширина зазора, $\chi = e/\delta$ – относительный эксцентриситет, φ_e – угол, определяющий направление эксцентриситета.

Решение уравнения (15) с правой частью f_1 соответствует полю давлений в одномерном подшипнике при неподвижном водиле ($\omega_H = 0$) и может быть выражено в виде [13]:

$$p_1(s) = -\frac{6\omega_2\eta R^2\chi}{\delta^2(2+\chi^2)} \frac{\sin\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right) \cdot \left[2+\chi\cos\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right)\right]}{\left[1+\chi\cos\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right)\right]^2} + p_0. \quad (17)$$

Решение уравнения (15) с правой частью f_{in} соответствует полю давлений в одномерном подшипнике при условии неподвижного вала ($\omega_2 = 0$):

$$p_2(s) = \rho\omega_H^2 r_H R \cos\frac{s}{R} + p_0. \quad (18)$$

Полное решение уравнения Рейнольдса представляет собой комбинацию решений (17) и (18):

$$p(s) = -\frac{6\omega\eta R^2\chi}{\delta^2(2+\chi^2)} \frac{\sin\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right) \cdot \left[2+\chi\cos\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right)\right]}{\left[1+\chi\cos\left(\frac{s}{R}-\varphi_e\right)\right]^2} + \rho\omega_H^2 r_H R \cos\frac{s}{R} + p_0. \quad (19)$$

Одномерная модель радиального подшипника скольжения в виде (19) позволяет учесть вклад сил инерции при вращении подшипника относительно неподвижной оси и определить поле давлений в подшипнике с учетом сил инерции. Подъемная сила и ее направление вычисляются путем интегрирования давления, определяемого формулой (19).

Верификация модели и результаты расчета с учетом сил инерции

Для верификации модели определения давления смазки была создана трехмерная модель слоя смазки в радиальном подшипнике бесконечной длины (рисунок 4). Проверочные расчеты проведены с использованием универсального программного комплекса для подшипника с радиусом шейки вала $R = 15$ мм, расстоянием от оси сателлита до оси водила $r_H = 167$ мм, радиальным зазором в подшипнике $\delta = 0,05$ мм, плотностью смазки $\rho = 900$ кг/м³, вязкостью смазки $\eta = 0,02$ Па·с, частотой вращения сателлита $n_2 = 15000$ об/мин, частотой вращения вала водила $n_H = 6000$ об/мин [14]. Давление окружающей среды равно атмосферному давлению $p_0 = 0,1$ МПа. Сравнительный анализ проведен для ряда значений смещения шейки вала в подшипнике.

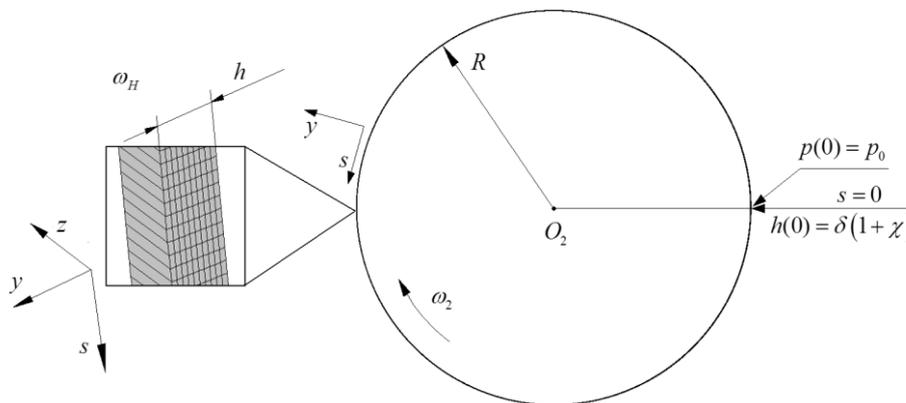


Рисунок 4. Модель смазочного слоя подшипника бесконечной длины

Моделирование бесконечной длины подшипника осуществляется путем задания специального условия: составляющие скоростей и ускорений потока вдоль оси Oz приравняются к нулю. Расчеты проведены на основе решения полной системы уравнений Навье – Стокса методом конечных объемов для ламинарного течения без проскальзывания с постоянным распределением температуры в слое смазки. При этом учитывается воздействие всех состав-

ляющих вектора массовых сил, скоростей и ускорений смазки, которые были приняты пренебрежимо малыми в аналитической модели. Инерционные силы моделируются путем создания дополнительной системы координат с началом в точке O_H , вокруг которой вращается локальная система координат, связанная с центром подшипника O_2 . Для верификации результатов модели, основанной на уравнении (15), использована модель подшипника скольжения с канавкой в сечении зазора с окружной координатой $s = 0$, что вызвано спецификой задания граничных условий в расчетном комплексе. Давление смазки в канавке принято равным атмосферному. Положение канавки в расчете соответствует максимальной ширине зазора $h(0) = \delta(1 + \chi)$.

Аналитическое решение уравнения Рейнольдса для подшипника с канавкой имеет вид:

$$p(s) = -\frac{6\omega\eta R^2 \chi \sin\left(\frac{s}{R} - \varphi_e\right) \cdot \left[2 + \chi \cos\left(\frac{s}{R} - \varphi_e\right)\right]}{\delta^2 (2 + \chi^2) \left[1 + \chi \cos\left(\frac{s}{R} - \varphi_e\right)\right]^2} + \rho\omega_H^2 r_H R \left(\cos\frac{s}{R} - 1\right) + p_0. \quad (20)$$

Отличие вида решений (19) и (20) объясняется различными граничными условиями.

Результаты сравнения эпюр давления смазки в длинном подшипнике, полученные с использованием решения (20) уравнения Рейнольдса и в программном комплексе, представлены на рисунке 5 для двух значений относительного эксцентриситета χ шейки вала в подшипнике. Хорошее согласование результатов расчетов подтверждает разница по величине подъемной силы, которая составляет 3% для $\chi = 0,2$ и 2% для $\chi = 0,4$.

При расчетах распределения давления не учитываются отрывное течение и кавитационные эффекты в смазке в зоне разрежения. В этих областях расчетные значения абсолютно давления меньше нуля. Данные эффекты исследованы в работе [3] и показано, что применение гипотезы, что в зоне разрежения давление равно нулю, несущественно влияет на точность вычисления подъемной силы и ее направление в подшипнике.

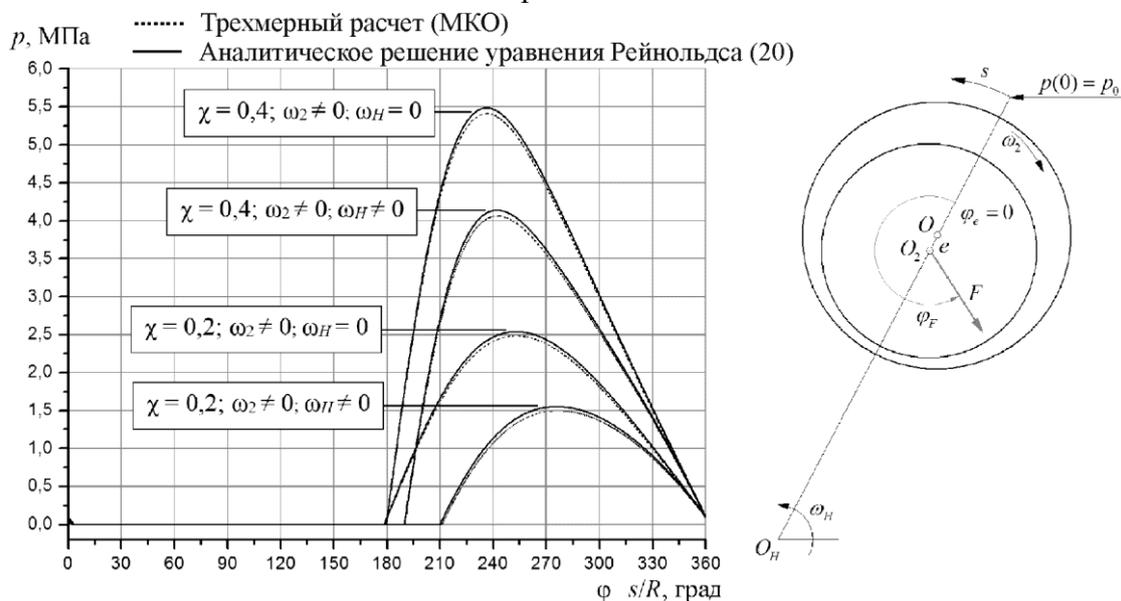


Рисунок 5. Верификация результатов расчета давления в подшипнике при $\varphi_e=0$ и различных значениях относительного эксцентриситета χ

Результаты расчетов с использованием формулы (19) при неподвижном и вращающемся водиле для различных углов направления и величин эксцентриситета шейки вала в подшипнике представлены на рисунках 6–8. На рисунке 6 показано распределение давления при различных направлениях постоянного относительного эксцентриситета шейки вала $\chi = 0,2$. Продемонстрировано, что центробежные силы инерции оказывают разнонаправленное влия-

ние в зависимости от ориентации гидродинамического клина в подшипнике. За счет вращения водила центробежные силы создают зону нагнетания в наиболее удаленной от центра водила точке смазочного слоя и зону разрежения в точке, максимально приближенной к центру водила. Поэтому при образовании гидродинамического клина в зоне смазочного слоя, удаленной от оси водила ($\varphi_e = \pi/2, \pi$), центробежные силы увеличивают суммарное давление смазки. При образовании гидродинамического клина в зоне смазочного слоя, приближенной к центру водила ($\varphi_e = 0, 3\pi/2$), суммарное давление смазки уменьшается. Также для некоторых направлений эксцентриситета можно отметить уменьшение протяженности зоны положительного давления в подшипнике, как это показано на рисунке 6.

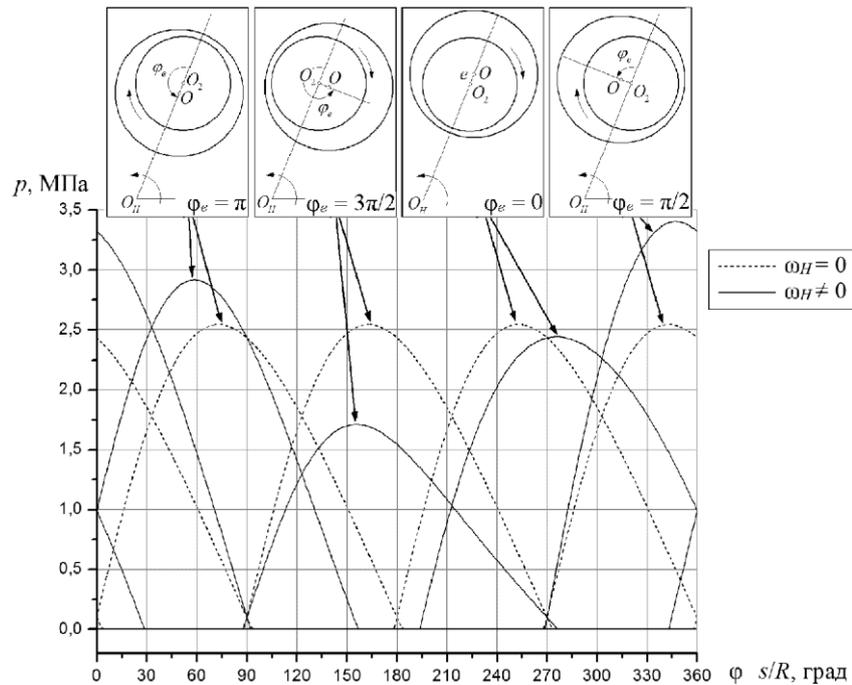
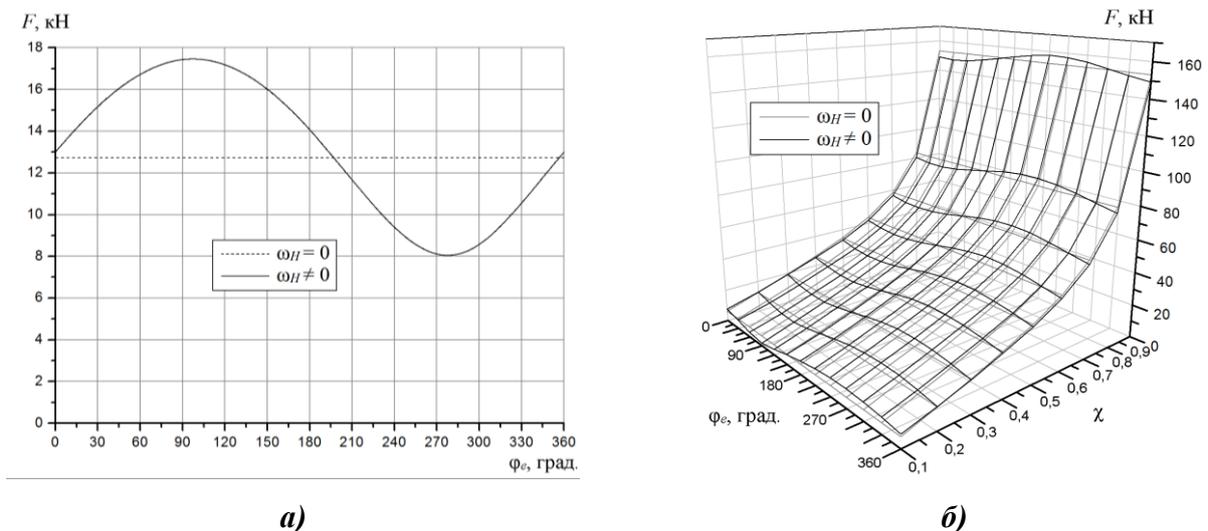


Рисунок 6. Давление в подшипнике с относительным эксцентриситетом $\chi=0,2$ при различных направлениях эксцентриситета



а)

б)

Рисунок 7. Подъемная сила в подшипнике:

а – в зависимости от φ_e при постоянном $\chi=0,2$; **б** – в зависимости от φ_e и χ

Результаты расчета подъемной силы в зависимости от величины и направления смещения сателлита в подшипнике представлены на рисунке 7. Максимальная подъемная сила

в подшипнике при вращающемся водиле и $\chi = 0,2$ возникает при $\varphi_e = 97,3^\circ$ и превышает подъемную силу в подшипнике с неподвижным водилом на 37,2%. Аналогично минимальная подъемная сила возникает при $\varphi_e = 277,7^\circ$ и по величине меньше подъемной силы в подшипнике с неподвижным водилом на 37,1%. При увеличении смещения шейки вала в подшипнике влияние центробежных сил на подъемную силу уменьшается. Это объясняется тем, что влияние центробежных сил на давление смазки остается на том же уровне, а давление в гидродинамическом клине увеличивается.

Центробежные силы инерции также влияют на угол между направлениями подъемной силы и смещения сателлита (рисунок 8). Максимальная величина угла при $\chi = 0,2$ соответствует $\varphi_e = 208,5^\circ$, а минимальная – $\varphi_e = 344,1^\circ$, что отличается от аналогичной величины в подшипнике с неподвижным водилом на 9,0% и 7,7%, соответственно.

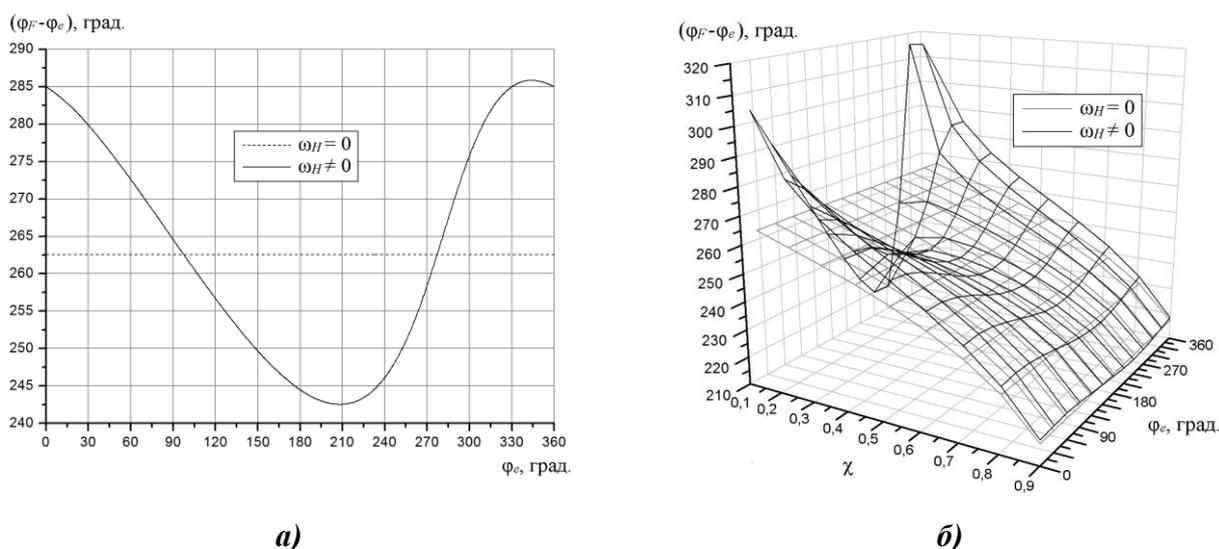


Рисунок 8. Угол между направлениями подъемной силы и смещения сателлита (рисунок 5): а – в зависимости от φ_e при $\chi=0,2$; б – в зависимости от φ_e и χ

Заключение

В статье представлена модель длинного радиального подшипника скольжения с учетом центробежных сил инерции в смазке, возникающих при вращении подшипника относительно неподвижной оси. Традиционная форма уравнения Рейнольдса дополнена инерционными членами, полученными при кинематическом анализе движения подшипника. Решение уравнения Рейнольдса выполнено аналитически. Верификация математической модели проведена с использованием численного моделирования в коммерческом программном комплексе. Продемонстрировано существенное влияние центробежных сил на распределение давления смазки в подшипнике. При определенных направлениях эксцентриситета значительно меняется не только величина подъемной силы, но и ее направление. Величина подъемной силы при учете центробежных сил изменяется на 37% при относительном эксцентриситете шейки вала $\chi = 0,2$ и на 10% при $\chi = 0,6$.

Литература

1. Guo Z., Hirano T., Kirk R.G. Application of CFD Analysis for Rotating Machinery. Part 1: Hydrodynamic, Hydrostatic Bearings and Squeeze Film Damper // Proc. ASME Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea, and Air, Atlanta, Georgia, USA, June 16-19, 2003. – GT2003-38931, 9 p.
2. Куцаев С.Н. Теория смазки подшипника ограниченной длины при центробежной нагрузке // Труды второй Всесоюзной Конференции по трению и износу в машинах АН СССР. – 1947. – С. 17–24.
3. Braun M.J., Hannon W.M. Cavitation formation and modelling for fluid film bearings: a review

-
- // Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, September 1, 2010; vol. 224, 9. – P. 839–863.
4. Harris J., Childs D. Static Performance Characteristics and Rotordynamic Coefficients for a Four-pad Ball-in-socket Tilting Pad Journal Bearing // Proc. ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea, and Air, Berlin, Germany, 2008. – GT2008-50063, 11 p.
 5. Olszewski O., Strzelecki S., Someya T. Dynamic Characteristics of Tilting 12-Pad Journal Bearing // Proc. 2nd Int. Symp. on Stability Control of Rotating Machinery, Gdansk, Poland, 2003. – P. 131–139.
 6. Константиnescу В.Н., Галетудзе С. Рабочие характеристики радиальных подшипников скольжения в турбулентном инерционном потоке // Проблемы трения и смазки. – 1982. – Т. 104, №2. – С. 24–30.
 7. Гетин Д.Т. Применение метода конечных элементов для термогидродинамического анализа тонкопленочного высокоскоростного цилиндрического подшипника скольжения // Проблемы трения и смазки. – 1988. – №1. – С. 73–80.
 8. Tripp J.H. Surface Roughness Effects in Hydrodynamic Lubrication: The Flow Factor Method // J. of Lubrication Technology. – 1983. – Vol. 105. – P. 458–465.
 9. Kurzke J. Fundamental differences between conventional and geared turbofans // Proc. ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air, Orlando, Florida, USA, June 8-12, 2009.
 10. Riegler C., Bichlmaier C. The geared turbofan technology opportunities, challenges, and readiness status // Proc. 1st CEAS European Air and Space Conference, Berlin, Germany, September 2007.
 11. Темис Ю.М., Темис М.Ю. Характеристики жесткости и демпфирования гидродинамического подшипника скольжения с податливыми рабочими поверхностями // Трение и износ. Гомель. 2007 (28), No 2, С. 128–137.
 12. Константиnescу В.Н. Газовая смазка. – М.: Машиностроение, 1968. – 709 с.
 13. Shiau T.N., Tsai M.S., Cheng C.H. State Space Identification of Nonlinear Hydrodynamic Bearing by Eigensystem Realization Algorithm (ERA) // Proc. ASME Turbo Expo 2003: Power for Land, Sea and Air, Atlanta, Georgia, USA, June 16-19, 2003.
 14. Ананьев В.М., Калинин Д.В., Кожаринов Е.В. Совершенствование методов проектирования зубчатых передач редукторов привода вентилятора ТРДД // Авиационно-космическая техника и технология. – 2013. – №9 (106). – С. 134–139.